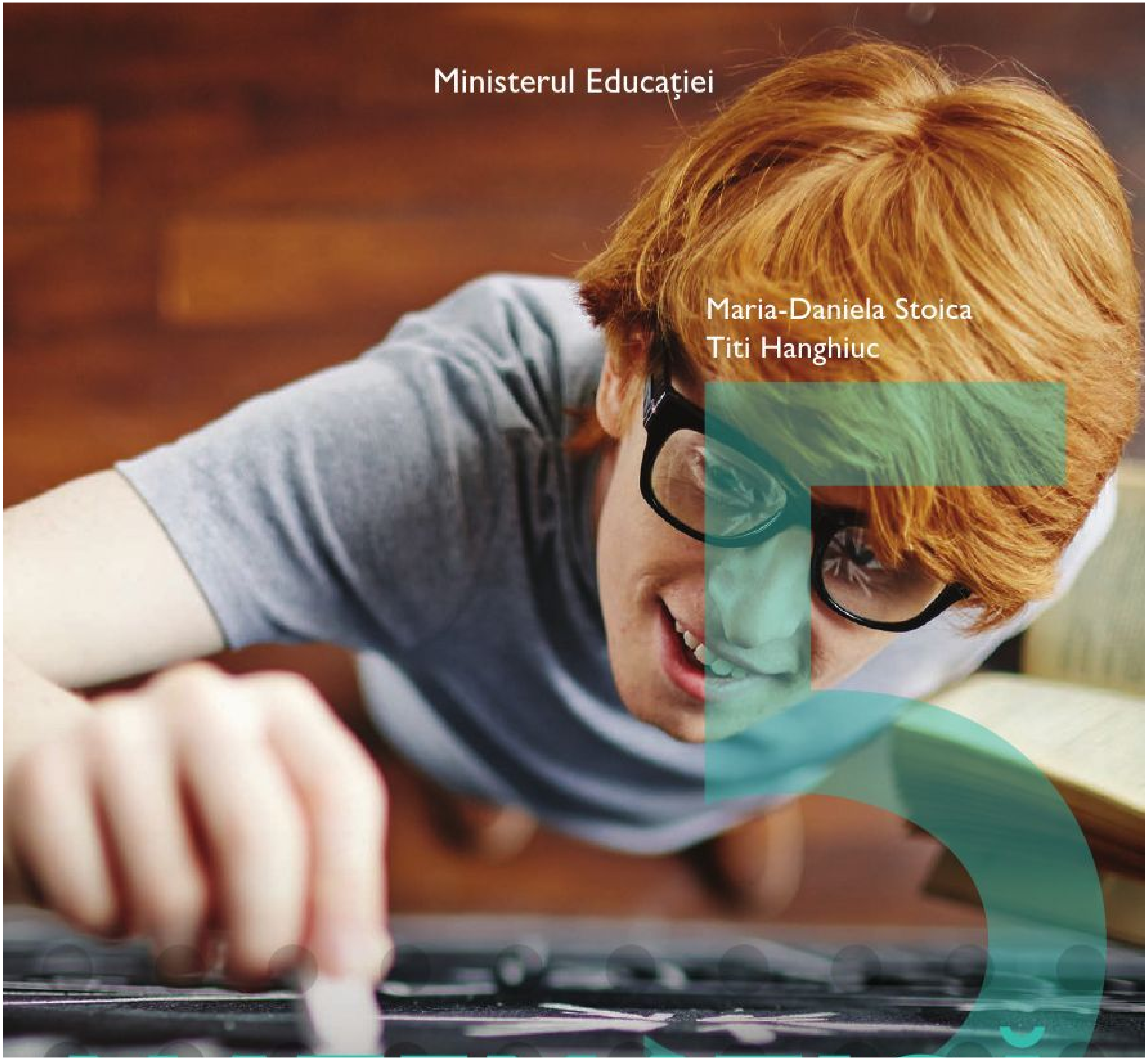
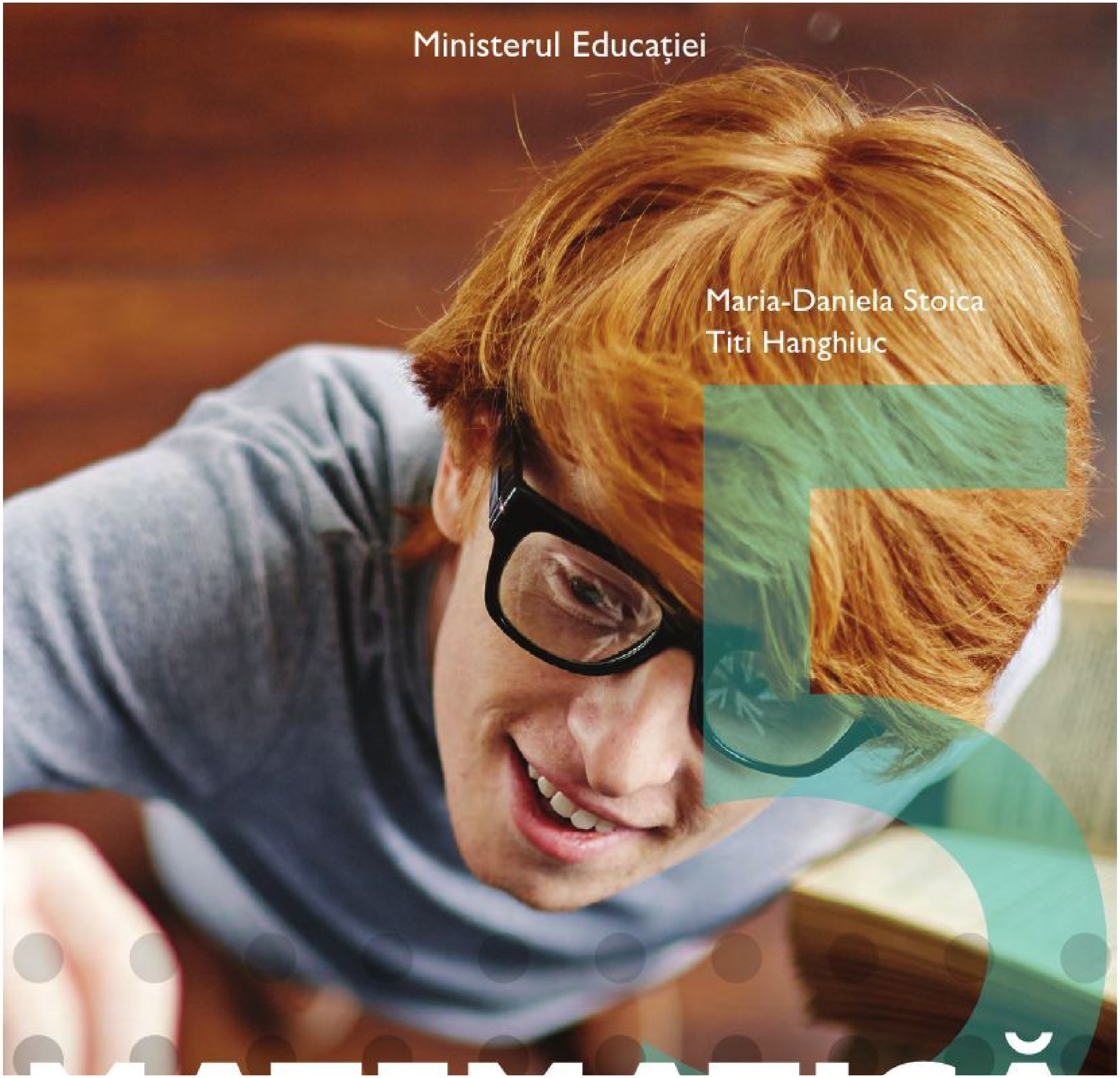


Ministerul Educației

Maria-Daniela Stoica
Titi Hanghiuc


MATEMATICA
clasa a V-a
Booklet

Acest manual școlar este realizat în conformitate cu Programa școlară aprobată prin Ordinul ministrului educației naționale nr. 3393/ 28.02.2017.


Ministerul Educației
Maria-Daniela Stoica
Titi Hanghiuc


MATEMATICA
clasa a V-a
Booklet

Manualul școlar a fost aprobat de Ministerul Educației prin Ordinul de ministru nr. 4065/16.06.2022.

Manualul este distribuit elevilor în mod gratuit, atât în format tipărit, cât și în format digital, și este transmisibil timp de patru ani școlari, începând din anul școlar 2022 – 2023.

Inspectoratul Școlar ______________________________

Școala/ Colegiul/ Liceul ______________________________

ACEST MANUAL A FOST FOLOSIT DE:

Anul	Numele elevului	Clasa	Anul școlar	Aspectul manualului*			
				format tipărit		format digital	
				la primire	la predare	la primire	la predare
1.							
2.							
3.							
4.							

* Pentru precizarea aspectului manualului se va folosi unul dintre următorii termeni: *nou, bun, îngrijit, neîngrijit, deteriorat.*

- Cadrele didactice vor verifica dacă informațiile înscrise în tabelul de mai sus sunt corecte.
- Elevii nu vor face niciun fel de însemnări pe manual.

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
STOICA, MARIA-DANIELA
Matematică : clasa a V-a / Maria-Daniela Stoica, Titi Hanghiuc. - București : Booklet, 2022
ISBN 978-606-590-946-5

I. Hanghiuc, Titi

Referenți științifici: conf. univ. dr. habil. Georgia Irina Oros, Universitatea din Oradea
prof. gr. I Daniela Dumitrescu, Școala Gimnazială nr. 129, București
Redactor: Maria Fiera
Corector rezolvator: Dana Ciofu
Corector: Alin Gogan, Dorina Lipan
Design copertă: Silvia Olteanu
Layout interior: Roxana Ignat
Tehnoredactare: Mihaela Cojoc, Carmen Dumitrescu, Simona Radu-Iacobini
Video: Quartz Film Studio
Voce: Ramona Hilohe
Digital: MyKoolio
Credite foto: Adobe Stock, Wikimedia Commons

Booklet
Pentru comenzi:
tel.: 021.430.30.95/021.440.10.02
e-mail: comenzi@booklet.ro
site: www.booklet.ro

CUPRINS

II. Divizibilitatea numerelor naturale

CUPRINS

UNITATEA 2
FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE

I. Fracții ordinare

II. Fracții zecimale

CUPRINS

UNITATEA 2
FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE

UNITATEA 3
ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ

I. Elemente de geometrie

MĂSURĂ

II. Unități de măsură

COMPETENŢE GENERALE ŞI SPECIFICE

Ce vei învăța anul acesta la matematică?

1. **Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar**
   - 1.1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate
   - 1.2. Identificarea fracţiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
   - 1.3. Identificarea noţiunilor geometrice elementare şi a unităţilor de măsură în diferite contexte
2. **Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale**
   - 2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operaţiile aritmetice şi proprietăţile acestora
   - 2.2. Efectuarea de calcule cu fracţii folosind proprietăţi ale operaţiilor aritmetice
   - 2.3. Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice
3. **Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice**
   - 3.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operaţiilor cu numere naturale şi pentru divizibilitate
   - 3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operaţiilor cu fracţii ordinare sau zecimale
   - 3.3. Determinarea perimetrelor, a ariilor (pătrat, dreptunghi) şi a volumelor (cub, paralelipiped dreptunghic) şi exprimarea acestora în unităţi de măsură corespunzătoare
4. **Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situaţie dată**
   - 4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăţi referitoare la comparări, aproximări, estimări şi ale operaţiilor cu numere naturale
   - 4.2. Utilizarea limbajului specific fracţiilor/ procentelor în situații date
   - 4.3. Transpunerea în limbaj specific a unor probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităţilor de măsură
5. **Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situaţii date**
   - 5.1. Analizarea unor situaţii date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica

validitatea unor calcule

5.2. Analizarea unor situaţii date în care intervin fracţii pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule

5.3. Interpretarea prin recunoașterea elementelor, a măsurilor lor și a relațiilor dintre ele, a unei configuraţii geometrice dintr-o problemă dată

6. Modelarea matematică a unei situaţii date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

6.1. Modelarea matematică, folosind numere naturale, a unei situații date, rezolvarea problemei obţinute prin metode aritmetice şi interpretarea rezultatului

6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situaţii date, în context intra- și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

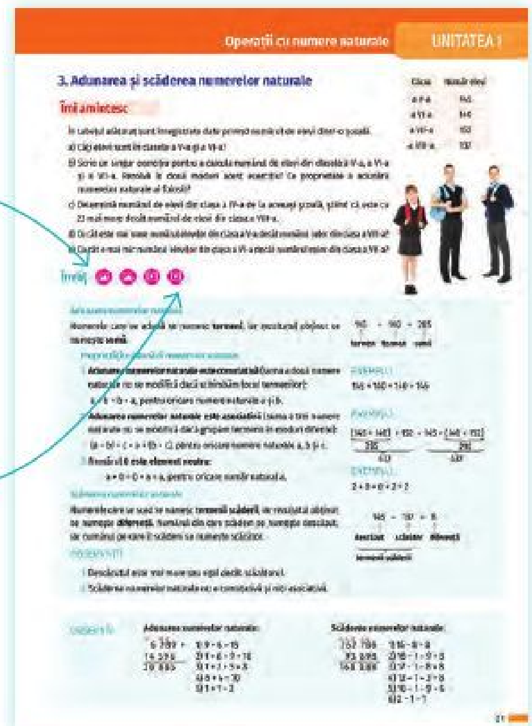
6.3. Analizarea unor probleme practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unităţi de măsură şi la interpretarea rezultatelor

GHID DE UTILIZARE A MANUALULUI DIGITAL

Ce este manualul digital?

Manualul digital reproduce întregul conținut din versiunea tipărită, oferind elevilor posibilitatea de a interacționa cu diverse elemente de conținut. Astfel, aceștia vor putea să vizioneze animații sau filme, să rezolve exerciții interactive și să navigheze prin manual.

Simbolurile folosite în manualul digital:



1. Elemente grafice (AMII-uri statice):

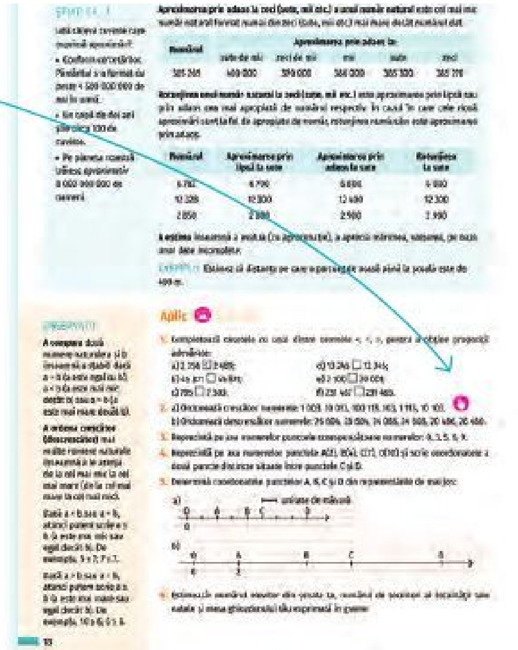
- imagini;
- informații și activități suplimentare.

2. Elemente video (AMII-uri animate):

- videoclipuri cu informații și activități suplimentare;
- curiozități.

3. Exerciții interactive (AMII-uri interactive):

- exerciții de alegere multiplă, de tip adevărat sau fals, de asociere, de completare.



GHID DE UTILIZARE A MANUALULUI DIGITAL

Cum se folosește manualul digital?

1. Meniul superior

Mărire/ micșorare – se mărește sau se micșorează fereastra, pentru o vizualizare adecvată a elementelor de interes.

Căutare – pot fi efectuate căutări în manualul digital după cuvinte-cheie.

Cuprins – deschide cuprinsul manualului digital.

Înapoi la prima pagină – se revine la prima pagină a manualului digital.

Pagina anterioară – se accesează pagina anterioară paginii curente.

Pagina următoare – se accesează pagina următoare paginii curente.

Salt la ultima pagină – se accesează ultima pagină a manualului digital.

Adnotări – deschide o galerie de instrumente, cu funcții diferite, ce permit operații în timp real: sublinieri, adnotări, încercuiri, demarcări, mascări, evidențieri etc.

Tipărește pagini din manualul digital.

Indicații – se accesează ecranul cu indicații.

2. Ajutor în utilizarea exercițiilor interactive (AMII-urilor interactive):

Deschide interacţiunea dând click cu mouse-ul pe butonul . Pentru exerciţiile de completare, utilizează mouse-ul pentru a poziţiona cursorul pe spaţiul în care dorești să completezi. Pentru exerciţiile de alegere, urmărește cerința, apoi utilizează mouse-ul pentru alegerea variantei de răspuns, prin apăsare pe varianta pe care o consideri corectă. Apasă butonul **Verifică** pentru a vedea dacă ai ales corect. Pentru ambele tipuri de exerciţii apare pentru răspunsul corect ✔ și pentru răspunsul greșit ✖. Pentru a relua rezolvarea exerciţiului, apasă butonul **Reîncearcă**.

3. Ajutor în utilizarea elementelor video (AMII-urilor animate):

Apasă pe butonul pentru a deschide aplicaţia. Butonul **Play (Vizualizare)** este localizat pe bara de jos a ferestrei, alături de **Volum** și opţiunea de **Afișare completă** pe ecran. Pentru a opri temporar aplicaţia, apasă butonul **Pauză**, de pe bara de jos a ferestrei. Pentru a ieși din aplicaţie, apasă pe butonul din colțul din dreapta sus al ferestrei.

4. Ajutor în utilizarea elementelor grafice (AMII-urilor statice):

Apasă pe butonul . Imaginea se va deschide mărită. Apasă pe butonul din colțul din dreapta sus, pentru a închide aplicația.

Recapitulare inițială

1. În coloanele A și B sunt scrise numere naturale cu litere și, respectiv, cu cifre arabe. Asociază fiecărei cifre din coloana A litera corespunzătoare din coloana B.

A.	B.
1. trei sute de mii patruzeci și patru	a) 80 008
2. optzeci de mii opt	b) 18 005
3. o mie nouăzeci și doi	c) 300 044
4. optsprezece mii cinci	d) 1 092
	e) 1 902

Exemplu: 1. c)

2. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect.

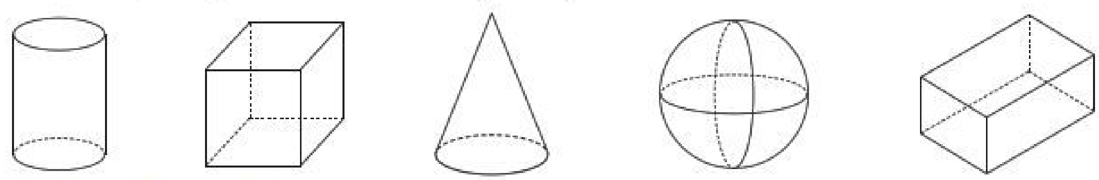
a) Cifra unităților numărului 25 123 este: A. 2; B. 5; C. 1; D 3. *Exemplu: a) D.*

b) Produsul numerelor 100 și 20 este: A. 5; B. 120; C. 2 000; D. 200.

3. Completează casetele cu numere pentru a obține propoziții adevărate:

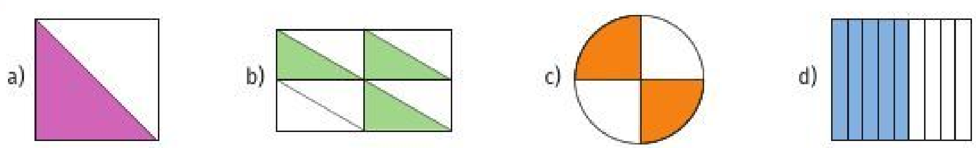
a) $\boxed{1}$ 52 584 < 15 $\boxed{3}$ 584 b) 25 12 $\square$ > 2 $\square\square\square\square$ c) 1 785 > 1 $\square$ 80; d) 32 23 $\square$ < 32 $\square$ 39.

4. Scrie denumirile corpurilor geometrice de mai jos și numește obiecte din mediul înconjurător care au forma acestora.



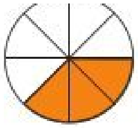
Exemplu: cilindru - tub de mingi

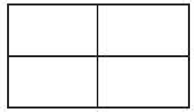
5. Scrie pe caiet fracția corespunzătoare părții colorate din întreg:

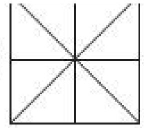


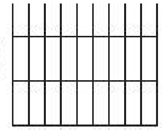
Exemplu: a) $\frac{1}{2}$

6. Desenează pe caiet și colorează așa cum indică fracția:

a)  $\frac{3}{8}$

b)  $\frac{1}{4}$

c)  $\frac{5}{8}$

d)  $\frac{10}{27}$

7. Scrie în casetă A, dacă enunțul e adevărat și F, dacă enunțul este fals.

a) 210 983 + 1 173 = 212 155 $\boxed{F}$ c) 1 025 · 100 = 10 250 $\square$

b) 88 301 - 17 230 = 71 071 $\square$ d) 321 450 : 10 = 32 145 $\square$

8. Scrie sub formă de fracție: a) două zecimi; b) o optime; c) trei șeptimi; d) cinci doimi; e) nouă sutimi; f) șapte pătrimi.

Exemplu: a) $\frac{2}{10}$

9. Completează casetele pentru a obține propoziții adevărate:

a) $\frac{5}{7}+\frac{8}{7}=\frac{\boxed{13}}{\boxed{7}}$ b) $\frac{3}{5}+\frac{11}{5}=\frac{\square}{\square}$ c) $\frac{9}{10}-\frac{6}{10}=\frac{\square}{\square}$ d) $\frac{2}{3}+\frac{\square}{3}=\frac{8}{\square}$ e) $\frac{35}{100}-\frac{\square}{100}=\frac{\square}{100}$

10. Rotunjește la mii numerele 32 154, 68 238, 658 598 și 154 500.

Exemplu: Rotunjirea la mii a numărului 32 154 este 32 000 (se scriu aproximările prin lipsă și prin adaos la mii și se alege cea mai apropiată de număr).

Recapitulare inițială

11. Completează spațiile libere pentru a obține propoziții adevărate:

a) Suma numerelor 3 125 și 41 214 este *44 339*.

b) Numărul mai mare cu 23 568 decât 241 579 este ... .

c) Numărul mai mic cu 25 258 decât 789 256 este ... .

d) Restul împărțirii numărului 235 458 la 10 este ... .

12. Calculează:

a) $100 \cdot 1\,758 : 2 + (15\,031 + 35\,999) : 15 - 362 \cdot 25$;

b) $[(11\,352 : 6 + 18) : 10 + 19] : 30$;

c) $5 \cdot (25 - 7 \cdot 3 + 24) \cdot 100 - 25 \cdot 30$;

d) $[5 \cdot 25 - (7 \cdot 3 + 24)] \cdot (100 - 25) \cdot 30$.

Indicație: Se ține cont de ordinea efectuării operațiilor.

13. a) Determină împărțitorul, știind că deîmpărțitul este egal cu 4 527, câtul este egal cu 40, iar restul este egal cu 7.

b) Determină deîmpărțitul, știind că împărțitorul este egal cu 10, câtul este egal cu 102, iar restul este egal cu 5.

Indicație: deîmpărțit = împărțitor · cât + rest.

14. Într-o excursie, Ana a cheltuit 325 de lei, iar sora ei, Maria, a cheltuit cu 68 de lei mai mult.

a) Câți lei a cheltuit Maria?

b) Câți lei au cheltuit cele două fete împreună?

Indicație: „cu ... mai mult decât ..." → adunare.

15. Sonia a cheltuit într-o săptămână 1 000 de lei. Luni a cheltuit 132 de lei, sâmbătă a cheltuit 243 de lei, iar în celelalte zile ale săptămânii a cheltuit sume egale. Câți lei a cheltuit marți?

Indicație: Se calculează întâi suma cheltuită luni și sâmbătă.

16. Transcrie și completează tabelele următoare:

a	98			980
b		25	15	
a · b	196	1 875		
a : b			70	35

a	32 083		30 489	321 405	
b	*11 011*	2 847			23 489
a + b	43 094	8 000		528 765	
a - b	*21 072*		22 593		75 301

17. Pentru 3 penare și 5 stilouri Bianca a plătit 176 de lei, iar pentru 6 penare și 4 stilouri, Marcu a plătit 256 de lei. Știind că Bianca și Marcu au cumpărat produse de același fel, determină câți lei costă un penar și câți lei costă un stilou.

Indicație: Se folosește metoda comparației: 3 penare ...... 5 stilouri .... 176 lei.

18. Aura, Dan și Matei au împreună 932 de lei. Aura are cu 140 de lei mai puțin decât Dan și de 4 ori mai mulți decât Matei. Câți lei are fiecare?

Indicație: Se folosește metoda grafică: se reprezintă întâi suma lui Matei.

19. M-am gândit la un număr, am scăzut 15 din el, am înmulțit rezultatul cu 4 și am obținut 80. La ce număr m-am

19. M-am gândit la un număr, am scăzut 15 din el, am înmulțit rezultatul cu 4 și am obținut 80. La ce număr m-am gândit?

Indicație: $\boxed{} \xrightarrow{-15} \boxed{} \xrightarrow{\cdot 4} \boxed{80}$

20. Andrei și prietenii săi se întâlnesc în parc la ora 13.25. Până la ora 15.10 se plimbă, apoi se îndreaptă spre cinematograf și cumpără bilete la un film care începe la ora 15.45 și durează 2 ore și 25 de minute.

A. Afirmația „Filmul s-a terminat la ora 18.10" este: a) adevărată; b) falsă.

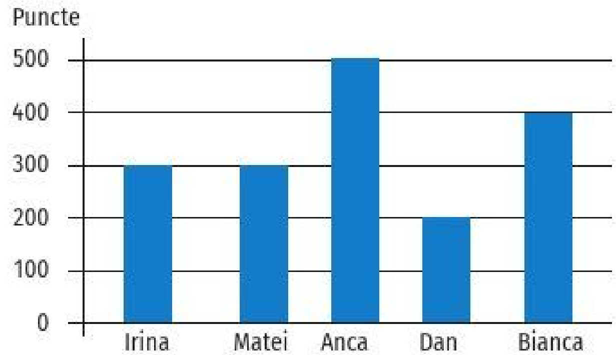
B. Afirmația „Andrei s-a plimbat prin parc 105 minute" este: a) adevărată; b) falsă.

Exemplu: A. adevărată.

21. În graficul alăturat sunt înregistrate punctajele obținute de Irina, Matei, Anca, Dan și Bianca la un concurs.

a) Cine a obținut cel mai mare punctaj? Dar cel mai mic?

b) Care este diferența dintre punctajul obținut de Matei și punctajul obținut de Dan?



Evaluare inițială

Timp de lucru: 45 de minute

În tabelul de mai jos sunt înregistrate cantitățile de legume și fructe vândute la un magazin pe parcursul unei săptămâni.

	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Legume (kg)	235	128	183	258	359	457	523
Fructe (kg)	315	102	205	308	456	425	489

(20 p.) **1.** Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect.

(10 p.) A. Cantitatea de legume vândute marți este:

a) 1 280 g;

b) 12 800 g;

c) 128 000 g;

d) 128 g.

(10 p.) B. Ariana afirmă: „Miercuri s-au vândut mai puține kilograme de legume și fructe decât joi." Fără a efectua calculele, precizează dacă afirmația Arianei este:

a) adevărată; b) falsă.

(40 p.) **2.** Completează spațiile libere pentru a obține propoziții adevărate.

a) Ziua în care s-au vândut cele mai multe legume este ... .

b) Rotunjirea la zeci a numărului de kilograme de fructe vândute vineri este ... .

c) Sâmbătă s-au vândut cu ... kilograme de legume mai ... decât joi.

d) Luni, marți, miercuri și joi s-au vândut ... kilograme de fructe.

d) Luni, marți, miercuri și joi s-au vândut ... kilograme de fructe.

(30 p.) **3.** Scrie rezolvările complete.

(10 p.) A. Determină câte kilograme de legume s-au vândut luni dimineață, știind că s-au vândut cu 35 de kilograme mai mult decât luni după-amiază.

(20 p.) B. Tatăl Andreei a cumpărat 3 kilograme de mere cu 4 lei kilogramul, 2 kilograme de roșii cu 5 lei kilogramul și 2 kilograme de castraveți. A plătit cumpărăturile folosind 3 bancnote de 10 lei și a primit rest 2 lei.

a) Cât a plătit tatăl Andreei pentru cumpărături?

b) Determină cât a plătit tatăl Andreei pentru un kilogram de castraveți.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Unitatea 1

Numerele naturale

I. Operații cu numere naturale

II. Divizibilitatea numerelor naturale

UNITATEA 1 Operații cu numere naturale

1. Scrierea și citirea numerelor naturale

Descopăr

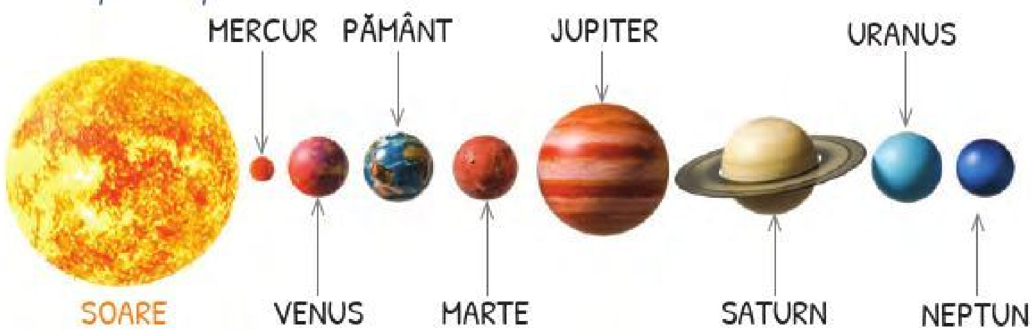
ȘTIAȚI CĂ...?

Soarele s-a format cu aproximativ 4 600 000 000 de ani în urmă.

Citește textul de mai jos și scrie pe caiet, cu litere, toate numerele naturale pe care le găsești:

„Sistemul Solar este alcătuit din Soare şi din corpurile care orbitează în jurul său: 8 planete, peste 170 de sateliţi naturali ai acestora, 5 planete pitice şi alte corpuri mici. Culoarea Soarelui se datorează temperaturii ridicate a suprafeţei sale, şi anume aproximativ 5 600 de grade Celsius. Temperatura acestui corp ceresc creşte spre interior, ajungând până la 15 000 000 de grade Celsius în miezul său."

Exemplu: 8 - opt



Învăț

EXEMPLU:

7 reprezintă un număr de o cifră, 23 reprezintă un număr de două cifre, 3 509 reprezintă un număr de patru cifre.

Numerele naturale se scriu cu ajutorul cifrelor arabe 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Prima cifră a unui număr natural de două sau mai multe cifre este diferită de 0.

În scrierea unui număr natural, poziția ocupată de fiecare cifră reprezintă un anumit ordin (al unităților, al zecilor, al sutelor etc.). Zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior: 10 unități formează o zece, 10 zeci formează o sută, 10 sute formează o mie etc. Fiecare grup de trei ordine consecutive (unități, zeci, sute) formează o clasă: a unităților, a miilor, a milioanelor, a miliardelor etc.

Tabel de numerație

Clasa miliardelor			Clasa milioanelor			Clasa miilor			Clasa unităților		
S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U
		1	0	0	0	3	0	5	4	2	9
un miliard						trei sute cinci mii			patru sute douăzeci și nouă		

OBSERVAȚII

- Un număr natural de două cifre poate fi reprezentat prin scrierea $\overline{ab}$, unde a și b sunt cifre și $a \neq 0$.
- Un număr natural de trei cifre poate fi reprezentat prin scrierea $\overline{abc}$, unde a, b și c sunt cifre și $a \neq 0$.

Pentru a citi un număr natural procedăm astfel:

- grupăm cifrele câte trei de la dreapta la stânga, formând clasele;

1	000	305	429
clasa miliardelor	**clasa milioanelor**	**clasa miilor**	**clasa unităților**
un miliard		trei sute cinci mii	patru sute douăzeci și nouă

- citim de la stânga la dreapta numărul format din cifrele fiecărei clase, apoi numele clasei, fără a pronunța numele clasei care conține numai zerouri și nici pe cel al clasei unităților.

Aplic

1. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos.

a) Scrierea numărului douăzeci de mii doi cu ajutorul cifrelor arabe este:

A. 2 002; B. 20 002; C. 20 020; D. 200 002. ..B...

b) Clasa miilor numărului 23 402 730 conține cifrele:

A. 0, 2, 7; B. 7, 3, 0; C. 2, 7, 3; D. 4, 0, 2. ....

2. Completează spațiile punctate pentru a obține enunțuri adevărate.

Cifra sutelor numărului 231 648 este .... . *Exemplu: 6*

În numărul 25 368, ordinul cifrei 2 este .... .

3. Folosind o singură dată fiecare dintre cifrele 0, 1, 2, 3, 4, 5, scrie un număr care să aibă:

a) cifra sutelor de mii egală cu 2; *Exemplu: a) 210 534*

b) cifra miilor egală cu 5;

c) cifra unităților egală cu 3;

d) cifra zecilor de mii egală cu 5;

e) cifra sutelor egală cu 0;

f) cifra zecilor egală cu 1 și cifra unităților egală cu 5;

g) cifra zecilor de mii egală cu 3 și cifra sutelor egală cu 1.

4. Scrie următoarele numere naturale într-un tabel de numerație:

a) 253 731;

b) 9 000 007;

c) 50 328 719;

d) trei sute cincizeci de mii două sute opt;

e) cinci milioane opt sute nouăzeci;

f) două mii douăzeci.

Exemplu:

Clasa milioanelor			*Clasa miilor*			*Clasa unităților*		
			2	*5*	*3*	*7*	*3*	*1*

5. Scrie cu cifre arabe numerele naturale de mai jos. *Exemplu: șaizeci și doi - 62.*

- treizeci și cinci;
- șase sute treizeci și patru;
- o mie opt;
- două sute cincizeci și cinci de mii;
- un milion;
- cincisprezece miliarde patru mii patru;

ȘTIAȚI CĂ...?

- Cifrele 0, 1, 2, ..., 9 au fost inventate de hinduși, dar se numesc cifre arabe deoarece au fost făcute cunoscute în lume de către negustorii arabi.
- Primul document în care este utilizată scrierea pozițională a numerelor este tratatul în sanscrită *Părțile Universului*, ce datează din secolul al V-lea. În acest document, cifrele erau scrise în cuvinte, semnele grafice pentru cele nouă cifre fiind inventate abia în anul 610 de savantul hindus Aryabhata.
- Cele mai vechi scrieri în care apare cifra zero datează din secolul al V-lea. Hindușii îl numeau *kha* (gaură) sau *sunya* (nimic) și îl reprezentau printr-un cerc.
- Cuvântul *cifră* își are originea în limba

- zece mii optsprezece;
- douăzeci de miliarde.

6. Scrie cu litere numerele naturale de mai jos. *Exemplu: 32 - treizeci și doi.*

a) 27; c) 18; e) 321 548 001; g) 63 135 063 318;
b) 3 003; d) 20 108; f) 100 000; h) 234 250 010.

7. a) Scrie toate numerele naturale de două cifre care au cifra unităților egală cu 2.
b) Câte numere naturale de trei cifre, care au cifra unităților și cifra sutelor egale cu 4, există? Dar care au cifra unităților și cifra zecilor egale cu 4?

8. a) Scrie toate numerele de trei cifre diferite care se pot forma cu cifrele 1, 2 și 3.
b) Scrie toate numerele de trei cifre diferite care se pot forma cu cifrele 0, 1 și 2.

9. a) Câte numere naturale de două cifre există?
b) Câte numere naturale de forma $\overline{ab3}$ există?
c) Câte numere naturale de forma $\overline{3a1b}$ există?

10. Câte numere naturale de forma $\overline{ab}$, cu $\overline{ab} = \overline{ba}$, există?

11. a) Determină numerele naturale de forma $\overline{abc}$ cu proprietatea $\overline{1bc} = \overline{cba}$.
b) Câte numere naturale de forma $\overline{abc}$, cu proprietatea $\overline{abc} = \overline{cba}$, există?

arabă, *sifr* însemnând *zero*.

INDICAȚIE

a) Numerele sunt de forma $\overline{a2}$, unde a este cifră, $a \neq 0$.

INDICAȚIE

b) Dacă a = 1, b poate fi 0, 1, 2, ..., 9, deci sunt 10 numere de forma $\overline{1b3}$ etc.

UNITATEA 1 Operații cu numere naturale

LUCRAȚI ÎN PERECHI!

Un copil spune un număr, iar celălalt îl scrie atât cu litere, cât și cu cifre arabe. Schimbați rolurile.

Mate practică

1. Pentru a ajunge la bunicii ei, Ana trebuie să meargă cu autobuzul trei sute optzeci. Scrierea cu cifre arabe a numărului autobuzului cu care trebuie să meargă Ana este:

A. 308; B. 30 080; C. 380; D. 3 080; E. 38.

2. Ana primește de la bunici suma de bani reprezentată în imaginea de mai jos. Ce sumă de bani a primit Ana?

3. Ana dorește să cumpere o carte, dar are nevoie de ajutorul tău. Scrie pe caiet titlul, autorul, editura, anul publicării și numărul de pagini ale cărții tale preferate (cu cifre arabe și litere, în cazul datelor numerice).

Proiect: Numerele, ieri și azi

Elevii vor fi împărțiți în 5 grupe. Fiecare grupă va studia unul dintre sistemele de numerație folosite în timpurile străvechi de către egipteni, babilonieni, eleni, romani sau mayași.

Ce veți face:

Pentru fiecare sistem de numerație veți scrie pe o coală de hârtie:

- perioada apariției;
- simbolurile folosite;
- proprietăți specifice (dacă este sau nu sistem pozițional, dacă folosește sau nu numărul zero);

pozițional, dacă folosește sau nu numărul zero);

- dezavantaje;
- vârsta voastră și anul în care ne aflăm, folosind simbolurile specifice sistemului.

Cele 5 coli se vor lipi pe un carton duplex.

De ce veți face:

Veți afla informații despre modul în care strămoșii noștri ţineau evidența bunurilor și făceau comerț, deși nu cunoșteau numerele şi nici nu știau să scrie sau să socotească.

Cum veți face:

Veți căuta în mediul virtual sau în diverse publicații (reviste, cărți de specialitate) informații despre sistemele de numerație folosite în timpurile străvechi de către egipteni, babilonieni, eleni, romani și mayași.

Cum veți ști dacă ați reușit:

Veți prezenta în clasă proiectul și veți întreba profesorul și colegii ce anume le-a plăcut. Apoi îi veți ruga să își argumenteze răspunsul și să vă dea sugestii pentru a vă putea îmbunătăți proiectul.

2. Reprezentarea pe axa numerelor. Compararea și ordonarea numerelor naturale. Aproximări, estimări

Descopăr

1. Termometrul din camera lui Dan este reprezentat în figura 1.

a) Câte grade indică termometrul?

b) Dan afirmă că temperatura din camera sa este de aproximativ 20°. Este adevărată afirmația sa? Justifică.

c) Temperatura optimă a unei camere este cuprinsă între 18° și 20°. Este o temperatură optimă în camera lui Dan?

2. În figura 2 este reprezentată schița unui termometru pe care este marcată temperatura de 22°. Desenează această schiță pe caiet și marchează pe ea temperaturile de 5°C și 27°C. Compară aceste temperaturi.

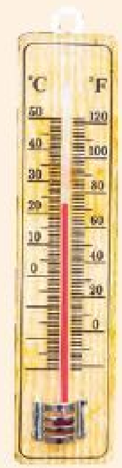


Figura 1

Figura 2

Învăț

Reprezentarea pe axa numerelor

O dreaptă pe care sunt fixate un punct O (numit origine), o unitate de măsură și un sens (indicat de o săgeată) se numește **axa numerelor**.

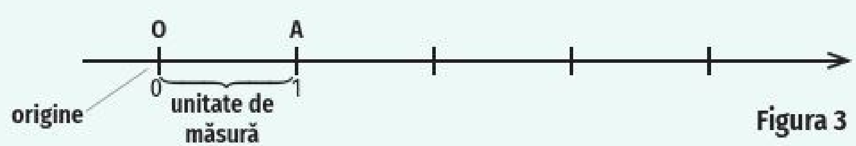


Figura 3

Oricărui număr natural îi corespunde pe axa numerelor un punct. Vom spune că numărul este **coordonata** punctului respectiv.

Compararea și ordonarea numerelor naturale

Pentru a compara două numere naturale cu același număr de cifre se compară, mai întâi, cifrele corespunzătoare celui mai mare ordin (prima cifră, de la stânga spre

OBSERVAȚIE

Originea are coordonata 0. Vom nota O(0) și vom citi „punctul O de coordonată 0".
Punctului A din Figura 3 îi corespunde numărul 1. Vom nota A(1) și vom citi „punctul A de coordonată 1".

EXEMPLE:

- Numerele 7 456 și

dreapta, din fiecare număr).

- Dacă acestea sunt numere naturale diferite, compararea lor este suficientă pentru a stabili care dintre numere este mai mic (sau mai mare).
- Dacă acestea sunt egale, se compară cifrele ordinului care urmează ș.a.m.d.

Dintre două numere naturale care au un număr diferit de cifre, este mai mare numărul care are mai multe cifre.

Aproximări, estimări

Aproximarea unui număr natural se poate face prin lipsă sau prin adaos.

Aproximarea prin lipsă la zeci (sute, mii etc.) a unui număr natural este cel mai mare număr natural format numai din zeci (sute, mii etc.) mai mic sau egal decât numărul dat.

Numărul	**Aproximarea prin lipsă la:**				
	sute de mii	zeci de mii	mii	sute	zeci
385 269	300 000	380 000	385 000	385 200	385 260

7 438 au același număr de cifre și, pentru a afla care este mai mare, comparăm cifrele de la stânga la dreapta:
$7 = 7 \quad 4 = 4 \quad 5 > 3$
Așadar, $7\,456 > 7\,438$.

- Pentru a compara numerele 12 023 și 9 856 este suficient să observăm că numărul 12 023 are cinci cifre și numărul 9 856 are patru cifre.
Prin urmare,
$12\,023 > 9\,856$.

UNITATEA 1 Operații cu numere naturale

ȘTIAȚI CĂ...?

Iată câteva cuvinte care exprimă aproximări!

- Conform cercetărilor, Pământul s-a format *cu peste* 4 500 000 000 de ani în urmă.
- Un copil de doi ani știe *circa* 100 de cuvinte.
- Pe planeta noastră trăiesc *aproximativ* 8 000 000 000 de oameni.

Aproximarea prin adaos la zeci (sute, mii etc.) a unui număr natural este cel mai mic număr natural format numai din zeci (sute, mii etc.) mai mare decât numărul dat.

Numărul	Aproximarea prin adaos la:				
	sute de mii	zeci de mii	mii	sute	zeci
385 269	400 000	390 000	386 000	385 300	385 270

Rotunjirea unui număr natural la zeci (sute, mii etc.) este aproximarea prin lipsă sau prin adaos cea mai apropiată de numărul respectiv. În cazul în care cele două aproximări sunt la fel de apropiate de număr, rotunjirea numărului este aproximarea prin adaos.

Numărul	Aproximarea prin lipsă la sute	Aproximarea prin adaos la sute	Rotunjirea la sute
6 782	6 700	6 800	6 800
12 328	12 300	12 400	12 300
2 850	2 800	2 900	2 900

A estima înseamnă a evalua (cu aproximație), a aprecia mărimea, valoarea, pe baza unor date incomplete.

EXEMPLU: Estimez că distanța pe care o parcurg de acasă până la școală este de 400 m.

OBSERVAȚII

A compara două numere naturale a și b înseamnă a stabili dacă a = b (a este egal cu b), a < b (a este mai mic decât b) sau a > b (a este mai mare decât b).

Aplic

1. Completează casetele cu unul dintre semnele <, =, >, pentru a obține propoziții adevărate:

a) 2 356 $\boxed{<}$ 2 489;
b) 45 871 ☐ 45 871;
c) 795 ☐ 2 503;
d) 13 245 ☐ 12 345;
e) 2 100 ☐ 20 001;
f) 231 452 ☐ 231 465.

2. a) Ordonează crescător numerele: 1 003, 10 013, 100 113, 103, 1 113, 10 103.

este mai mare decât b).

A ordona crescător (descrescător) mai multe numere naturale înseamnă a le aranja de la cel mai mic la cel mai mare (de la cel mai mare la cel mai mic).

Dacă a < b sau a = b, atunci putem scrie a ≤ b (a este mai mic sau egal decât b). De exemplu, 5 ≤ 7; 7 ≤ 7.

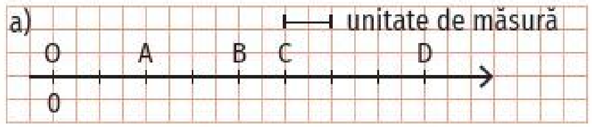
Dacă a > b sau a = b, atunci putem scrie a ≥ b (a este mai mare sau egal decât b). De exemplu, 10 ≥ 6; 6 ≥ 6.

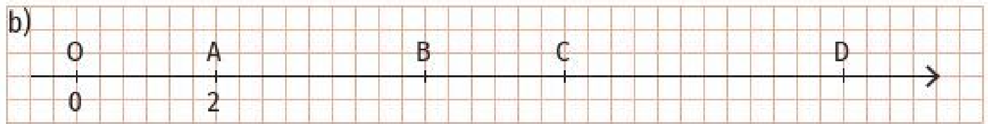
b) Ordonează descrescător numerele: 26 804, 28 604, 24 086, 24 608, 20 486, 26 480.

3. Reprezintă pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor: 0, 3, 5, 6, 9.

4. Reprezintă pe axa numerelor punctele A(2), B(4), C(7), D(10) și scrie coordonatele a două puncte distincte situate între punctele C și D.

5. Determină coordonatele punctelor A, B, C și D din reprezentările de mai jos:





6. Estimează: numărul elevilor din școala ta, numărul de locuitori ai localității tale natale și masa ghiozdanului tău exprimată în grame.

7. Transcrie tabelul alăturat și completează-l.

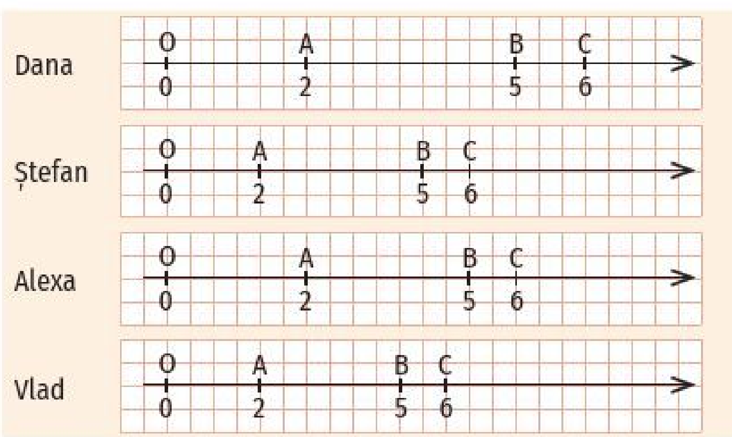
Numărul	253	73 426	6 682	231 435
Aproximarea prin lipsă la zeci	*250*			
Aproximarea prin adaos la zeci	*260*			
Rotunjirea la zeci	*250*			
Aproximarea prin lipsă la sute	*200*			
Aproximarea prin adaos la sute	*300*			
Rotunjirea la sute	*300*			

8. Scrie aproximarea prin lipsă a numărului 2 548 723 la:
a) mii; b) sute de mii; c) milioane.

9. Scrie aproximarea prin adaos a numărului 123 458 741 la:
a) sute; b) zeci de mii; c) sute de milioane.

10. Rotunjește numărul 235 789 413 la:
a) zeci; c) mii; e) milioane; g) sute de milioane.
b) sute; d) sute de mii; f) zeci de milioane;

11. Patru elevi reprezintă pe axa numerelor punctele A(2), B(5) și C(6) astfel:



Dintre cei patru elevi, cei care au reprezentat corect punctele pe axa numerelor sunt:

Scriu	Citesc
<	mai mic
>	mai mare
=	egal
≤	mai mic sau egal
≥	mai mare sau egal
≠	diferit

LUCRAȚI ÎN PERECHI!

Fiecare dintre cei doi copii spune câte un număr natural de 6 cifre, iar celălalt spune aproximarea prin lipsă la zeci, aproximarea prin adaos la mii și rotunjirea la zeci de mii.

a) Dana și Ștefan; b) Alexa și Vlad; c) Dana și Vlad; d) Ștefan și Alexa.

12. Reprezintă pe axa numerelor toate numerele naturale de două cifre, care au cifra zecilor egală cu 1.

13. Punctele A(a), B(b), C(c) și D(d) sunt reprezentate pe axa numerelor ca în figura 4. Ordonează descrescător numerele naturale a, b, c și d.

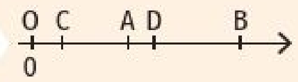


Figura 4

14. Punctele E(4), F(m), G(7), H(n) și I(12), unde m și n sunt numere naturale, sunt situate în această ordine pe axa numerelor. Determină valorile numerelor m și n.

15. Determină cifrele a și b în fiecare caz:

a) $\overline{7a} = \overline{b5}$; c) $\overline{65a} > \overline{6b5}$; e) $\overline{2\,5a3} < \overline{2\,b00}$;

b) $\overline{aaa} = \overline{a2b}$; d) $\overline{61\,1a0} \geq \overline{61\,19b}$; f) $\overline{a1\,234} \leq \overline{1b\,050}$.

16. Compară numerele $x = \overline{45\,a23}$ și $y = \overline{45\,6b3}$, unde a și b sunt numere naturale. Analizează toate cazurile posibile.

17. Determină numerele naturale de forma $\overline{2\,5ab}$, știind că $2\,506 < \overline{2\,5ab} \leq 2\,560$ și $a + b = 7$.

18. Determină cel mai mare număr natural de forma $\overline{ab\,23c}$, știind că produsul cifrelor sale este mai mic decât 18.

ȘTIAȚI CĂ ...?

Numerele naturale scrise astfel: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... reprezintă șirul numerelor naturale. Am folosit „...“ deoarece nu putem scrie toate numerele naturale. Pentru oricare număr natural există un număr natural mai mare, de aceea spunem că șirul numerelor naturale este infinit.

Două sau mai multe numere din șirul numerelor naturale, care urmează unul după altul, neîntrerupt, se numesc **numere consecutive**. De exemplu: 25, 26 și 27 sunt numere naturale consecutive.
În acest caz, 25 este **predecesorul** lui 26, iar 27 este **succesorul** lui 26.

19. a) Scrie trei numere naturale a căror aproximare prin lipsă la zeci să fie egală cu 1 740.
b) Scrie două numere naturale a căror aproximare prin adaos la mii să fie egală cu 369 000.
c) Scrie trei numere naturale a căror rotunjire la sute să fie egală cu 4 879 500.
d) Scrie două numere naturale cuprinse între 14 000 și 15 000 a căror rotunjire la mii să fie egală cu 14 000.
e) Scrie două numere naturale cuprinse între 4 500 și 4 600 a căror rotunjire la sute să fie egală cu 4 600.

20. a) Câte numere naturale au aproximarea prin lipsă la zeci egală cu 140?
b) Câte numere naturale au aproximarea prin adaos la sute egală cu 3 200?
c) Câte numere naturale au rotunjirea la zeci egală cu 360?

21. Determină numerele naturale de forma $\overline{xy}$, cu proprietatea $x + y \geq 16$.

22. Scrie cel mai mic număr natural care are suma cifrelor egală cu 40.

23. Câte numere naturale de forma $\overline{ab}$ cu $a < b$ există? Care este cel mai mare dintre ele?

Mate practică

Tabelul următor cuprinde informații privind numărul de vizitatori ai unei grădini zoologice pe parcursul unei săptămâni.

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Numărul de vizitatori	554	473	314	536	952	2 113	1 805

1. Folosind informațiile din tabel, completează spațiile libere pentru a obține propoziții adevărate.
a) Ziua cu cel mai mare număr de vizitatori este ... .
b) Ziua în care numărul de vizitatori a fost mai mic decât 400 este ... .
c) Zilele în care numărul de vizitatori a fost mai mare decât 1000 sunt ... .

2. Compară numărul de vizitatori de luni cu numărul de vizitatori de joi.

3. Scrie zilele săptămânii în ordinea descrescătoare a numărului de vizitatori.

4. Aproximează prin lipsă la sute numărul de vizitatori de sâmbătă.

5. Aproximează prin adaos la zeci numărul de vizitatori de marți.
6. Rotunjește la mii numărul de vizitatori de duminică.
7. Care sunt cele două zile cu aceeași rotunjire la sute a numărului de vizitatori?
8. Alina afirmă că marți au fost aproximativ 500 de vizitatori, iar Dan afirmă că au fost aproximativ 470 de vizitatori. Care dintre copii are dreptate? Justifică.

Portofoliu

Să aflăm mai multe despre Sistemul nostru Solar! Urmează paşii de mai jos:

1. Caută informaţii despre planetele din Sistemul Solar. Realizează o fişă cu informaţii numerice despre acestea.
2. Scrie toate numerele naturale din textul tău într-un tabel de numerație, apoi scrie-le cu ajutorul literelor.
3. Scrie denumirile planetelor în ordinea descrescătoare a distanței față de Soare.
4. Adaugă fişa la portofoliu.
5. Realizează o scurtă prezentare în faţa clasei.

3. Adunarea și scăderea numerelor naturale

Îmi amintesc

Clasa	Număr elevi
a V-a	145
a VI-a	140
a VII-a	152
a VIII-a	137

În tabelul alăturat sunt înregistrate date privind numărul de elevi dintr-o școală.

a) Câți elevi sunt în clasele a V-a și a VI-a?

b) Scrie un singur exercițiu pentru a calcula numărul de elevi din clasele a V-a, a VI-a și a VII-a. Rezolvă în două moduri acest exercițiu! Ce proprietate a adunării numerelor naturale ai folosit?

c) Determină numărul de elevi din clasa a IV-a de la aceeași școală, știind că este cu 23 mai mare decât numărul de elevi din clasa a VIII-a.

d) Cu cât este mai mare numărul elevilor din clasa a V-a decât numărul celor din clasa a VIII-a?

e) Cu cât e mai mic numărul elevilor din clasa a VI-a decât numărul celor din clasa a VII-a?

Învăț

Adunarea numerelor naturale

Numerele care se adună se numesc **termeni**, iar rezultatul obținut se numește **sumă**.

$$\underset{\textbf{termen}}{145} + \underset{\textbf{termen}}{140} = \underset{\textbf{sumă}}{285}$$

Proprietățile adunării numerelor naturale

1. **Adunarea numerelor naturale este comutativă** (suma a două numere naturale nu se modifică dacă schimbăm locul termenilor):

   a + b = b + a, pentru oricare numere naturale a și b.

EXEMPLU:
145 + 140 = 140 + 145

2. **Adunarea numerelor naturale este asociativă** (suma a trei numere naturale nu se modifică dacă grupăm termenii în moduri diferite):

   (a + b) + c = a + (b + c), pentru oricare numere naturale a, b și c.

EXEMPLU:

$$\underbrace{\underbrace{(145 + 140)}_{285} + 152}_{437} = \underbrace{145 + \underbrace{(140 + 152)}_{292}}_{437}$$

3. Numărul **0 este element neutru**:

   a + 0 = 0 + a = a, pentru oricare număr natural a.

EXEMPLU:
2 + 0 = 0 + 2 = 2

Scăderea numerelor naturale

Numerele care se scad se numesc **termenii scăderii**, iar rezultatul obținut se numește **diferență**. Numărul din care scădem se numește descăzut, iar numărul pe care îl scădem se numește scăzător.

$$\underbrace{\underset{\textbf{descăzut}}{145} - \underset{\textbf{scăzător}}{137}}_{\textbf{termenii scăderii}} = \underset{\textbf{diferență}}{8}$$

OBSERVAȚII

1. Descăzutul este mai mare sau egal decât scăzătorul.
2. Scăderea numerelor naturale nu e comutativă și nici asociativă.

OBSERVĂ!

Adunarea numerelor naturale:

```
+1   +1+1
  6 289 +
 14 596
 -------
 20 885
```

1) 9 + 6 = 15
2) 1 + 8 + 9 = 18
3) 1 + 2 + 5 = 8
4) 6 + 4 = 10
5) 1 + 1 = 2

Scăderea numerelor naturale:

```
-1-1-1 -1-1
 262 786 -
  93 898
 -------
 168 888
```

1) 16 − 8 = 8
2) 18 − 1 − 9 = 8
3) 17 − 1 − 8 = 8
4) 12 − 1 − 3 = 8
5) 16 − 1 − 9 = 6
6) 2 − 1 = 1

UNITATEA 1 Operații cu numere naturale

ȘTIAȚI CĂ...?

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) a fost unul dintre cei mai mari oameni de știință germani.

Legenda spune că, într-o zi, la școală, Gauss a făcut o șotie. Pentru acest lucru a fost pedepsit să stea la colț, cu genunchii pe grăunțe, până va aduna în minte numerele de la 1 la 100. Gauss a spus imediat rezultatul: 5 050. Întrebat cum a făcut calculele atât de repede, Gauss a răspuns: „Am lăsat suta de o parte, am adunat 1 + 99 = 100

Exerciții rezolvate

1. Calculează suma 473 + 125 + 2 000 + 305 + 227, folosind proprietățile adunării numerelor naturale.

Rezolvare:

473 + 125 + 2 000 + 305 + 227 = (473 + 227) + (125 + 305) + 2 000 = 700 + 430 + 2 000 = 3 130.

2. Alin, Matei și Rareș au împreună 165 kg. Alin și Matei au împreună 103 kg, iar Rareș și Matei au împreună 111 kg. Câte kg cântărește fiecare dintre cei trei copii?

Rezolvare:

165 – 103 = 62 kg are Rareș (din masa totală a celor trei copii am scăzut masa lui Alin și Matei)

111 – 62 = 49 kg are Matei (din masa lui Rareș și Matei am scăzut masa lui Rareș)

103 – 49 = 54 kg are Alin (din masa lui Alin și Matei am scăzut masa lui Matei)

Aplic

1. a) Cum se numesc numerele care se scad?

b) Enumeră proprietățile adunării numerelor naturale.

c) Ilustrează printr-un exemplu proprietatea de asociativitate a adunării numerelor naturale.

2. Completează spațiile punctate pentru a obține enunțuri adevărate.

a) Suma numerelor 2 564 și 1 248 este egală cu ... .

b) Numărul mai mare cu 899 decât 1 523 este ... .

c) Rotunjirea la sute a diferenței numerelor 17 009 și 5 698 este egală cu ... .

d) Numărul mai mic cu 7 621 decât 10 523 este ... .

3. Calculează:

a) 7 956 + 1 034;

b) 23 428 + 13 932;

c) 123 456 + 2 485 793;

d) 25 + 154 + 4 356 + 1 323 545;

e) 289 + 1 007 + 203 + 1 000 + 141 + 510;

g) 275 – 132;

h) 3 789 – 1 999;

i) 17 435 – 2 949;

j) 1 234 873 – 227 982;

k) 100 000 – 99 999;

1 + 99 = 100,
2 + 98 = 100,
3 + 97 = 100,
....
49 + 51 = 100 și mi-a rămas izolat 50. În total avem 100 de 50 de ori și încă 50, adică 5 050".

APLICAȚIE

Calculează, folosind metoda lui Gauss, suma numerelor naturale mai mici decât 50.

e) 289 + 1 007 + 205 + 1 000 + 141 + 310; k) 100 000 − 99 999;
f) 3 254 + 123 577 + 246 + 20 000 + 1 423 + 400; l) 1 987 567 − 876 578.

4. Completează căsuțele cu numere naturale pentru a obține propoziții adevărate:
a) 387 + □ = 1 005 + 387; d) 32 154 + □ = 32 154;
b) 2 150 − □ = 0; e) 3 285 + □ < 104 + 3 285;
c) 795 + (128 + 31) = (□ + 128) + 31; f) 7 985 + □ > 23 + 7 985.

5. a) Calculează suma dintre cel mai mare și cel mai mic număr natural de cinci cifre diferite.
b) Calculează suma numerelor de trei cifre diferite, care se pot scrie folosind cifrele 0, 1 și 2.
c) Calculează suma a cinci numere impare consecutive, știind că unul dintre ele este 201. Scrie toate variantele posibile.

6. a) Determină numărul mai mic cu 2 154 decât suma numerelor 1 203 și 5 412.
b) Determină numărul mai mare cu 193 decât diferența numerelor 18 989 și 15 309.

7. a) Calculează a + (b + c), știind că a și b sunt numere naturale, a + b = 150 și c = 29.
b) Calculează a + b + c + d, știind că a, b, c și d sunt numere naturale, a + c = 2 254 și d + b = 3 146.

8. Fără a efectua calculele, completează căsuțele cu unul dintre semnele <, >, = pentru a obține enunțuri adevărate:

a) 1 930 – 27 ☐ 1 930 – 45; c) 7 354 + 3 278 ☐ 7 354 + 4 089;

b) 7 950 – 2 138 ☐ 8 792 – 2 138; d) 3 759 + 345 ☐ 3 900 + 870.

9. a) Scrie numărul 10 ca suma a patru numere naturale.

b) Se poate scrie numărul natural 10 ca suma a cinci numere naturale diferite? Dar ca suma a șase numere naturale diferite? Justifică!

10. Transcrie tabelul de mai jos și completează-l!

a	2 231	22 546	123 001		20 045	
b	315			1 502		27 563
a + b		35 214		14 589		
a - b			99 999		10 258	33 256

11. a) Determină diferența, știind că scăzătorul este 2 478 și descăzutul este 37 865.

b) Determină scăzătorul, știind că descăzutul este 79 868 și diferența este 999.

c) Determină descăzutul, știind că diferența este 59 874 și scăzătorul este 124 578.

12. Ordonează crescător numerele naturale a, b și c, știind că a – b = 7 și a – c = 3.

13. Determină numerele de forma $\overline{abcd}$, știind că a este cel mai mic număr natural impar, b este cu 4 mai mare decât a, c este egal cu suma numerelor a și b, iar d este cel mai mic număr natural.

14. Calculează suma numerelor naturale de forma $\overline{ab}$, cu a > b.

15. Calculează suma numerelor naturale de forma $\overline{aaa}$.

16. Ordonează crescător numerele naturale a, b, c și d, știind că a + 4 = b – 6 = c + 9 = d – 5.

17. Folosind numerele 523 și 108, compune o problemă care să se rezolve:

a) printr-o scădere și o adunare; b) prin două operații de adunare.

Mate practică

1. În tabelul de mai jos sunt notate vânzările unei librării pe parcursul unei săptămâni.

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri

INDICAȚIE

descăzut – scăzător = diferență

descăzut = scăzător + diferență

scăzător = descăzut – diferență

termen 1 + termen 2 = sumă

termen 1 = sumă – termen 2

termen 2 = sumă – termen 1

APLICAȚIE

Tip carte	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri
Auxiliare școlare	165	138	214	305	316
Beletristică	214	326	210	312	300

i) Folosind informațiile din tabel, completează spațiile libere pentru a obține propoziții adevărate.

a) Numărul cărților vândute marți este egal cu ... .

b) Numărul cărților de beletristică vândute luni, marți și miercuri este egal cu ... .

c) Numărul auxiliarelor școlare vândute este egal cu ... .

d) Luni s-au vândut cu ... cărți mai ... decât marți.

ii) Fără a efectua calculele, precizează în care dintre zile, luni sau miercuri, s-au vândut mai multe cărți.

iii) Aproximează prin lipsă la mii numărul de cărți vândute.

2. Ana și-a propus să citească în fiecare zi cu patru pagini mai multe decât în ziua precedentă. Dacă în prima zi citește 9 pagini, determină numărul de pagini citite de Ana într-o săptămână.

Reconstituie adunările și scăderile de mai jos. Găsește cât mai multe variante.

$$\begin{array}{r} 2\,3\,\square\,5\,+ \\ 7\,3\,\square\,\square \\ \hline 9\,\square\,5\,\square \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\,\square\,4\,5\,+ \\ \square\,7\,3\,\square \\ \hline 9\,2\,\square\,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2\,\square\,\square\,- \\ \square\,7\,7 \\ \hline \square\,5\,\square \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\,\square\,1\,8\,- \\ 1\,4\,\square\,\square \\ \hline 5\,4\,\square \end{array}$$

ȘTIAȚI CĂ...?

Abacul este un instrument de calcul folosit la începuturile civilizației de către etrusci, egipteni, indieni, chinezi, azteci etc. Acesta a fost inventat independent și aproape simultan de popoare aflate în diverse părți ale lumii. A avut diferite denumiri: *soroban* – abacul japonez, *suanpan* – abacul chinezesc, *yupana* - abacul incaș. Cuvântul *abac* provine din cuvântul grecesc *abax/abakos – tablă de desen.*

3. Suma vârstelor mamei și ale celor doi copii este 38 de ani. Câți ani vor avea cei trei împreună peste 4 ani? Câți ani aveau împreună acum 2 ani?

4. Când s-a născut Mihai, tatăl său avea 31 de ani. Câți ani are acum Mihai, dacă tatăl său are 52 de ani?

5. Ana cumpără un hanorac cu 159 de lei și o geacă în valoare de 369 de lei. Câți lei îi rămân, dacă are 1 000 de lei?

6. La o cofetărie s-au vândut într-o zi 432 de prăjituri, a doua zi cu 71 mai multe, iar a treia zi, cât în primele două zile împreună. Câte prăjituri s-au vândut în cele trei zile?

7. Marius dorește să cumpere o bicicletă care costă 798 de lei. El primește de la bunici 436 de lei. De câți lei mai are nevoie pentru a cumpăra bicicleta?

8. Andrei cumpără o carte care costă 58 de lei, un stilou pentru care plătește 124 de lei și un penar în valoare de 89 de lei.

a) Cu câți lei costă mai mult stiloul decât cartea?
b) Cu câți lei costă mai puțin penarul decât stiloul?
c) Rotunjește la zeci prețul cărții. Ai obținut un număr mai mic sau mai mare? Cu cât?
d) Estimează cât a cheltuit Andrei pe cele trei obiecte, rotunjind prețurile la zeci.

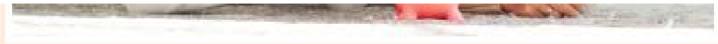
9. Un turist trebuie să parcurgă 375 km. În prima zi parcurge 139 km, iar a doua zi parcurge cu 28 km mai mult. Câți kilometri mai are de parcurs?

Proiect: Bugetul personal

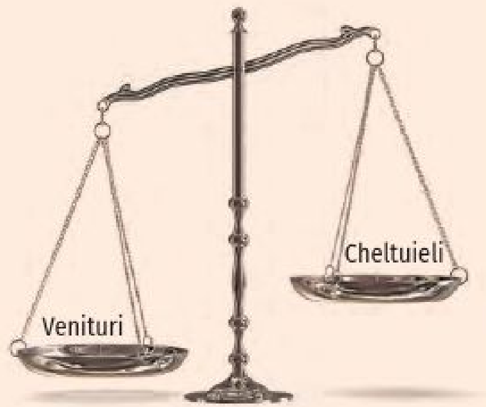
Ce veți face:

Pe o coală de hârtie veți nota:

- ce înseamnă buget personal;
- ce înseamnă venituri;
- ce înseamnă cheltuieli;
- care au fost veniturile și cheltuielile voastre din ultimele 2 luni;



- care sunt cheltuielile pe care doriți să le faceți în viitorul apropiat;
- cum veți reuși să susțineți aceste cheltuieli.



De ce veți face:

Realizând acest proiect, veți înțelege ce înseamnă buget personal, venituri și cheltuieli și veți învăța să faceți alegeri financiare mai bune.

Cum veți face:

Veți căuta pe internet sau în diverse publicații informații despre bugetul personal.

Cum veți ști dacă ați reușit:

Veți prezenta în clasă proiectul și veți întreba profesorul și colegii ce anume le-a plăcut. Apoi îi veți ruga să își argumenteze răspunsul și să vă dea sugestii pentru a vă putea îmbunătăți proiectul.

4. Înmulțirea numerelor naturale
4.1. Înmulțirea numerelor naturale. Proprietăți

Îmi amintesc

La o reuniune de familie, un bunic oferă fiecăruia dintre cei cinci nepoți un pachet care conține 2 cutii cu bomboane de ciocolată și 3 napolitane.

a) Determină numărul participanților la reuniune, știind că este de 4 ori mai mare decât numărul nepoților.

b) Câte bomboane de ciocolată conțin în total pachetele oferite, dacă o cutie cu bomboane de ciocolată conține 28 de bomboane? Rezolvă problema în două moduri. Scrie fiecare dintre rezolvări sub forma unui singur exercițiu.

c) Câte produse (napolitane și cutii cu bomboane de ciocolată) primesc împreună nepoții? Rezolvă problema în două moduri. Scrie fiecare dintre rezolvări sub forma unui singur exercițiu.

ATENȚIE!

„cu ... mai mult (mare) decât“ → adunare

„de ... ori mai mult (mare) decât“ → înmulțire

Învăț

Numerele care se înmulțesc se numesc **factori**, iar rezultatul înmulțirii se numește **produs**.

$$2 \cdot 5 = 10$$

factor factor produs

Proprietățile înmulțirii numerelor naturale

1. **Înmulțirea numerelor naturale este comutativă** (produsul a două numere naturale nu se modifică dacă schimbăm locul factorilor):

   $a \cdot b = b \cdot a$, pentru oricare numere naturale a și b.

EXEMPLU:
$2 \cdot 5 = 5 \cdot 2$

2. **Înmulțirea numerelor naturale este asociativă** (produsul a trei numere naturale nu se modifică dacă grupăm factorii în moduri diferite):

   $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, pentru oricare numere naturale a, b și c.

EXEMPLU:
$$\underbrace{\underbrace{(5 \cdot 2)}_{10} \cdot 28}_{280} = \underbrace{5 \cdot \underbrace{(2 \cdot 28)}_{56}}_{280}$$

3. Numărul **1 este element neutru**:

   $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, pentru oricare număr natural a.

EXEMPLU:
$5 \cdot 1 = 1 \cdot 5 = 5$

4. **Înmulțirea numerelor naturale este distributivă față de adunare și scădere.**

Dacă înmulțim un număr cu o sumă sau cu o diferență obținem același rezultat ca atunci când adunăm sau scădem produsele dintre acel număr și fiecare termen al sumei sau al diferenței.

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, pentru oricare numere naturale a, b și c;
$(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$, pentru oricare numere naturale a, b și c;
$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$, pentru oricare numere naturale a, b și c, $b \geq c$;
$(b - c) \cdot a = b \cdot a - c \cdot a$, pentru oricare numere naturale a, b și c, $b \geq c$.

EXEMPLE:

$5 \cdot (2 + 3) = 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3$;
$(2 + 3) \cdot 5 = 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5$;
$5 \cdot (3 - 2) = 5 \cdot 3 - 5 \cdot 2$;
$(3 - 2) \cdot 5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5$.

OBSERVĂ!

$$\begin{array}{r l}
3258\ \cdot & \\
234 & \\
\hline
13032 & \leftarrow 4 \cdot 3258 = 13032 \\
9774 & \leftarrow 3 \cdot 3258 = 9774 \\
6516 & \leftarrow 2 \cdot 3258 = 6516 \\
\hline
762372 &
\end{array}
\left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} \text{se produse parțiale}$$

Nu se scriu produsele parțiale obținute prin înmulțirea cu 0:

$$\begin{array}{r}
25340\ \cdot \\
720 \\
\hline
5068 \\
17738 \\
\hline
18244800
\end{array}$$

$$\begin{array}{r l}
3249\ \cdot & \\
102 & \\
\hline
6498 & \leftarrow 2 \cdot 3\,249 = 6\,498 \\
3249 & \leftarrow 1 \cdot 3\,249 = 3\,249 \\
\hline
331398 &
\end{array}$$

Exerciții rezolvate

1. Determină numerele naturale a și b, $b \geq 2$, pentru care $(a + 3) \cdot (b - 2) = 18$.

Rezolvare:

Știm că $18 = 1 \cdot 18 = 2 \cdot 9 = 3 \cdot 6 = 6 \cdot 3 = 9 \cdot 2 = 18 \cdot 1$.

Deoarece $a + 3$ este număr natural, $a + 3 \geq 3$. Cum $(a + 3) \cdot (b - 2) = 18$, sunt posibile cazurile:

- $a + 3 = 3$ și $b - 2 = 6$, cu soluția $a = 0$ și $b = 8$;
- $a + 3 = 6$ și $b - 2 = 3$, cu soluția $a = 3$ și $b = 5$;
- $a + 3 = 9$ și $b - 2 = 2$, cu soluția $a = 6$ și $b = 4$;
- $a + 3 = 18$ și $b - 2 = 1$, cu soluția $a = 15$ și $b = 3$.

Așadar, $a = 0$ și $b = 8$ sau $a = 3$ și $b = 5$ sau $a = 6$ și $b = 4$ sau $a = 15$ și $b = 3$.

2. Calculează $2x + 8y + 9z$, știind că $x + y = 28$ și $2y + 3z = 66$.

Rezolvare:

Observăm că x apare numai în egalitatea $x + y = 28$ și z apare numai în egalitatea $2y + 3z = 66$. În expresia $2x + 8y + 9z$ apar termenii $2x$ și $9z$, pe care îi obținem calculând $2 \cdot (x + y)$ și $3 \cdot (2y + 3z)$.

Dacă $x + y = 28$, atunci $2 \cdot (x + y) = 2 \cdot 28$. Așadar, $2 \cdot x + 2 \cdot y = 56$.

Dacă $2y + 3z = 66$, atunci $3 \cdot (2y + 3z) = 3 \cdot 66$. Așadar, $6 \cdot y + 9 \cdot z = 198$.

$2x + 8y + 9z = 2 \cdot x + 2 \cdot y + 6 \cdot y + 9 \cdot z = 56 + 198 = 254$.

Aplic

1. a) Cum se numesc numerele care se înmulțesc? Dar rezultatul înmulțirii?

b) Care sunt proprietățile înmulțirii numerelor naturale? Ilustrează-le prin exemple.

2. Calculează:

a) $2\,534 \cdot 1\,000$; c) $17\,253 \cdot 100$; e) $1\,400 \cdot 100$;

b) $12 \cdot 100\,000$; d) $725\,431 \cdot 10$; f) $152\,430 \cdot 1\,000$.

3. Completează spațiile punctate, astfel încât să obții enunțuri adevărate:

a) Produsul numerelor 2 504 și 25 este egal cu ... .

b) Dublul numărului 45 este ... .

c) Mărind numărul 2 034 de 100 de ori obținem numărul ... .

OBSERVĂ!

$86 \cdot 10 = 860$

$2\,351 \cdot 100 = 235\,100$

$125 \cdot 1\,000 = 125\,000$

d) Numărul mai mare de 15 ori decât 10 031 este ... .

4. Asociază fiecărei înmulțiri din coloana A rezultatul corespunzător din coloana B.

A.	B.
$23 \cdot 56$	127 332
$101 \cdot 39$	8 917 425
$2\,003 \cdot 3\,002$	1 288
$524 \cdot 243$	3 939
$297 \cdot 30\,025$	31 209
	6 013 006

INDICAȚIE

a) $32 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 25 \cdot 5 =$
$= (32 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 25) \cdot 10$

5. Efectuează rapid, grupând convenabil factorii:

a) $32 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 25 \cdot 5$;
b) $25 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 20$;
c) $4 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 5$;
d) $12 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 25$.

INDICAȚIE

a) $73 \cdot 110 =$
$73 \cdot (100 + 10) =$
$73 \cdot 100 + 73 \cdot 10$

6. Calculează rapid, scriind convenabil unul dintre factori:

a) $73 \cdot 110$; b) $48 \cdot 9$; c) $43 \cdot 999$; d) $24 \cdot 1\,002$; e) $56 \cdot 101$.

7. Fără a calcula produsele, completează căsuțele cu unul dintre semnele <, >, = pentru a obține enunțuri adevărate:

a) $35 \cdot 42\,201$ ☐ $32\,345 \cdot 35$;
c) $23 \cdot (425 - 366)$ ☐ $23 \cdot 425 - 23 \cdot 366$;
b) $23 \cdot (46 \cdot 17)$ ☐ $(23 \cdot 56) \cdot 17$;
d) $7 \cdot 15 \cdot 28$ ☐ $0 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 28$.

8. Scrie în casetă A, dacă propoziția este adevărată și F, dacă propoziția este falsă.

a) Produsul numerelor 12 și 450 este 5 400. $\boxed{A}$
b) Numărul mai mare de 1 000 de ori decât 250 este 1 250. ☐
c) Rezultatul calculului $0 \cdot 125\,045$ este 125 045. ☐
d) $3\,251 \cdot 12 > 3\,521 \cdot 12$. ☐
e) $32 \cdot (256 - 102) = 32 \cdot 256 - 102$. ☐
f) $(1\,025 + 589) \cdot 15 = 1\,025 \cdot 15 + 589 \cdot 15$. ☐

9. Completează căsuțele cu numere, astfel încât să obții enunțuri adevărate:

a) $3\,252 \cdot$ ☐ $= 0$;
d) $23 + 23 + 23 + 23 =$ ☐ $\cdot 23$;
b) ☐ $\cdot\, 2\,368 = 2\,368$;
e) $45 \cdot (23 + 327) = 45 \cdot 23 +$ ☐ $\cdot$ ☐;
c) $235 \cdot 5\,648 = 5\,648 \cdot$ ☐;
f) $256 \cdot ($☐ $- 125) =$ ☐ $\cdot 230 -$ ☐ $\cdot 125$.

10. Produsul a două numere naturale este egal cu 27. Determină numerele.

11. Câte numere de trei cifre, care au produsul cifrelor egal cu 8, există?

12. Determină numerele naturale de forma $\overline{ab8}$, care au produsul cifrelor egal cu 72.

13. a) Calculează $a \cdot (b \cdot c)$, știind că a, b, c sunt numere naturale, $a \cdot b = 150$ și $c = 32$.
b) Calculează $2 \cdot a \cdot (3 \cdot b \cdot c)$, știind că a, b, c sunt numere naturale, $c \cdot a = 125$ și $b = 80$.

14. a) Determină numerele naturale a și b, $a \geq 3, b \geq 8$, pentru care $(a - 3) \cdot (b - 8) = 0$.
b) Determină numerele naturale a și b, $b \geq 6$ pentru care $(a + 1) \cdot (b - 6) = 12$.

15. Scrie numărul 10 ca produsul unor numere naturale a căror sumă este egală cu 10.

16. Câte numere de forma $\overline{2a3b}$, care au produsul cifrelor egal cu 0, există?

17. Calculează $2a + 3b + c$, știind că a, b, c sunt numere naturale, $a + b = 17$ și $b + c = 23$.

18. Calculează $5a + 7b + 2c$, știind că a, b, c sunt numere naturale, $a + b = 10$ și $b + c = 51$.

Mate practică

ȘTIAȚI CĂ...?

- Simbolul „x" pentru înmulțire a fost folosit pentru prima oară în cartea *Clavis Mathematicae* (*Cheia matematicii*), scrisă de William Oughtred în 1628 și publicată în 1631.
- Punctul „·" a fost propus în 1631 de Thomas Harriot (1560 - 1621) și impus ca simbol pentru înmulțire de Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716).

INVESTIGAȚIE

Să aflăm mai multe despre ţările vecine cu România! Urmează paşii de mai jos:

1. Caută informații oficiale despre capitala, limba oficială, suprafața și numărul de locuitori (estimat) pentru fiecare dintre țările vecine cu țara noastră.
2. Notează și

1. Un kilogram de mere costă 3 lei, iar un kilogram de kiwi costă de 3 ori mai mult. Cât costă 15 kilograme de kiwi?

2. Alin cumpără 15 caiete de dictando la prețul de 9 lei fiecare, 8 caiete de matematică la prețul de 8 lei fiecare și 2 blocuri de desen la prețul de 13 lei fiecare.

   a) Cât a plătit Alin pentru rechizitele cumpărate?

   b) Pentru a plăti, Alin folosește 3 bancnote de 50 de lei și 8 bancnote de 10 lei. Ce rest primește?

3. La o florărie, un buchet format din 4 gerbere și un trandafir costă 52 de lei. Cât costă un buchet format din 12 gerbere și 3 trandafiri?

4. Zilnic, o fabrică de dulciuri produce 80 000 de bomboane de ciocolată neagră și 35 000 de bomboane de ciocolată albă. Câte bomboane produce în total în 7 zile? Rezolvă în două moduri.

organizează datele într-un tabel.

3. Scrie numele țărilor vecine României în ordinea crescătoare a suprafeței lor și apoi a numărului aproximativ de locuitori. Care dintre țări se află pe același loc în ambele ordonări?

4. Prezintă în fața clasei rezultatele investigației realizate de tine.

4.2. Factor comun

Descopăr

Un robot industrial execută 240 de piese de același fel într-o oră. Determină numărul de piese executate de robot în două zile, știind că în prima zi funcționează 12 ore, iar a doua zi funcționează 8 ore.

a) Scrie rezolvările efectuate de cei doi copii.

Primul copil rezolvă problema astfel:

$240 \cdot 12 = 2\,880$ piese (executate în prima zi)
$240 \cdot 8 = 1\,920$ piese (executate a doua zi)
$2\,880 + 1\,920 = 4\,800$ piese (executate în cele două zile)
$240 \cdot 12 + 240 \cdot 8 =$
$= 2\,880 + 1\,920 = 4\,800$

Al doilea copil rezolvă problema astfel:

$12 + 8 = 20$ ore (funcționează robotul în cele două zile)
$240 \cdot 20 = 4\,800$ piese (execută robotul în cele două zile)
$240 \cdot (12 + 8) =$
$= 240 \cdot 20 = 4\,800$

Observăm că
$\mathbf{240} \cdot 12 + \mathbf{240} \cdot 8 =$
$= \mathbf{240} \cdot (12 + 8)$.

b) Scrie rezolvarea efectuată de fiecare copil într-un singur exercițiu.

Învăț

Dacă fiecare termen al unei adunări sau al unei scăderi este scris ca produs de doi factori și unul dintre factori apare în ambii termeni, atunci acel factor se numește **factor comun**.

În suma $a \cdot b + a \cdot c$ (a, b și c sunt numere naturale), respectiv în diferența $a \cdot b - a \cdot c$ (a, b și c sunt numere naturale, $b > c$) există factorul comun a. În acest caz putem scrie:

$$\mathbf{a} \cdot b + \mathbf{a} \cdot c = \mathbf{a} \cdot (b + c)$$

factor comun

$$\mathbf{a} \cdot b - \mathbf{a} \cdot c = \mathbf{a} \cdot (b - c)$$

factor comun

EXEMPLE:

$15 \cdot 12 + 15 \cdot 27 = 15 \cdot (12 + 27)$

$62 \cdot 28 - 62 \cdot 14 = 62 \cdot (28 - 14)$

Exercițiu rezolvat

Calculează folosind factorul comun:

a) $14\,015 \cdot 103 + 202 \cdot 14\,015 + 14\,015 \cdot 15$;

b) $1\,324 \cdot 115 - 1\,324 + 1\,324 \cdot 6$;

c) $19 \cdot 178 + 19 \cdot 22 - 200 \cdot 17$.

Rezolvare:

a) $14\,015 \cdot 103 + 202 \cdot 14\,015 + 14\,015 \cdot 15 =$

$= 14\,015 \cdot (103 + 202 + 15) = 14\,015 \cdot 320 = 4\,484\,800$;

b) $1\,324 \cdot 115 - \mathbf{1\,324} + 1\,324 \cdot 6 = 1\,324 \cdot 115 - \mathbf{1\,324 \cdot 1} + 1\,324 \cdot 6 =$

$= 1\,324 \cdot (115 - 1 + 6) = 1\,324 \cdot 120 = 158\,880$.

c) Există cazuri în care nu putem da factor comun între toți termenii.

Pentru a efectua $19 \cdot 178 + 19 \cdot 22 - 200 \cdot 17$, mai întâi dăm factor comun pe 19 între primii doi termeni:

$19 \cdot 178 + 19 \cdot 22 - 200 \cdot 17 = 19 \cdot (178 + 22) - 200 \cdot 17 = 19 \cdot 200 - 200 \cdot 17$.

Observăm că 200 a devenit acum factor comun:

$19 \cdot 200 - 200 \cdot 17 = 200 \cdot (19 - 17) = 200 \cdot 2 = 400$.

Aplic

1. Calculează folosind factorul comun:

a) $4 \cdot 15 + 4 \cdot 85$;

b) $5 + 5 \cdot 7 + 5 \cdot 15$;

c) $220 \cdot 26 + 24 \cdot 323 - 24 \cdot 103$;

d) $71 \cdot 10 + 71 \cdot 50 + 140 \cdot 71$;

e) $342 \cdot 201 - 201 - 201 \cdot 30$;

f) $493 + 52 \cdot 493 - 493 \cdot 11$;

g) $302 \cdot 23 + 302 \cdot 15 - 17 \cdot 302 + 302$;

h) $5\,423 \cdot 943 - 722 \cdot 5\,423 - 7 \cdot 5\,423 - 28 \cdot 5\,423$;

i) $2\,022 \cdot 1\,010 + 2\,022 \cdot 1\,013 - 2\,023 \cdot 2\,012$;

j) $15 \cdot 19 \cdot 5 + 15 \cdot 19 \cdot 6 - 15 \cdot 19$.

2. Scrie numărul $2\,023 \cdot 1\,012 + 1\,014 \cdot 2\,023 + 2\,026$ ca produs de două numere pare consecutive.

3. Calculează:

APLICAȚIE

Calculează, folosind factorul comun și metoda lui Gauss, suma numerelor pare nenule mai mici sau egale decât 100.

(Un număr natural diferit de zero se numește **număr natural nenul**.)

3. Calculează:

a) $3 \cdot a + 3 \cdot b$, știind că a și b sunt numere naturale și $a + b = 125$;

b) $12 \cdot a - 12 \cdot b$, știind că a și b sunt numere naturale și $a - b = 50$;

c) $a \cdot 105 + 105 \cdot b - c \cdot 105$, știind că a, b și c sunt numere naturale și $a + b - c = 2$;

d) $12 \cdot x - 9 \cdot y + 8$, știind că x și y sunt numere naturale și $4 \cdot x - 3 \cdot y + 5 = 15$.

4. Alin scrie toate numerele naturale cuprinse între $3 \cdot 25$ și $3 \cdot 37$, iar Ana scrie toate numerele naturale de la $17 \cdot 99$ până la $17 \cdot 101$. Colegul lor, Dan, afirmă că Ana și Alin au scris la fel de multe numere. Afirmația lui Dan este adevărată sau falsă? Justifică.

5. Calculează:

a) $(2 + 4 + 6 + ... + 100) : (1 + 2 + 3 + ... + 50)$;

b) $(10 + 20 + 30 + ... + 2\,000) : (5 + 10 + 15 + ... + 1\,000)$.

5. Împărțirea numerelor naturale
5.1. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale

Descopăr

INDICAȚIE

1 m = 100 cm

ATENȚIE!

- „cu ... mai puțin (mic) decât“ → scădere
- „de ... ori mai puțin (mic) decât“ → împărțire

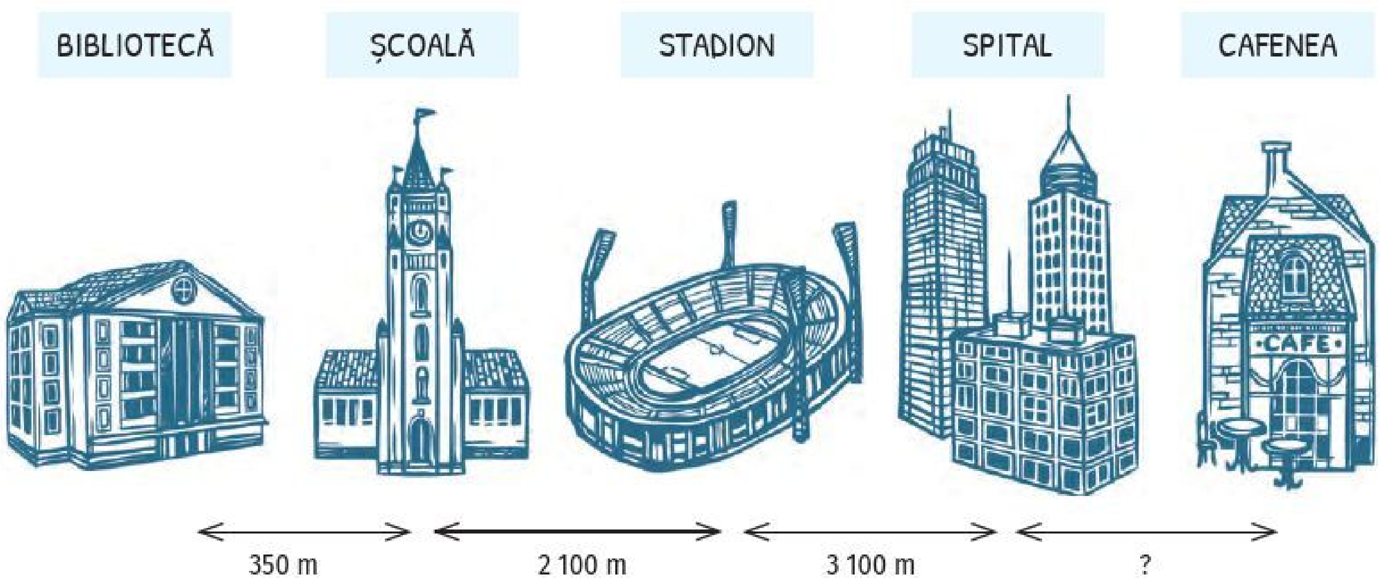
Pentru rezolvarea cerințelor a) și b), folosește desenul de mai jos și exprimă distanțele în centimetri.

a) Mihai merge de la școală la bibliotecă. Știind că lungimea pasului băiatului este egală cu 50 cm, determină numărul de pași pe care îi face Mihai pentru a parcurge această distanță.

b) De la școală la stadion Dan face 3 000 de pași. Ce lungime are pasul lui Dan?

c) De câte ori e mai mare distanța parcursă de Dan decât distanța parcursă de Mihai?

d) Determinați distanța dintre spital și cafenea, știind că este de 3 ori mai mică decât distanța dintre bibliotecă și spital.



Învăț

ATENȚIE!

- Împărțitorul este întotdeauna diferit de 0.
- 0 : a = 0, pentru oricare număr natural nenul a.

Numerele care se împart se numesc **factori**, iar rezultatul obținut se numește **cât**. Numărul care se împarte se numește **deîmpărțit**, iar numărul la care se împarte se numește **împărțitor**.

$$\underbrace{\underset{\textbf{deîmpărțit}}{210\,000} : \underset{\textbf{împărțitor}}{35\,000}}_{\textbf{factori}} = 6 \leftarrow \textbf{cât}$$

Dacă a și b sunt două numere naturale, astfel încât b ≠ 0, **câtul împărțirii exacte** între a și b, notat a : b, este numărul natural c pentru care a = b · c.

EXEMPLU:

Pentru a calcula 15 840 : 32, procedăm astfel:

1. Observăm că deîmpărțitul (15 840) este un număr natural de ordinul zecilor de mii. Nu putem începe cu împărțirea zecilor de mii, deoarece la ordinul zecilor de mii avem cifra 1 și 1 < 32. Nu putem începe nici cu împărțirea miilor, deoarece avem 15 mii și 15 < 32. Putem începe cu împărțirea sutelor, deoarece avem 158 de sute și 158 > 32.

   Ne gândim: De câte ori îl cuprinde 158 pe 32?

   158 îl cuprinde pe 32 de 4 ori, deci prima cifră a câtului este 4.

   4 • 32 = 128; 158 − 128 = 30 < 32.

```
15840 : 32 = 495
128
=304
 288
 =160
  160
  ===
```

2. Coborâm cifra zecilor și obținem 304 zeci.

   Ne gândim: De câte ori îl cuprinde 304 pe 32?

   304 îl cuprinde pe 32 de 9 ori, deci a doua cifră a câtului este 9.

   9 • 32 = 288; 304 − 288 = 16 < 32.

3. Coborâm cifra unităților și obținem 160 de unități.

   Ne gândim: De câte ori îl cuprinde 160 pe 32?

   160 îl cuprinde pe 32 de 5 ori, deci 5 este a treia cifră a câtului.

   5 • 32 = 160; 160 − 160 = 0.

Exercițiu rezolvat

La un restaurant au fost aduse 72 kg de roșii pentru care s-au plătit 432 de lei și castraveți pentru care s-au plătit 156 de lei.

a) Ce preț s-a plătit pentru un kilogram de roșii?

b) Câte kilograme de castraveți s-au cumpărat, dacă prețul unui kilogram de castraveți

ȘTIAȚI CĂ...?

• Simbolul „:" pentru împărțire a fost propus în 1684 de matematicianul este de două ori mai mic decât prețul unui kilogram de roșii?

Rezolvare:

a) 432 : 72 = 6 lei (costă 1 kg de roșii)

b) 6 : 2 = 3 lei (costă 1 kg de castraveți)

156 : 3 = 52 kg de castraveți (s-au cumpărat)

Aplic

1. Calculează:

a) 13 500 : 100;
b) 72 457 200 : 10;
c) 23 450 000 : 1 000;
d) 6 400 : 80;
e) 45 000 : 500;
f) 5 145 : 49;
g) 34 925 : 635;
h) 68 750 : 25.

Gottfried Wilhelm Leibniz în cartea *Acta Eruditorum* (*Jurnalul savanților*), deși acest simbol a mai fost folosit în 1657, de William Oughtred.

- În manuscrisul indian Bakhshali, ce datează din secolul al XII-lea, simbolul folosit pentru împărțire este „← →".

OBSERVĂ!

570 : 10 = 57

125 000 : 100 = 1 250

2. Completează spațiile punctate pentru a obține enunțuri adevărate:

a) Rezultatul calculului 4 725 : 15 este egal cu ... .

b) Numărul de 20 de ori mai mic decât 10 500 este ... .

c) Rotunjirea la mii a câtului numerelor 752 557 și 13 este numărul natural ... .

d) Numărul 12 604 e de ... mai ... decât 4.

3. a) De câte ori e mai mare numărul 219 379 decât numărul 509?

b) De câte ori e mai mic numărul 19 decât numărul 201 077?

INDICAȚIE

deîmpărțit : împărțitor = cât

deîmpărțit = împărțitor · cât

împărțitor = deîmpărțit : cât

4. Transcrie tabelele de mai jos și completează-le, știind că d este deîmpărțitul, î este împărțitorul, iar c este câtul:

d	î	c
435	5	
1 248	24	
95 930	362	
75 000	100	
32 403 000	1 000	

d	î	c
16 432		158
996 800		1 120
40 128		32
	752	1 200
	290	59

5. a) Ordonează crescător numerele naturale nenule a, b și c, știind că a : b = 12 și b : c = 5.

b) Ordonează descrescător numerele naturale nenule a, b și c, știind că a : b = 7 și a : c = 10.

c) Ordonează crescător numerele naturale nenule a, b, c și d, știind că a : 4 = b : 6 = c : 5 = d : 8.

Mate practică

1. La un magazin sunt 2 534 kg de fructe în lăzi a câte 7 kg. Câte lăzi cu fructe sunt?

2. Elevii unei școli gimnaziale au pregătit cadouri identice pentru cei 52 de copii dintr-un orfelinat. Ei au cumpărat 208 portocale, 104 ciocolate, 260 de napolitane, 52 de sticle de suc și 364 de articole de îmbrăcăminte. Câte produse de fiecare fel conține un cadou?

cadou?

3. Un tricou este de trei ori mai ieftin decât un hanorac, iar acesta este de patru ori mai ieftin decât o geacă în valoare de 468 de lei. Determină prețul tricoului.

4. La un cinematograf, un bilet pentru adulți costă 24 de lei, iar un bilet pentru copii costă 18 lei. Într-o zi s-au încasat 5 634 de lei din vânzarea biletelor. Determină câte bilete pentru adulți s-au vândut, știind că s-au dat 109 bilete pentru copii.

5. La un magazin au fost aduse 13 248 de sticle de apă plată, livrate în baxuri a câte 12 sticle. Câte baxuri au fost aduse?

6. O persoană schimbă la bancă 180 de bancnote de 50 de lei în bancnote de 200 de lei. Câte bancnote de 200 de lei primește?

7. Pentru o tabără la mare, un grup format din 45 de copii a plătit 51 390 de lei. Cât ar trebui să plătească un grup format din 51 de copii pentru aceeași tabără?

8. Un producător a vândut 500 kg de mere, la același preț, la două magazine. De la primul magazin a primit 470 de lei, iar de la al doilea a primit 530 de lei.

a) Care a fost prețul unui kilogram de mere?

b) Câte kilograme de mere a vândut fiecărui magazin?

5.2. Împărțirea cu rest a numerelor naturale

Îmi amintesc

Mama are 7 bomboane pe care le împarte în mod egal celor doi copii ai săi. Câte bomboane primește fiecare copil? Câte bomboane îi rămân mamei?

Învăț

Dacă restul unei împărțiri este nenul, spunem că avem o împărțire cu rest, iar dacă restul este egal cu 0, spunem că avem o împărțire exactă.

$$\underbrace{125}_{\text{deîmpărțit}} : \overbrace{9}^{\text{împărțitor}} = \underbrace{13}_{\text{cât}}, \text{ rest } \overbrace{8}^{\text{rest}}$$

d : î = c, rest r, r < î (deîmpărțit : împărțitor = cât, rest r, rest < împărțitor)

d = î · c + r (deîmpărțit = împărțitor · cât + rest)

OBSERVAȚIE

Pentru oricare numere naturale a și b, cu b ≠ 0, există și sunt unice numerele naturale c și r, numite cât și, respectiv, rest, astfel încât a = b · c + r și r < b.

EXEMPLU:

125 : 9 = 13, rest 8

125 = 9 · 13 + 8

EXEMPLU:

Pentru a calcula 12 345 : 283 procedăm astfel:

1. Observăm că deîmpărțitul (12 345) este un număr natural de ordinul zecilor de mii. Nu putem începe cu împărțirea zecilor de mii, deoarece la ordinul zecilor de mii avem cifra 1 și 1 < 283, nici cu împărțirea miilor, deoarece avem 12 mii și 12 < 283, nici cu împărțirea sutelor, deoarece avem 123 de sute și 123 < 283. Putem începe cu împărțirea zecilor, deoarece avem 1 234 de zeci și 1 234 > 283.

   Ne gândim: De câte ori îl cuprinde 1 234 pe 283?

   1 234 îl cuprinde pe 283 de 4 ori, deci prima cifră a câtului este 4.

   283 · 4 = 1 132; 1 234 − 1 132 = 102 < 283.

$$\begin{array}{l} 12345 : 283 = \underbrace{43}_{\text{cât}} \\ \underline{1132} \\ =1025 \\ \;\;\underline{849} \\ \;=\underbrace{176}_{\text{rest}} \end{array}$$

2. Coborâm cifra unităților și obținem 1 025 de unități.

2. Coborâm cifra unităților și obținem 1 025 de unități.

Ne gândim: De câte ori îl cuprinde 1 025 pe 283?

1 025 îl cuprinde pe 283 de 3 ori, deci a doua cifră a câtului este 3. $283 \cdot 3 = 849$; $1\,025 - 849 = 176 < 283$. Restul împărțirii este 176.

$12\,345 : 283 = 43$, rest 176

Exercițiu rezolvat

a) Determină numerele naturale care, împărțite la 6, dau câtul egal cu 125.

b) Determină numerele naturale nenule care, împărțite la 8, dau câtul egal cu dublul restului.

Rezolvare:

a) Scriem împărțirea: $d : 6 = 125$, rest r și $r < 6$.

Obținem $d = 6 \cdot 125 + r = 750 + r$. Cum restul împărțirii poate fi 0, 1, 2, 3, 4 sau 5 ($r < 6$), d poate lua valorile: 750, 751, 752, 753, 754, 755.

b) Scriem împărțirea: $d : 8 = c$, rest r și $r < 8$.

Obținem d = 8 · c + r. Cum câtul împărțirii este egal cu dublul restului (adică c = 2r) avem d = 8 · 2r + r = 17 r. Restul împărțirii poate fi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 sau 7 (r < 8) și d poate lua valorile: 0, 17, 34, 51, 68, 85, 102, 119. Cum d este număr natural nenul, obținem că d poate fi 17, 34, 51, 68, 85, 102, 119.

Aplic

1. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos.

a) Câtul împărțirii numărului 3 725 la 15 este egal cu:

A. 248; B. 5; C. 15; D. 3 720.

b) Restul împărțirii numărului 70 031 la 100 este egal cu:

A. 700; B. 69 931; C. 31; D. 1.

2. A. Estimează câtul fiecăreia dintre împărțirile de mai jos. Justifică estimarea făcută.

a) 29 521 : 6; d) 2 732 451 : 7 452;

b) 367 512 : 23; e) 12 547 000 : 1 000;

c) 41 570 : 100; f) 2 354 100 : 10 025.

B. Efectuează împărțirile și compară câturile obținute cu estimările făcute la punctul A.

3. Completează spațiile punctate pentru a obține enunțuri adevărate:

a) Împărțind numărul natural a la 14 se obține câtul 10 și restul 7. Numărul natural a este egal cu ... .

b) Cel mai mare număr natural care, prin împărțire la 15, dă câtul 120 este ... .

c) Numerele naturale care, prin împărțire la 6, dau câtul 301 sunt ... .

4. A. Afirmația „Câtul împărțirii 25 025 : 100 este 25." este:

a) adevărată; b) falsă.

B. Alin afirmă că „restul împărțirii numărului natural a = 1 · 2 · 3 · ... · 9 la 10 este egal cu 0". Afirmația lui Alin este:

a) adevărată; b) falsă.

Exemplu: A. b) falsă

5. Există numere naturale care, împărțite la 8, să dea restul 11? Justifică.

OBSERVAȚII

- Deoarece restul împărțirii unui număr natural la 2 poate fi 0 sau 1, orice număr natural poate fi scris sub forma 2n sau 2n + 1, unde n e număr natural.
- Deoarece restul împărțirii unui număr natural la 3 poate fi 0, 1 sau 2, orice număr natural poate fi scris sub forma 3n, 3n + 1 sau 3n + 2, unde n este număr natural.

6. Determină deîmpărțitul, dacă împărțitorul este un număr natural de o cifră, câtul este egal cu 13 și restul este egal cu 8.

7. Transcrie tabelele de mai jos și completează-le, știind că d este deîmpărțitul, î este împărțitorul, c este câtul, iar r este restul.

d	î	c	r
32 503	1 000		
7 259	25		
325 042	203		
1 300 142	4 005		
18 230		12	230
47 967		432	15

d	î	c	r
	1 000	702	361
	372	16	10
2 170	170		130
112 688	1 005		128
76			11
1 111			111

8. Scrie trei numere naturale care dau restul 4 prin împărțire la:

a) 7; b) 10; c) 425.

9. Scrie trei numere naturale care dau câtul 5 prin împărțire la:
a) 6; b) 20; c) 400.

10. Determină suma tuturor resturilor posibile, diferite, care se obțin prin împărțirea unui număr natural la 11.

11. a) Câte numere naturale dau câtul 720 prin împărțirea la 43?
b) Determină suma numerelor naturale care dau câtul 100 prin împărțire la 10.
c) Determină cel mai mare număr natural care, prin împărțire la 12, dă câtul 104.
d) Determină cel mai mic număr natural care, prin împărțire la 152, dă câtul 1 003.

12. Într-o împărțire, deîmpărțitul este 39 și restul este 4. Determină suma dintre cât și împărțitor. Analizează toate cazurile posibile.

13. Determină numerele naturale nenule care, prin împărțire la 7, dau câtul egal cu restul.

14. Determină toate numerele naturale care, prin împărțire la 15, dau restul egal cu triplul câtului.

15. Există numere naturale care, prin împărțire la 6, dau restul egal cu 3, iar prin împărțire la 3 dau restul egal cu 1? Justifică.

16. Determină restul împărțirii numărului $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2020 + 15$ la 100.

Mate practică

1. O florăreasă are 240 de flori cu care dorește să facă buchete formate din 7 flori.
a) Care e numărul maxim de buchete pe care le poate face?
b) De câte flori are nevoie pentru a mai forma încă un buchet?

2. Reușește Bianca să citească o carte de 384 de pagini în 7 zile, citind același număr de pagini în fiecare zi? Justifică.

3. Andrei cumpără două cutii a câte 28 de bomboane pe care le împarte în mod egal prietenilor și colegilor săi. Câte bomboane primește fiecare copil, dacă bomboanele sunt împărțite la 18 copii și lui Andrei îi rămân 2 bomboane?

4. Un camion cu capacitatea de 9 tone trebuie să transporte 125 de tone de marfă. Care este numărul minim de transporturi pe care trebuie să le facă? Câte tone de marfă va duce la ultimul transport?

5. Alina a avut între 20 și 30 de lei. Ea a cumpărat 6 caiete la același preț fără a cheltui toți banii pe care îi avea. Știind că banii pe care i-a avut nu erau suficienți pentru a cumpăra 7 caiete, determină cât costă un caiet cumpărat de Alina și câți lei a avut aceasta.

6. Tu și colegii tăi trebuie să faceți echipe de câte 6 pentru a juca un joc.

a) Fiecare dintre elevii clasei tale face parte dintr-o echipă? Dacă da, câte echipe se formează?

b) Dacă rămân colegi care nu fac parte dintr-o echipă, câte echipe s-au format și de câți copii este nevoie pentru a se forma încă o echipă?

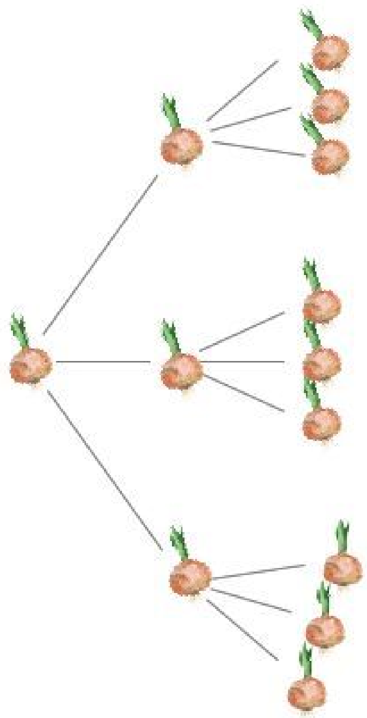
7. La o fabrică de conserve s-au preparat într-o zi 2 188 kg de zacuscă. Aceasta trebuie pusă în borcane de 800 g sau de 750 g. Care dintre cele două tipuri de borcane poate fi folosit, dacă toată zacusca trebuie pusă în borcane de același tip? Câte borcane sunt necesare în acest caz?

INDICAȚIE

Exprimă cantitatea de zacuscă în grame (1 kg = 1 000 g).

6. Puterea cu exponent natural a unui număr natural

6.1. Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul unui număr natural



Descopăr

Un grădinar a primit cadou un bulb de lalea pe care l-a plantat. În toamna aceluiași an, a obținut 3 bulbi de lalea din acesta. Anul următor, a plantat cei trei bulbi și toamna a obținut câte 3 bulbi din fiecare bulb plantat. A continuat astfel mulți ani. Câți bulbi de lalea a obținut grădinarul în toamna celui de-al cincilea an?

În toamna primului an, grădinarul are 3 bulbi, în toamna celui de-al doilea an are $3 \cdot 3 = 9$ bulbi, în toamna celui de-al treilea an are $9 \cdot 3 = 27$ de bulbi, în toamna celui de-al patrulea an are $27 \cdot 3 = 81$ de bulbi, iar în toamna celui de-al cincilea an are $81 \cdot 3 = 243$ de bulbi.

Putem calcula numărul de bulbi pe care îi obține grădinarul în toamna celui de-al cincilea an și astfel: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$ de bulbi.

Produsul $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{\text{5 factori}}$ se poate scrie 3^5 și se citește „trei la puterea a cincea".

Învăț

Dacă a și n sunt numere naturale, n > 1, atunci $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n factori}}$ se notează a^n, se citește „a la puterea n" și reprezintă **puterea a n-a a numărului natural a**.

În acest caz, a se numește **bază**, iar n se numește **exponent**.

exponent

$$a^n$$

(a și n sunt numere naturale, n > 1)

bază

bază

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{n \text{ factori}}$, pentru oricare numere naturale a și n, n > 1.

Prin convenție, $a^0 = 1$, pentru oricare număr natural nenul a,
$a^1 = a$, pentru oricare număr natural a.

Nu se definește 0^0.

Dacă a este un număr natural, atunci puterea a^2 se numește **pătratul** lui a.

Exerciții rezolvate

1. Calculează a + b + c + d, știind că $a = 2^0$, $b= 3^1$, $c= 4^2$, $d = 5^3$.

Rezolvare:

$a = 2^0 = 1$, $b = 3^1 = 3$, $c = 4^2 = 16$, $d = 5^3 = 125$.

$a + b + c + d = 2^0 + 3^1 + 4^2 + 5^3 = 1 + 3 + 16 + 125 = 145$.

2. Determină ultima cifră a numărului $a = 3^{2\,022}$.

Rezolvare:

Calculăm primele 12 puteri nenule ale lui 3:

$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$
$3^5 = 243$	$3^6 = 729$	$3^7 = 2\,187$	$3^8 = 6\,561$
$3^9 = 19\,683$	$3^{10} = 59\,049$	$3^{11} = 177\,147$	$3^{12} = 531\,441$

Observăm că ultima cifră a puterilor nenule ale lui 3 se repetă din 4 în 4. Deoarece $2\,022 : 4 = 505$, rest 2, puterea $3^{2\,022}$ se va scrie pe coloana a doua și va avea ultima cifră egală cu ultima cifră a numărului 3^2, adică 9.

3. Arată că numerele $a = 2\,457$, $b = 2^{2\,023} + 5^{2\,024}$, $c = 2\,024^2 - 2\,024$ și $d = 5n + 3$, unde n este număr natural nu sunt pătratele unor numere naturale.

Rezolvare:

Ultima cifră a unui număr natural poate fi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sau 9. Vom calcula ultima cifră a pătratului unui număr natural:

Ultima cifră a numărului natural n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ultima cifră a numărului natural n^2	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1

- Conform tabelului de mai sus, ultima cifră a pătratului unui număr natural poate fi 0, 1, 4, 5, 6 sau 9. Cum ultima cifră a numărului $a = 2\,457$ este 7, deducem că acesta nu e pătratul unui număr natural.

- Pentru a demonstra că numărul $b = 2^{2\,023} + 5^{2\,024}$ nu este pătratul unui număr natural, îi vom calcula ultima cifră. Prin urmare, vom determina ultima cifră a puterilor $2^{2\,023}$ și $5^{2\,024}$.

Calculând primele 5 puteri nenule ale lui 2 ($2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$) observăm că ultima cifră a puterilor nenule ale lui 2 se repetă din 4 în 4. Deoarece $2\,023 : 4 = 505$, rest 3, puterea $2^{2\,023}$ va avea ultima cifră egală cu ultima cifră a numărului

ȘTIAȚI CĂ...?

- Dacă a este un număr natural, atunci puterea a^3 se numește **cubul** lui a.
- Un număr natural care se poate scrie ca puterea a doua a unui număr natural se numește **pătrat perfect**.
- Un număr natural care se poate scrie ca puterea a treia a unui număr natural se numește **cub perfect**.

OBSERVAȚII

- Ultima cifră a pătratului unui număr natural este una dintre cifrele: 0, 1, 4, 5, 6 sau 9.
- Dacă ultima cifră a unui număr natural este 2, 3, 7 sau 8, atunci numărul nu este pătratul unui număr natural.

2^3, adică 8.

Ultima cifră a oricărei puteri a lui 5 este 5, deci ultima cifră a puterii $5^{2\,024}$ este 5.

Așadar, ultima cifră a numărului $b = 2^{2\,023} + 5^{2\,024}$ este ultima cifră a sumei $8 + 5$, adică 3.

Cum ultima cifră a pătratului unui număr natural poate fi 0, 1, 4, 5, 6 sau 9, iar ultima cifră a numărului b este 3, deducem că acesta nu e pătratul unui număr natural.

- $c = 2\,024^2 - 2\,024 = 2\,024 \cdot 2\,024 - 2\,024 \cdot 1 = 2\,024\,(2\,024 - 1) = 2\,024 \cdot 2\,023$

$2\,023^2 < 2\,023 \cdot 2\,024 < 2\,024^2$

Așadar, $2\,023^2 < c < 2\,024^2$, de unde obținem că numărul c nu este pătratul unui număr natural (se află între pătratele a două numere naturale consecutive).

- Ultima cifră a numărului $5n$ este 0 sau 5, pentru oricare număr natural n. Așadar, ultima cifră a numărului $d = 5n + 3$ este $0 + 3 = 3$ sau $5 + 3 = 8$, pentru oricare număr natural n. Deducem că numărul d nu e pătratul unui număr natural.

ATENȚIE!

Pentru a arăta că un număr natural nu e pătratul unui număr natural există mai multe metode:

- se arată că ultima cifră a numărului nu poate fi ultima cifră a pătratului unui număr natural;
- se demonstrează că numărul se află între pătratele a două numere naturale consecutive.

UNITATEA 1 **Operații cu numere naturale**

ȘTIAȚI CĂ...?

- Noțiunea de putere este întâlnită prima dată în lucrarea matematicianului grec Hipocrate din Chios (secolul al V-lea î. Hr.).
- Cuvântul *putere* (*potentia*) a fost folosit pentru prima dată de către Rafael Bombelli, în secolul al XVI-lea, și făcea referire numai la pătratele numerelor.
- Notația a^n a fost introdusă de René Descartes (1596-1650), care a extins noțiunea de putere pentru exponenți mai mari decât 2, dar numere naturale.

Aplic

1. Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

a) Baza puterii 7^{10} este ... .

b) Exponentul puterii 4^5 este ... .

c) Dacă $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^a$, atunci numărul natural a este egal cu ... .

2. a) Calculează pătratele primelor 21 de numere naturale.

b) Calculează puterea a treia a primelor 11 numere naturale.

c) Scrie patru numere naturale care se pot scrie atât ca puterea a doua, cât şi ca puterea a treia a unor numere naturale.

3. Scrie numerele de două cifre care sunt pătratele unor numere naturale.

4. Transcrie și completează tabelul de mai jos:

a	4	7	10	6	1					5	11	6	102
n	3	2	5	3	20	3	2	4	1				
a^n						8	81	0	6	125	1	36	102

5. Calculează, efectuând mai întâi ridicările la putere:

a) $3^2 + 5^3$; c) $3^3 + 4^3 + 5^3$; e) $11^2 + 10^3$;

b) $2^6 - 4^3 + 0^2$; d) $7^2 + 8^2 - 9^2 - 5^2$; f) $26^2 - 24^2 - 10^2$.

6. Arată că următoarele numere naturale sunt pătratele unor numere naturale:

a) 144; b) 324; c) 400; d) 900.

7. Arată că următoarele numere naturale nu sunt pătratele unor numere naturale:

a) 3 702; b) 7 038; c) 26; d) 120.

8. Scrie ca putere cu baza 2 următoarele numere:

a) 4; c) 2; e) 128;

b) 32; d) 1; f) 1 024.

9. Scrie ca putere cu baza 10 următoarele numere:

a) 100; b) 10; c) 10 000; d) 100 000 000.

10. Scrie ca putere cu exponentul 2 următoarele numere:

a) 25; c) 100; e) 49; g) 0; i) 1;

b) 64; d) 81; f) 121; h) 10 000; j) 144.

11. Arată că numărul $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot ... \cdot 2\,021 + 2\,022$ nu e pătratul unui număr natural.

12. Demonstrează că numărul $a = 10n + 3$ nu este pătratul unui număr natural, pentru oricare număr natural n.

13. Arată că numărul $a = 2\,023 \cdot 2\,023 - 2\,023 - 2\,022$ este pătratul unui număr natural.

14. Arată că numărul $a = 405 \cdot 405 + 2 \cdot 405 - 405$ nu este pătratul unui număr natural.

15. Determină ultima cifră a următoarelor numere:

a) 2^{304}; b) 4^{500}; c) 19^{91}; d) $8^{2\,007} + 9^{2\,008}$.

16. Demonstrează că numărul $5^{2\,023} + 6^{2\,024} + 11^{2\,025}$ nu e pătratul unui număr natural.

17. Determină restul împărțirii la 10 a numărului $99^{99} + 98^{98}$.

18. Determină restul împărțirii la 5 a numărului $2\,023^{2\,023}$.

INDICAȚIE

Se calculează ultima cifră a numărului.

6.2. Reguli de calcul cu puteri

Descopăr

1) $3^5 \cdot 3^2 = (\underbrace{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}_{5\text{ factori}})\cdot(\underbrace{3\cdot 3}_{2\text{ factori}}) = \underbrace{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}_{5+2=7\text{ factori}} = 3^7 = 3^{5+2}$.

2) $3^5 : 3^2 = (\underbrace{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}_{5\text{ factori}}) : (\underbrace{3\cdot 3}_{2\text{ factori}}) = [\underbrace{(3\cdot 3\cdot 3)\cdot(3\cdot 3)}_{5\text{ factori}}] : (\underbrace{3\cdot 3}_{2\text{ factori}}) = 3\cdot 3\cdot 3\cdot 1 = 3^3 = 3^{5-2}$.

3) $(3^5)^2 = \underbrace{3^5\cdot 3^5}_{2\text{ factori}} = 3^{5+5} = 3^{5\cdot 2} = 3^{10}$.

$(3^2)^5 = \underbrace{3^2\cdot 3^2\cdot 3^2\cdot 3^2\cdot 3^2}_{5\text{ factori}} = 3^{2+2+2+2+2} = 3^{2\cdot 5} = 3^{10}$.

4) $(2\cdot 3)^5 = (2\cdot 3)\cdot(2\cdot 3)\cdot(2\cdot 3)\cdot(2\cdot 3)\cdot(2\cdot 3) = (\underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}_{5\text{ factori}})\cdot(\underbrace{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}_{5\text{ factori}}) = 2^5\cdot 3^5$.

5) $6^4 : 2^4 = (6\cdot 6\cdot 6\cdot 6) : (2\cdot 2\cdot 2\cdot 2) = [(3\cdot 2)\cdot(3\cdot 2)\cdot(3\cdot 2)\cdot(3\cdot 2)] : (2\cdot 2\cdot 2\cdot 2) =$

$= [(3\cdot 3\cdot 3\cdot 3)\cdot(2\cdot 2\cdot 2\cdot 2)] : (2\cdot 2\cdot 2\cdot 2) = 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3 = (6:2)\cdot(6:2)\cdot(6:2)\cdot(6:2) = (6:2)^4$.

Învăț

Dacă a și b sunt numere naturale nenule, atunci:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, pentru oricare numere naturale m și n;

$a^m : a^n = a^{m-n}$, pentru oricare numere naturale m și n, m≥n;

$(a^m)^n = a^{m\cdot n}$, pentru oricare numere naturale m și n;

$a^n \cdot b^n = (a\cdot b)^n$, pentru oricare număr natural n;

$a^n : b^n = (a:b)^n$, pentru oricare număr natural n.

EXEMPLE:

$2^6\cdot 2^4 = 2^{6+4} = 2^{10}$;

$5^9 : 5^7 = 5^{9-7} = 5^2$;

$(2^5)^3 = 2^{5\cdot 3} = 2^{15}$;

$3^4\cdot 5^4 = (3\cdot 5)^4 = 15^4$;

$10^6 : 5^6 = (10:5)^6 = 2^6$.

Exercitii rezolvate

1. Scrie sub forma unei puteri: a) $3^4 \cdot 3^6 \cdot 3^5 : (3^3)^4$; b) $25^{10} \cdot 5^{30} : 125^{16} : (5^3)^0$.

Rezolvare:

a) $3^4 \cdot 3^6 \cdot 3^5 : (3^3)^4 = 3^{4+6+5} : 3^{3 \cdot 4} = 3^{15} : 3^{12} = 3^{15-12} = 3^3$;

b) Vom scrie bazele puterilor ca puteri ale lui 5 astfel: $25 = 5^2$ și $125 = 5^3$.

$25^{10} \cdot 5^{30} : 125^{16} : (5^3)^0 = (5^2)^{10} \cdot 5^{30} : (5^3)^{16} : (5^3)^0 =$

$= 5^{2 \cdot 10} \cdot 5^{30} : 5^{3 \cdot 16} : 1 = 5^{20} \cdot 5^{30} : 5^{48} = 5^{20+30-48} = 5^2$.

2. Scrie următoarele numere sub forma unui produs, utilizând factorul comun:

a) $8^{100} - 3 \cdot 8^{98} - 8^{97} \cdot 7$; b) $2^{11} \cdot 3^9 + 6^8 \cdot 5 + 2^{10} \cdot 3^8$.

Rezolvare:

a) $8^{100} - 3 \cdot 8^{98} - 8^{97} \cdot 7 = 8^3 \cdot 8^{97} - 3 \cdot 8^1 \cdot 8^{97} - 8^{97} \cdot 7 =$

$= 8^{97} \cdot (8^3 - 3 \cdot 8^1 - 7) = 8^{97} \cdot (512 - 24 - 7) = 8^{97} \cdot 481$;

b) $2^{11} \cdot 3^9 + 6^8 \cdot 5 + 2^{10} \cdot 3^8 = (2^3 \cdot 2^8) \cdot (3^8 \cdot 3) + 6^8 \cdot 5 + (2^2 \cdot 2^8) \cdot 3^8 = 2^3 \cdot (2^8 \cdot 3^8) \cdot 3 + 6^8 \cdot 5 +$

$+ 2^2 \cdot (2^8 \cdot 3^8) = 2^3 \cdot 6^8 \cdot 3 + 6^8 \cdot 5 + 2^2 \cdot 6^8 = 6^8 \cdot (2^3 \cdot 3 + 5 + 2^2) = 6^8 \cdot (8 \cdot 3 + 5 + 4) = 6^8 \cdot 33$.

UNITATEA 1 Operații cu numere naturale

PORTOFOLIU

Pe o coală notează enunțurile de mai jos și calculele pe care le faci pentru a rezolva sarcinile.

1) Să ne imaginăm că avem o coală de hârtie care se întinde la nesfârșit. Suprapuse, 8 coli de acest tip au o grosime de 1 milimetru. Îndoim această coală de 18 ori. Care estimezi că va fi grosimea colii îndoite? Este mai apropiată de grosimea unei cărți (4 cm), de înălțimea unei persoane (165 cm) sau de înălțimea unui bloc cu 10 etaje (33 m)?

2) Compară grosimea care s-ar obține dacă am îndoi foaia de 51 de ori cu distanța de la Pământ la Soare.

Aplic

1. Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

a) Rezultatul calculului $4^{2\,022} : 4$ este ... .

b) Dacă $(7^3)^a = 1$, atunci a este egal cu ... .

c) Dacă $a = 15^8$ și $b = 3^8$, atunci rezultatul calculului a : b este ... .

d) Dublul numărului 2^{10} este ... .

2. Scrie sub forma unei singure puteri:

a) $3^5 \cdot 3^6$; f) $7^9 : 7^7$; k) $(3^2)^5$;

b) $15^{10} \cdot 15^4$; g) $15^{200} : 15^{100}$; l) $(4^{25})^4$;

c) $5^4 \cdot 5^3 \cdot 5^2$; h) $2^{27} : 2^{23}$; m) $(9^3)^0$;

d) $7^{10} \cdot 7^5 \cdot 7^4 \cdot 7$; i) $6^{50} : 6^{25} : 6^{25}$; n) $[(2^3)^4]^5$;

e) $2^{16} \cdot 2^8 \cdot 2^4 \cdot 2^2 \cdot 2$; j) $19^{40} : 19^{13} : 19^{10}$; o) $[(8^5)^4]^{10}$.

3. Scrie sub forma unei singure puteri:

a) $5^7 \cdot 3^7$; c) $7^8 \cdot 5^8 \cdot 2^8$; e) $1\,250^{20} : 25^{20}$;

b) $2^{10} \cdot 9^{10}$; d) $200^{100} : 20^{100}$; f) $1\,034^{10} : 2^{10}$.

4. Scrie ca putere cu baza 2 următoarele numere:

a) 128^1; b) 4^3; c) 8^{20}; d) 16^4; e) $(32^5)^3$.

5. Scrie sub forma unei singure puteri:

a) $2^4 \cdot 4^5$; f) $1\,000^3 : 100^4$; k) $3^{10} \cdot 27^{40} : 81^{32^1}$;

b) $9^3 \cdot 3^9$; g) $128^5 : 2^{17}$; l) $10^{60} \cdot 100^2 : 1\,000^{20}$;

c) $5 \cdot (25^2)^3 \cdot 125^3$; h) $27^{15} : (9^{10})^2$; m) $(4^7)^2 \cdot 4^{9^2} : 64^{30}$;

d) $27^{10} \cdot 81^{2^2} \cdot 9^4$; i) $125^{10} : 25^5$; n) $(7^2)^5 \cdot 7^{11} \cdot 7^{12} : 49^{16}$;

e) $100^{10} \cdot 1\,000^{20} \cdot 10\,000^5$; j) $256^{2^3} : 8^{10}$; o) $8^{2^5} \cdot 8^{30} \cdot (8^4)^{10} : 128^{35}$.

6. Scrie următoarele numere sub formă de produs, utilizând factorul comun:

a) $2^{50} + 2^{51} + 2^{52}$; d) $11^{14} - 11^{12} \cdot 2 - 3 \cdot 11^{13}$;

b) $4 \cdot 3^{14} + 2 \cdot 3^{16} + 3^{18}$; e) $3^{10} \cdot 5^{12} - 5^{11} \cdot 3^9 \cdot 4 + 15^{12} \cdot 2$;

c) $7 \cdot 5^{20} + 6 \cdot 5^{21} + 3 \cdot 5^{22}$;   f) $2^{24} \cdot 5^{22} - 5^{20} \cdot 2^{22} \cdot 3 - 100^{10} \cdot 2$.

7. a) Arată că numărul $a = 4 \cdot 10^{20} + 4 \cdot 10^{21} + 10^{22}$ este pătratul unui număr natural.

b) Arată că numărul $a = 2 \cdot 5^{92} + 2 \cdot 5^{91} + 4 \cdot 5^{90}$ se poate scrie ca puterea a treia a unui număr natural.

8. Demonstrează că numărul $x = 5^{2n} + 2 \cdot 5^{2n+1} + 5^{2n+2}$ este pătratul unui număr natural, pentru oricare număr natural n.

9. Arată că $2^{n+3} \cdot 3^{n+1} + 5 \cdot 6^n + 2^{n+2} \cdot 3^n = 2^n \cdot 3^{n+1} \cdot 11$, pentru oricare număr natural n.

10. Arată că $(2 \cdot 15^n + 4 \cdot 3^{n+1} \cdot 5^n + 5^{n+2} \cdot 3^n) : 39 = 15^n$, pentru oricare număr natural n.

11. a) Scrie numărul 5^{102} ca suma a două pătrate ale unor numere naturale.

b) Scrie numărul 13^{101} ca suma a două pătrate ale unor numere naturale.

OBSERVAȚIE

În general, $(a^m)^n \neq a^{m^n}$.
De exemplu, $(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$, iar $2^{3^4} = 2^{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = 2^{81}$.

6.3. Compararea puterilor

Descopăr

Jack a sădit două plante fermecate: un caprifoi și o iederă, având lungimea egală cu 2 dm și, respectiv, 3 dm. În fiecare zi, începând cu a doua, caprifoiul își dublează lungimea, iar iedera își triplează lungimea. Care dintre cele două plante va avea lungimea mai mică în a zecea zi?

Rezolvare:

Deoarece $2^{10} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot ... \cdot 2 \cdot 2}_{10 \text{ factori}}$, $3^{10} = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot ... \cdot 3 \cdot 3}_{10 \text{ factori}}$ și $2 < 3$,

obținem $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot ... \cdot 2}_{10 \text{ factori}} < \underbrace{3 \cdot 3 \cdot ... \cdot 3}_{10 \text{ factori}}$, de unde rezultă că $2^{10} < 3^{10}$.

Învăț

1. Compararea puterilor cu același exponent

Dintre două puteri cu același exponent (nenul), este mai mare cea care are baza mai mare.

Dacă a și b sunt două numere naturale și $a > b$, atunci $a^n > b^n$, pentru oricare număr natural nenul n.

EXEMPLU: $4^{25} > 3^{25}$, deoarece puterile au același exponent și $4 > 3$.

2. Compararea puterilor care au aceeași bază

Dintre două puteri cu aceeași bază (număr natural mai mare decât 1), este mai mare cea cu exponentul mai mare.

Dacă m și n sunt două numere naturale, astfel încât $m > n$, atunci $a^m > a^n$, pentru oricare număr natural a, $a > 1$.

EXEMPLU: $2^7 > 2^3$, deoarece puterile au aceeași bază și $7 > 3$.

3. Compararea puterilor care nu au aceeași bază și nici același exponent

Dacă puterile nu au aceeași bază și nici același exponent, încercăm să obținem aceeași bază sau același exponent.

EXEMPLE:

- Pentru a compara numerele 2^{40} și 8^{14}, le aducem la aceeași bază, baza 2, deoarece 8 este putere a lui 2. Astfel,

$8^{14} = (2^3)^{14} = 2^{42}$. Deoarece puterile 2^{40} și 2^{42} au aceeași bază și $42 > 40$, rezultă $2^{42} > 2^{40}$. Așadar, $8^{14} > 2^{40}$.

- Pentru a compara numerele 9^{50} și 27^{32}, le aducem la aceeași bază, baza 3, deoarece 9 și 27 sunt puteri ale lui 3. Astfel, $9^{50} = (3^2)^{50} = 3^{100}$ și $27^{32} = (3^3)^{32} = 3^{96}$. Deoarece puterile 3^{100} și 3^{96} au aceeași bază și $100 > 96$, rezultă că $3^{100} > 3^{96}$. Așadar, $9^{50} > 27^{32}$.
- Pentru a compara numerele 3^{30} și 5^{20}, le aducem la același exponent. Observăm că $30 = 3 \cdot 10$ și $20 = 2 \cdot 10$, deci 10 este factor comun al celor două produse. Atunci:

  $3^{30} = 3^{3 \cdot 10} = (3^3)^{10} = 27^{10}$ și $5^{20} = 5^{2 \cdot 10} = (5^2)^{10} = 25^{10}$. Deoarece $25 < 27$, obținem că $25^{10} < 27^{10}$, deci $5^{20} < 3^{30}$.

Exercițiu rezolvat

Ordonează descrescător numerele 2^{45}, 8^{13} și 32^{10}.

Rezolvare:

Pentru a compara numerele 2^{45}, 8^{13} și 32^{10}, le aducem la aceeași bază, baza 2 (deoarece 2, 8 și 32 sunt puteri ale lui 2). Astfel, $8^{13} = (2^3)^{13} = 2^{39}$ și $32^{10} = (2^5)^{10} = 2^{50}$. Trebuie să comparăm 2^{45}, 2^{39} și 2^{50}. Deoarece puterile au aceeași bază și $50 > 45 > 39$, rezultă $2^{50} > 2^{45} > 2^{39}$, deci $32^{10} > 2^{45} > 8^{13}$.

Aplic

1. Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

a) Dintre numerele 7^{10} și 7^{15} mai mare este ... .

b) Dintre numerele 10^{20} și 13^{20} mai mic este ... .

2. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos.

a) Dintre următoarele seturi de numere, cel scris în ordine crescătoare este:

A. $4^{10}, 4^{15}, 4^{13}, 4^{20}$;
C. $4^{10}, 4^{13}, 4^{15}, 4^{20}$;
B. $4^{15}, 4^{13}, 4^{20}, 4^{10}$;
D. $4^{20}, 4^{15}, 4^{13}, 4^{10}$.

b) Dintre următoarele seturi de numere, cel scris în ordine descrescătoare este:

A. $33^{10}, 27^{10}, 45^{10}, 100^{10}$;
C. $27^{10}, 45^{10}, 33^{10}, 100^{10}$;
B. $27^{10}, 33^{10}, 45^{10}, 100^{10}$;
D. $100^{10}, 45^{10}, 33^{10}, 27^{10}$.

3. Compară numerele:

a) 38^{20} și 38^{17};
c) 17^{25} și 17^{35};
e) $2\,021^{20}$ și $2\,022^{20}$;
b) 123^{100} și 123^{200};
d) 72^{15} și 83^{15};
f) $7\,025^{32}$ și 725^{32}.

4. Scrie în casetă numărul mai mare din fiecare pereche:

a) 2^{17} și 4^{9}; $\square$
c) 7^{35} și 49^{20}; $\square$
e) 10^{50} și $100\,000^{15}$; $\square$
b) 4^{30} și 64^{9}; $\square$
d) 5^{100} și 125^{40}; $\square$
f) 100^{40} și $10\,000^{17}$. $\square$

5. Compară numerele:

a) 9^{30} și 27^{22};
c) 125^{12} și 25^{15};
e) 4^{50} și 32^{20};
b) 8^{60} și 16^{16};
d) 100^{40} și $1\,000^{30}$;
f) 27^{6} și 81^{5}.

6. Scrie în casetă numărul mai mic din fiecare pereche:

a) 2^{33} și 3^{22}; $\square$
c) 2^{35} și 5^{15}; $\square$
e) 6^{90} și 15^{60}; $\square$
b) 5^{20} și 3^{30}; $\square$
d) 49^{20} și 16^{30}; $\square$
f) 10^{100} și 3^{200}. $\square$

7. Ordonează crescător numerele:

a) $16^{4}, 2^{6}, 8^{5}$ și 4^{6},
b) $5^{60}, 11^{40}, 2^{140}$ și 3^{80}.

8. Ordonează descrescător numerele:

a) 8^{100}, 32^{70} și 64^{45}
b) 30^{30}, 20^{50} și 50^{20}

ȘTIAȚI CĂ... ?

$11^2 = 121$

$111^2 = 12\,321$

$1\,111^2 = 1\,234\,321$

$11\,111^2 = 123\,454\,321$

....

$111\,111\,111^2 =$
$= 12\,345\,678\,987\,654\,321$

9. Compară numerele:

a) $a = 10^{90}$ și $b = 5^{126}$; b) $a = 4^{125}$ și $b = 10^{50} \cdot 125^{10}$.

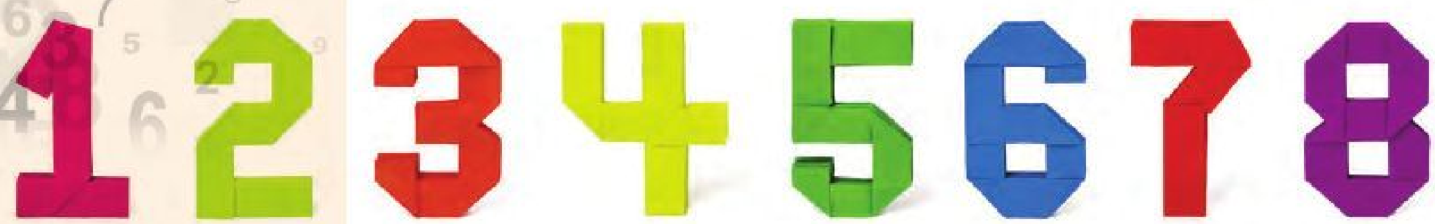
10. Compară numerele a și b:

a) $a = 3^{100} + 3^{101} + 3^{102}$ și $b = 10 \cdot 9^{52} - 9^{53}$;

b) $a = 2^{124} + 2^{123} - 2^{122} + 2^{121} + 3 \cdot 2^{120}$ și $b = 5^{49} + 5^{49} + 5^{49} + 5^{49} + 5^{49}$;

c) $a = 3^{n+2} - 3^{n}$ și $b = 2^{n+3} - 2^{n+1} - 5 \cdot 2^{n}$, unde n este număr natural;

d) $a = 3^{35} - 9^{17}$ și $b = 2^{1} \cdot 4^{2} \cdot 8^{3} \cdot 16^{4} \cdot 32^{5} : (2^{3} \cdot 3 - 2^{4})$.



7. Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2

Descopăr

1. Stabilește corespondențele:

un milion | zece mii | o mie | o sută de mii | un miliard | o sută de milioane

10^5 | 10^7 | 10^4 | 10^8 | 10^9 | 10^6 | 10^3

2. Scrie numerele 435 și 10 073 ca sumă de produse după modelul:

$2\,452 = 2 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 1$

$2\,452 = 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$

ȘTIAȚI CĂ...?

Puterile lui 10 au denumiri interesante: 10^6 - milion, 10^9 - miliard (bilion), 10^{12} - trilion. Numărul 10^{100} - este numit *googol*, termen folosit de matematicianul american Edward Kasner în cartea sa, *Matematica și imaginația* (1940).

Învăț

Sistemul de numerație zecimal

Oricare număr natural *n* se poate scrie în mod unic ca o sumă de produse în care unul dintre factori este o cifră a sa, iar celălalt este o putere a lui 10, care are ca exponent un număr egal cu numărul de cifre ale lui *n* ce urmează după cifra din produsul respectiv. Această scriere a numărului natural *n* se numește **scriere în baza 10**.

Scrierea numărului 70 359 în baza 10 este:
$70\,359 = 7 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$.

Scrierea de mai sus a numerelor naturale, împreună cu operațiile de adunare, scădere, înmulțire și împărțire constituie **sistemul de numerație în baza 10** sau **sistemul de numerație zecimal**. Pentru scrierea unui număr natural în baza 10 se folosesc cele zece cifre: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

În scrierea
$2\,452 = 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$,
fiecare termen al sumei este un produs între o cifră a numărului și o putere a lui 10.

Sistemul de numerație binar

Computerele folosesc **sistemul binar de numerație, care are baza 2** (două unități de

Computerele folosesc **sistemul binar de numerație, care are baza 2** (două unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin superior). Pentru scrierea unui număr natural în baza 2 se folosesc cifrele 0 și 1.

Când lucrăm cu mai multe baze de numerație, e necesar să scriem și bazele în care sunt numerele. De exemplu, $111_{(10)}$ indică un număr scris în baza 10, iar $111_{(2)}$ indică un număr scris în baza 2.

Pentru a scrie un număr natural în sistemul de numerație binar se fac împărțiri succesive la 2, iar numărul căutat e format din ultimul cât nenul, urmat de resturi, scrise în ordinea inversă obținerii lor.

Trecerea unui număr din baza 2 în baza 10 se face astfel:

$111_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 1 = 7_{(10)}$

$10011_{(2)} = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 1 = 19_{(10)}$

EXEMPLU:

$23_{(10)} = ?_{(2)}$

23 : 2 = 11, rest 1

11 : 2 = 5, rest 1

5 : 2 = 2, rest 1

2 : 2 = 1, rest 0

$23_{(10)} = 10111_{(2)}$

UNITATEA 1 Operații cu numere naturale

OBSERVAȚIE

Un număr natural de două cifre, $\overline{ab}$, se scrie în baza 10 astfel:
$\overline{ab} = a \cdot 10 + b$.

Un număr natural de trei cifre, $\overline{abc}$, se scrie în baza 10 astfel:
$\overline{abc} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c$.

Exerciții rezolvate

1. Scrie numărul 2 023 ca sumă de puteri ale lui 2.

Rezolvare:

Vom scrie numărul 2 023 în baza 2.

1) 2 023 : 2 = 1 011, rest 1	6) 63 : 2 = 31, rest 1
2) 1 011 : 2 = 505, rest 1	7) 31 : 2 = 15, rest 1
3) 505 : 2 = 252, rest 1	8) 15 : 2=7, rest 1
4) 252 : 2 = 126, rest 0	9) 7 : 2 = 3, rest 1
5) 126 : 2 = 63, rest 0	10) 3 : 2 = 1, rest 1

Obținem $2\,023_{(10)} = 11111100111_{(2)}$.

$11111100111_{(2)} = 1 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$.

Astfel, $2\,023 = 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0$.

2. Determină numărul de forma $\overline{ab}$ pentru care $\overline{ab5} + \overline{3ab} = 558$.

Rezolvare:

Folosind scrierea numerelor $\overline{ab5}$ și $\overline{3ab}$ în baza 10, $\overline{ab5} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + 5$ și $\overline{3ab} = 3 \cdot 10^2 + a \cdot 10 + b$, obținem $(a \cdot 100 + b \cdot 10 + 5) + (3 \cdot 100 + a \cdot 10 + b) = 558$.

De aici rezultă $110 \cdot a + 11 \cdot b + 305 = 558$. Dăm factor comun pe 11 între primii doi termeni și obținem $11 \cdot (10 \cdot a + b) + 305 = 558$. De aici, $11 \cdot \overline{ab} = 253$ și $\overline{ab} = 23$.

Aplic

1. Scrie numerele următoare după model: $27 = 2 \cdot 10 + 7$.

a) 39; b) 7 250; c) 324; d) 10 078; e) 280 007.

2. Scrie numerele următoare în baza 10:

a) $10001_{(2)}$; b) $101_{(2)}$; c) $1001101_{(2)}$; d) $10101010_{(2)}$.

3. Scrie numerele următoare în baza 2:

a) 10; b) 15; c) 45; d) 132; e) 200.

4. Scrie în casetele de mai jos valoarea de adevăr a propozițiilor (A, dacă propoziția este adevărată, F, dacă propoziția este falsă):

a) $2\,023 = 2 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10 + 3$; ☐ c) $3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 = 321\,000$; ☐

b) $17_{(10)} = 1000_{(2)}$; ☐ d) $11101_{(2)} = 28_{(10)}$. ☐

5. Scrie ca sumă de puteri ale lui 2 următoarele numere:

a) 8; b) 97; c) 100; d) 127.

INDICAȚIE

Se descompun numerele în baza 10.

6. Determină câtul împărțirii numărului $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ la $a + b + c$.

7. Determină numerele naturale de forma $\overline{ab}$, cu proprietatea $\overline{ab} + \overline{ba} = 88$.

8. Calculează $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$, știind că $a + b + c = 7$.

9. a) Determină numărul de forma $\overline{ab}$ pentru care $\overline{2ab} + \overline{ab6} = 393$.

b) Determină numărul de forma $\overline{ab}$ pentru care $\overline{5ab3} + \overline{ab26} = 9\,319$.

10. Determină numerele naturale de forma $\overline{ab}$, cu proprietatea $\overline{ab} + \overline{ba} = 3a + 3b + 32$.

INDICAȚIE

Răsturnatul numărului natural $\overline{ab}$ este numărul natural $\overline{ba}$.

11. Determină numerele naturale de două cifre, știind că diferența dintre număr și răsturnatul său este 36.

12. Determină numerele naturale de forma $\overline{ab}$ pentru care $\overline{ab} + \overline{ba}$ este pătratul unui număr natural.

8. Ordinea efectuării operațiilor. Utilizarea parantezelor: rotunde, pătrate și acolade

Învăț

Adunarea și scăderea sunt operații de ordinul I, înmulțirea și împărțirea sunt operații de ordinul II, iar ridicarea la putere este operație de ordinul III.

- Dacă într-un exercițiu fără paranteze se întâlnesc numai operații de același ordin, acestea se efectuează în ordinea în care sunt scrise.

EXEMPLE:

$\underbrace{2\,405 - 628}_{1\,777} + 147 = 1\,777 + 147 = 1\,924$; $\underbrace{2\,240 : 16}_{140} \cdot 4 = 140 \cdot 4 = 560$;

$\underbrace{3\,208 - 1\,053}_{2\,155} - 24 = 2\,155 - 24 = 2\,131$; $\underbrace{7\,560 : 40}_{189} : 9 = 189 : 9 = 21$.

- Dacă într-un exercițiu fără paranteze se întâlnesc operații de ordine diferite, se efectuează întâi operațiile de ordinul III, apoi operațiile de ordinul II și, după acestea, operațiile de ordinul I.

EXEMPLU:

$4 \cdot 2^3 + 51 \cdot 20 - 324 : 18 + 30 = \underbrace{4 \cdot 8}_{32} + \underbrace{51 \cdot 20}_{1020} - \underbrace{324 : 18}_{18} + 30 = \underbrace{32 + 1\,020}_{1\,052} - 18 + 30 =$

$= \underbrace{1\,052 - 18}_{1\,034} + 30 = 1\,034 + 30 = 1\,064$.

- Dacă într-un exercițiu se întâlnesc paranteze rotunde ( ), paranteze pătrate [ ], acolade { }, se efectuează întâi operațiile din parantezele rotunde, apoi operațiile din parantezele pătrate și apoi operațiile din acolade. Atunci când într-un exercițiu sunt paranteze în paranteze, întotdeauna vei lucra din interior spre exterior.

EXEMPLU:

$\{270 : [258 - 4 \cdot (215 - 173)] + 27\} \cdot 5 = \{270 : [258 - 4 \cdot (215 - 173)] + 27\} \cdot 5 =$

$= [270 : [258 - 4 \cdot (215 - 173)] + 27] \cdot 5 = [270 : [258 - 4 \cdot \underbrace{(215 - 173)}_{42}] + 27] \cdot 5 =$

$= [270 : (258 - \underbrace{4 \cdot 42}_{168}) + 27] \cdot 5 = [270 : (\underbrace{258 - 168}_{90}) + 27] \cdot 5 = (\underbrace{270 : 90}_{3} + 27) \cdot 5 =$

$= (\underbrace{3 + 27}_{30}) \cdot 5 = 30 \cdot 5 = 150.$

Aplic

1. Calculează:

a) 1 253 + 478 − 230;
b) 17 253 + 23 277 − 14 002;
c) 278 030 + 12 500 − 138 924;
d) 12 305 − 10 408 + 1 320;
e) 1 798 − 432 + 722;
f) 279 800 − 32 025 + 15 402.

2. Efectuează calculele:

a) 1 272 : 12 : 2;
b) 11 040 : 23 : 15;
c) 556 677 : 11 : 9;
d) 32 400 : 27 · 4 ;
e) 15 750 : 63 · 10;
f) 29 952 : 52 · 4.

UNITATEA 1

Operații cu numere naturale

ȘTIAȚI CĂ...?

- Parantezele au fost folosite prima oară în anul 1629.

3. Calculează:

a) $1\,750 + 324 : 36 - 32 \cdot 15$;

b) $64 \cdot 25 : 16 - 15 + 32$;

c) $729 : 27 : 3 + 125 : 5$;

d) $516 + 2 \cdot 18 - 144 : 12$.

4. Scrie în caseta alăturată valoarea de adevăr a propozițiilor (A, dacă propoziția este adevărată sau F, dacă propoziția este falsă):

a) $12\,304 - (250 + 7\,232) = 12\,304 - 250 + 7\,232$; $\square$

b) $75\,340 : (10 \cdot 2) = 75\,340 : 10 : 2$; $\square$

c) $7\,508 + 7\,320 - 2\,580 = 7\,508 + (7\,320 - 2\,580)$; $\square$

d) $2\,915 \cdot 16 : 8 = 2\,915 \cdot (16 : 8)$. $\square$

5. Precizează care dintre următoarele egalități sunt adevărate:

a) $32 : (4 : 2) = 32 : 4 : 2$;

b) $(100 + 60) : 20 = 100 : 20 + 60 : 20$;

c) $144 : (6 : 2) = (144 : 6) \cdot 2$;

d) $600 : (10 - 6) = 600 : 10 - 600 : 6$.

6. Transcrie și completează tabelul următor:

a	b	a - 2b	2a + 3b	$a^2 - (a - b)$	3a - b : 3
36	12				
10	0				
99	45				
125	51				

7. Compară numerele:

a) $2^4 - 3^2 + 4^3$ și $20^2 - 18^2$;

b) $(14 - 6)^2 - (203 - 199)^3$ și $3 \cdot 2^0 + 2^2 \cdot (3^2 - 3^1) - 3^3$.

8. Calculează:

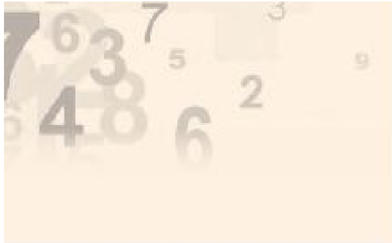
a) $(25 \cdot 6 - 1\,400 : 14) : 10 + 324 : 18$;

b) $[37 \cdot 15 - (231 + 9 \cdot 3)] \cdot 4 - 1\,100$;

c) $258 + \{[(18^2 + 16^2) : 10 - (7 \cdot 40 - 50 \cdot 5)] \cdot 3\} : 7 - 70$;

d) $48 + 2 \cdot \{1\,740 - 8 \cdot [30 + 3 \cdot (250 - 10\,918 : 53)]\}$.

e) $(2 \cdot 2^2 \cdot 2^{30} + 5^{10} \cdot 5^{26} \cdot 5^3) : (5^{33} + 2^{33})$;



e) [illegible]

f) $27^{33} : \{[9^{30} \cdot 3^{40} + (3^8 : 3^5)^{33}] : (3^0 + 3^1)\}$;

g) $[7^{50} : 7^{28} + (3^6)^5 + 8^{23} : 4^{20}] : (49^{11} + 2^{5^2 + 2^2} + 3^{30})$;

h) $5^{100} : [5^{20} \cdot 5^{38} \cdot 5^{40} + 2 \cdot 5^{83} : 5^{28} \cdot 5^{44} - 6 \cdot (15^{49} : 3^{7^2})^2] : 5$.

9. Se consideră numerele $a = (2^n \cdot 3^{n+1} + 2^{n+2} \cdot 3^n - 6^n) : 6^n$ și $b = (25^n \cdot 3^n + 4 \cdot 15^n \cdot 5^{n+1} + 6^{n+1} : 2^n \cdot 5^{2n+1}) : 51$, unde n este număr natural. Arată că $2^n \cdot a^n \cdot b$ este pătratul unui număr natural pentru oricare număr natural n.

9. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor

9.1. Metoda reducerii la unitate

Descopăr

1. Dacă 8 kg de mere costă 32 de lei, cât costă 6 kg de mere de același fel?

Rezolvare: Dacă 8 kg de mere costă 32 de lei, atunci 1 kg de mere costă de 8 ori mai puțin, adică $32 : 8 = 4$ (lei), iar 6 kg de mere costă $4 \cdot 6 = 24$ (lei).

2. 8 persoane pot termina de cules merele dintr-o livadă în 6 zile. Determină numărul de zile în care pot termina de cules merele din aceeași livadă 12 persoane.

Rezolvare: Dacă 8 persoane culeg merele din livadă în 6 zile, atunci o persoană poate culege aceeași cantitate de mere în $8 \cdot 6 = 48$ de zile, iar 12 persoane în $48 : 12 = 4$ zile.

RAȚIONAMENT

8 kg ...... 32 lei

1 kg ...... $32 : 8 = 4$ lei

6 kg ...... $6 \cdot 4 = 24$ lei

8 persoane ... 6 zile

1 persoană ... $8 \cdot 6 = 48$ zile

12 persoane ... $48 : 12 = 4$ zile

Învăț

În rezolvarea unei probleme prin **metoda reducerii la unitate** se determină întâi o unitate din mărimea care apare în problemă și apoi, cu ajutorul acesteia, se află ceea ce se cere în enunțul problemei.

Stabilirea dependenței dintre mărimi joacă un rol important în rezolvarea unei probleme prin această metodă. Se pot identifica două cazuri:

- Dacă o mărime scade (crește) de un număr de ori, atunci și cealaltă mărime scade (crește) de același număr de ori.
- Dacă o mărime scade (crește) de un număr de ori, atunci cealaltă mărime crește (scade) de același număr de ori.

Aplic

a)

3 zile

1. Pentru 6 caiete tip dictando, Alin a plătit 54 de lei. Câți lei ar fi plătit dacă ar fi cumpărat numai 5 caiete?

2. Patru robinete cu același debit umplu un bazin în 12 ore. În cât timp umplu bazinul

2. Patru robinete cu același debit umplu un bazin în 12 ore. În cât timp umplu bazinul 3 dintre acestea?

3. Din 6 000 de grame de făină se pot fabrica 8 pâini. Câte pâini se pot fabrica din 4 500 de grame de făină?

4. Cinci muncitori pot termina o lucrare în 18 zile. În cât timp pot termina aceeași lucrare 9 muncitori?

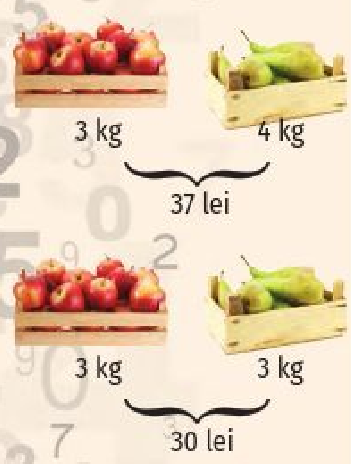
5. Alina a cumpărat 7 pixuri, iar fratele ei, Andrei, a cumpărat 6 pixuri de același fel. Copiii au achitat costul pixurilor folosind o bancnotă de 50 de lei. Determină cât au costat pixurile cumpărate de Alina, știind că au primit rest 11 lei.

6. Două familii aflate în excursie închiriază o cabană pentru care plătesc 1 645 de lei. Determină suma de bani pe care o plătește fiecare familie, știind că una dintre familii are 3 membri, iar cealaltă are 4 membri.

7. Compune câte o problemă folosindu-te de datele din figura 1. Rezolvă problema compusă de tine pentru fiecare din situațiile reprezentate la a) și b).

Figura 1

9.2. Metoda comparației



Îmi amintesc

Pentru 3 kilograme de mere și 4 kilograme de pere, Ana plătește 37 de lei. Ionuț cumpără 3 kilograme de mere și 3 kilograme de pere și plătește 30 de lei. Știind că Ana și Ionuț au cumpărat produse de același fel, determină prețul unui kilogram de mere și prețul unui kilogram de pere.

Rezolvare:

Pentru a vedea mai ușor unde apar diferențe în cele două situații, scriem datele problemei astfel:

3 kg mere .... 4 kg pere .... 37 lei

3 kg mere .... 3 kg pere .... 30 lei

Comparând datele de pe cele două linii, observăm că avem aceeași cantitate de mere, dar nu și aceeași cantitate de pere. Deducem că diferența dintre sumele de bani plătite (37 lei – 30 lei = 7 lei) provine din diferența dintre cantitățile de pere cumpărate (4 kg – 3 kg = 1 kg). Așadar, un kilogram de pere costă 7 lei.

Pentru a determina prețul unui kilogram de mere, utilizăm datele de pe prima linie:

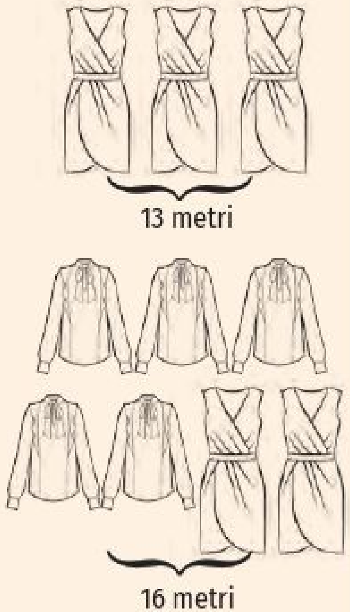
3 kg mere .... 4 kg pere .... 37 lei

Dacă un kilogram de pere costă 7 lei, atunci 4 kilograme de pere costă $4 \cdot 7 = 28$ (lei) și 3 kilograme de mere costă $37 - 28 = 9$ (lei). Așadar, un kilogram de mere costă $9 : 3 = 3$ lei.

Învăț

Metoda comparației se folosește în rezolvarea problemelor în care apar două mărimi între care se pot stabili relații. Metoda constă în aducerea uneia dintre mărimi la aceeași valoare în cele două relații și eliminarea acesteia.

Exercițiu rezolvat



La o fabrică de confecții, pentru a produce 2 bluze și 3 rochii s-au folosit 13 m de material, iar pentru a produce 5 bluze și 2 rochii s-au folosit 16 m de material. Câți metri de material s-au folosit pentru a confecționa o rochie? Dar o bluză?

Rezolvare:

Notăm datele problemei astfel:

2 bluze .... 3 rochii .... 13 m

5 bluze .... 2 rochii .... 16 m

Comparând cele două situații, observăm că nu există o valoare comună pentru niciuna dintre mărimi. Vom obține acest lucru mărind de 5 ori datele de pe prima linie și de 2 ori datele de pe a doua linie:

$5 \cdot 2$ bluze .... $5 \cdot 3$ rochii .... $5 \cdot 13$ m

$2 \cdot 5$ bluze .... $2 \cdot 2$ rochii .... $2 \cdot 16$ m

Am ajuns la o problema mai simplă:

10 bluze .... 15 rochii .... 65 m

10 bluze .... 4 rochii .... 32 m

Comparând datele de pe cele două linii, deducem că diferența 65 m − 32 m = 33 m provine din diferența dintre numărul de rochii confecționate, 15 rochii − 4 rochii = 11 rochii. Așadar, pentru a confecționa 11 rochii s-au folosit 33 m de material. Atunci, pentru confecționarea unei rochii s-au folosit 33 m : 11 = 3 m de material.

Pentru a determina câți metri de material s-au folosit pentru confecționarea unei bluze, vom folosi datele de pe prima linie:

2 bluze .... 3 rochii .... 13 m

Pentru confecționarea a 3 rochii s-au folosit 3 · 3 = 9 m de material, diferența până la 13 m, 13 m − 9 m = 4 m, fiind folosită pentru confecționarea a două bluze. Așadar, pentru a confecționa o bluză s-au folosit 4 m : 2 = 2 m de material.

Aplic

1. Pentru 2 penare și 3 stilouri, Ana a plătit 108 lei, iar pentru 2 penare și 1 stilou, Matei a plătit 52 de lei. Știind că Ana și Matei au cumpărat produse de același fel, determină prețul unui penar și prețul unui stilou.
2. 17 saci cu zahăr și 12 saci cu făină cântăresc împreună 1 390 kg, iar 13 saci cu zahăr și 12 saci cu făină cântăresc împreună 1 190 kg.

   a) Poate cântări un sac cu făină 116 kg? Justifică.

   b) Determină câte kilograme cântărește un sac cu zahăr.

   c) Determină câte kilograme cântăresc împreună 2 saci cu zahăr și 3 saci cu făină.

INDICAȚIE

Se calculează câte kilograme cântăresc 12 saci cu făină dacă un sac cântărește 116 kg.

3. Pentru 2 kilograme de portocale și 5 kilograme de banane, Alin plătește 43 de lei, iar pentru 3 kilograme de portocale și 4 kilograme de banane, de același fel, Dana plătește 40 de lei.

   a) Cât costă 6 kilograme de portocale și 15 kilograme de banane?

   b) Cât costă 6 kilograme de portocale și 8 kilograme de banane?

   c) Cât costă un kilogram de banane? Dar un kilogram de portocale?

4. 4 caiete de matematică și 9 blocuri de desen costă împreună 124 de lei, iar 5 caiete de matematică și 3 blocuri de desen costă împreună 56 de lei.

a) Prețul unui bloc de desen poate fi 8 lei? Justifică.

b) Cât costă un caiet de matematică? Dar un bloc de desen?

5. 7 lăzi cu vișine și 5 lăzi cu căpșuni cântăresc 122 kg, iar 9 lăzi cu vișine și 7 lăzi cu căpșuni cântăresc 162 kg. Pentru a face dulceață, mama a cumpărat 3 lăzi cu căpșuni și 2 lăzi cu vișine. Câte kilograme cântăresc acestea împreună?

6. Pentru 5 batoane de ciocolată și 8 pachete de biscuiți s-au plătit 55 de lei, iar pentru 7 batoane de ciocolată și 3 pachete de biscuiți de același fel s-au plătit 36 de lei. Calculează cât costă batoanele de ciocolată și biscuiții cumpărați pentru cei 24 de copii dintr-o clasă, știind că fiecare dintre aceștia a primit câte 2 batoane de ciocolată și câte un pachet de biscuiți.

7. 6 bilete la teatru și 5 bilete la film costă 420 de lei, iar 4 bilete la film și 3 bilete la teatru costă 246 de lei.

a) Pe baza informațiilor din textul problemei, stabilește valoarea de adevăr a enunțului „Prețul unui bilet la teatru este 72 de lei.”.

b) Determină suma de bani pe care a plătit-o Andrei într-o lună pentru biletele la teatru și la film, știind că a vizionat 3 filme și 2 spectacole de teatru.

9.3. Metoda figurativă

Îmi amintesc

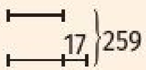
Ana și Bogdan au împreună 259 de lei. Determină câți lei are fiecare, știind că Bogdan are cu 17 lei mai mult decât Ana.

REZOLVARE:

Reprezentăm sumele de bani ale celor doi prin segmente. Deoarece Ana are mai puțini bani, vom reprezenta mai întâi suma acesteia.

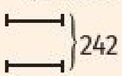
suma Anei

suma lui Bogdan



Două părți egale și încă 17 reprezintă 259.

Dacă scădem din total suma de bani pe care o are Bogdan în plus față de Ana (17 lei), vom obține suma celor două părți egale:
259 – 17 = 242.



Una dintre cele două părți egale va fi egală cu 242 : 2 = 121.

Prin urmare, Ana are 121 lei, iar Bogdan are 121 lei + 17 lei = 138 lei (sau 259 – 121 = 138 lei).

Învăț

Metoda figurativă e o metodă aritmetică de rezolvare a problemelor care presupune realizarea unui desen ce corespunde enunțului dat.

Exerciții rezolvate

1. Suma a două numere este egală cu 25. Împărțind primul număr la cel de-al doilea se obține câtul 2 și restul 1. Determină cele două numere.

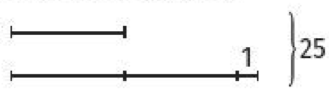
Rezolvare:

Reprezentăm cele două numere prin segmente folosindu-ne de enunțul „Împărțind primul număr la celălalt se obține câtul 2 și restul 1".

Vom avea următoarea reprezentare grafică:

al doilea număr

primul număr



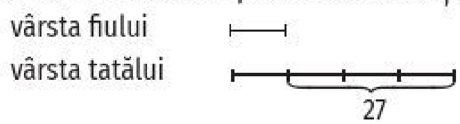
Trei părți egale și încă 1 reprezintă 25, deci suma celor 3 părți egale este egală cu 25 – 1 = 24 și una dintre acestea este egală cu 24 : 3 = 8.

Așadar, cel de-al doilea număr este egal cu 8, iar primul număr este egal cu 25 – 8 = 17 (sau $8 \cdot 2 + 1 = 17$).

2. La nașterea fiului, tatăl avea 27 de ani. În prezent, tatăl e de 4 ori mai în vârstă decât fiul său. Determină vârsta tatălui și vârsta fiului în prezent.

Rezolvare:

Reprezentăm vârstele din prezent ale fiului și tatălui prin segmente.



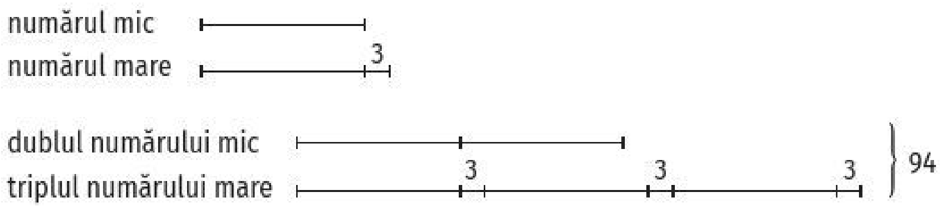
Din enunțul „La nașterea fiului, tatăl avea 27 de ani." deducem că tatăl e cu 27 de ani mai în vârstă decât fiul.

În prezent, diferența dintre vârsta tatălui și vârsta fiului reprezintă 3 părți de aceeași mărime, fiecare fiind egală cu $27 : 3 = 9$ (ani). Așadar, în prezent fiul are 9 ani, iar tatăl are $9 \cdot 4 = 36$ ani (sau $9 + 27 = 36$ ani).

3. Diferența a două numere este egală cu 3, iar suma dintre dublul numărului mai mic și triplul numărului mai mare este egală cu 94. Determină cele două numere.

Rezolvare:

Reprezentăm cele două numere prin segmente:



5 părți egale și încă 3 + 3 + 3 = 9 reprezintă 94, deci suma celor 5 părți egale este egală cu 94 - 9 = 85 și una dintre acestea este egală cu 85 : 5 = 17. Numărul mai mic este egal cu 17, iar celălalt număr este egal cu 17 + 3 = 20.

Aplic

1. Determină cele trei numere consecutive a căror sumă este egală cu 606.
2. Suma a patru numere impare consecutive este egală cu 664. Care sunt numerele?
3. Pe două rafturi sunt așezate 60 de cărți. Determină numărul de cărți de pe fiecare raft, știind că pe primul raft sunt cu 4 cărți mai puține decât pe al doilea.
4. Într-o gospodărie sunt 65 de găini și rațe. Numărul rațelor este de 4 ori mai mic decât numărul găinilor.
   a) Pot fi în acea gospodărie 10 rațe? Justifică.
   b) Determină numărul găinilor din gospodărie.
5. Suma a două numere este egală cu 112. Împărțind unul dintre numere la celălalt se obțin câtul 4 și restul 2. Determină numerele.
6. Într-o clasă sunt de 3 ori mai mulți băieți decât fete. Știind că numărul fetelor din clasă este cu 14 mai mic decât numărul băieților, determină câți copii sunt în clasă.
7. Mama este de 5 ori mai în vârstă decât fiica, iar vârsta tatălui este egală cu suma vârstelor mamei și fiicei. Determină vârsta fiecărui membru al familiei, știind că suma vârstelor acestora este egală cu 72 de ani.
8. Cu 4 ani în urmă, mama și fiica aveau împreună 32 de ani. În prezent, vârsta fiicei e de 4 ori mai mică decât vârsta mamei. Câți ani are mama în prezent?

mamei. Câți ani are mama în prezent?

9. Două bucăți de stofă aveau împreună 90 m. După ce s-au folosit 18 m din prima bucată și 12 m din a doua bucată, cele două bucăți au devenit egale. Câți metri a avut fiecare bucată de stofă?

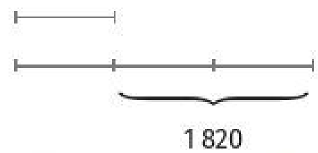
10. Determină două numere știind că diferența lor este 90, iar triplul numărului mai mare este de 9 ori mai mare decât numărul mai mic.

11. Într-un magazin alimentar s-au adus 480 de pachete de zahăr și orez. După ce s-au vândut 16 pachete de orez și 24 de pachete de zahăr, în magazin au rămas de 4 ori mai multe pachete de zahăr decât pachete de orez. Câte pachete de zahăr au fost la început în magazin?

12. a) Formulează câte o problemă pentru fiecare dintre reprezentările grafice de mai jos.

A.

B.



b) Rezolvă problemele compuse de tine.

UNITATEA 1 Operații cu numere naturale

9.4. Metoda mersului invers

Îmi amintesc

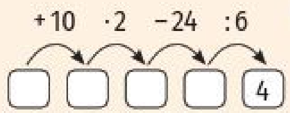


Figura 1

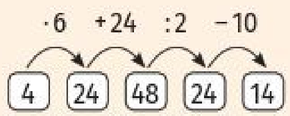


Figura 2

Mă gândesc la un număr, îl adun cu 10, înmulțesc rezultatul obținut cu 2, din noul rezultat scad 24, împart la 6 diferența obținută și obțin 4. La ce număr m-am gândit?

Rezolvare:

Reprezentăm schematic datele problemei (figura 1).

Analizând textul problemei constatăm că, pentru a o rezolva, trebuie să pornim de la ultima valoare cunoscută și să aflăm succesiv valorile premergătoare până ajungem la valoarea inițială. Vom efectua operații inverse celor indicate de text, în ordinea inversă ordinii din text, $4 \cdot 6 = 24$; $24 + 24 = 48$; $48 : 2 = 24$; $24 - 10 = 14$ (figura 2). Numărul căutat este 14.

Învăț

Prin **metoda mersului invers** se pot rezolva probleme în care datele depind, succesiv, unele de altele. Pentru a rezolva o problemă prin această metodă se urmărește enunțul în sens invers, de la sfârșit spre început.

Exercițiu rezolvat

Ana citește o carte în 4 zile. În prima zi citește o treime din numărul de pagini ale cărții, a doua zi citește jumătate din numărul de pagini rămase, a treia zi citește un sfert din ceea ce i-a rămas de citit, iar a patra zi citește ultimele 21 de pagini. Determină numărul de pagini ale cărții.

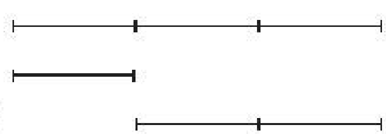
Rezolvare:

Reprezentăm schematic datele problemei:

numărul de pagini ale cărții

numărul de pagini citite în prima zi

numărul de pagini rămase după prima zi

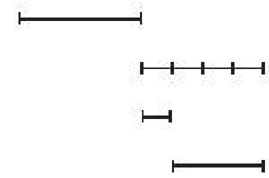


numărul de pagini citite a doua zi

numărul de pagini rămase după a doua zi

numărul de pagini citite a treia zi

numărul de pagini rămase după a treia zi



Facem drumul invers:

numărul de pagini rămase

numărul de pagini citite a treia zi $21 : 3 = 7$

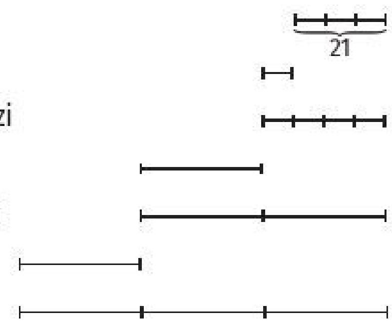
numărul de pagini rămase după a doua zi $7 \cdot 4 = 28$

numărul de pagini citite a doua zi 28

numărul de pagini rămase după prima zi $28 \cdot 2 = 56$

numărul de pagini citite în prima zi 28

numărul de pagini ale cărții $28 \cdot 3 = 84$



Aplic

1. Dacă mărim de două ori numărul natural care exprimă vârsta Ioanei și micșorăm rezultatul cu 5 obținem 15. Pentru a afla vârsta Ioanei, Dan efectuează calculele: $15 \cdot 2 = 30$, $30 - 5 = 25$ și afirmă că Ioana are 25 de ani, iar Matei efectuează calculele: $15 - 5 = 10$, $10 \cdot 2 = 20$ și afirmă că Ioana are 20 de ani.

   a) Ce poți spune despre rezolvările lui Matei și Dan? Argumentează-ți răspunsul!

   b) Care e vârsta Ioanei?

2. Din călătorii care se află într-un autobuz, la prima stație coboară 5 și urcă 8, la a doua stație coboară 9 și urcă 14, iar la a treia stație coboară 12 și urcă 10 călători. Câți călători au fost la început în autobuz, dacă după cea de-a treia stație în autobuz mai sunt 13 călători?

3. M-am gândit la un număr, am scăzut din el 15, am triplat rezultatul, am adunat 20 și am împărțit noul rezultat la 5. Am obținut 10. La ce număr m-am gândit?

4. Dacă mărim de două ori a treia parte dintr-un număr, mărim rezultatul cu 15 și apoi îl micșorăm de 3 ori, obținem rezultatul 9. Care e numărul?

5. Mama lasă pe o farfurie fructe pentru cei doi copii ai săi. Fiecare dintre copii vine și mănâncă jumătate din fructele pe care le găsește pe farfurie. Câte fructe au fost la început pe farfurie, dacă, după ce au mâncat ambii copii, au mai rămas 6 fructe?

6. Un biciclist parcurge un traseu în 3 zile. În prima zi parcurge un sfert din traseu, a doua zi parcurge o treime din distanța rămasă, iar a treia zi parcurge ultimii 20 de kilometri. Determină lungimea traseului parcurs de biciclist.

7. Cantitatea de mere existentă într-un magazin se vinde în 4 zile. În prima zi se vinde o treime din cantitate, a doua zi se vinde un sfert din cantitatea rămasă, a treia zi se vinde jumătate din cantitatea rămasă, iar a patra zi se vând 75 de kilograme de mere. Câte kilograme de mere s-au vândut în cele 4 zile?

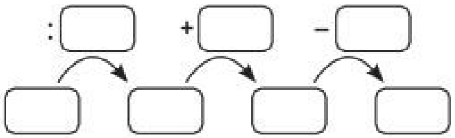
8. Un elev citește într-o zi o cincime dintr-o carte și încă 10 pagini. A doua zi citește jumătate din ce i-a rămas și încă 10 pagini, iar a treia zi citește ultimele 25 de pagini. Stabilește valoarea de adevăr a enunțului „Cartea are 80 de pagini”. Rezolvă în două moduri.

9. Într-o excursie, un copil cheltuiește în prima zi cu 30 de lei mai puțin decât o treime din suma pe care o are. A doua zi cheltuiește o treime din suma rămasă, a treia zi cheltuiește jumătate din banii pe care îi mai are, iar a patra zi cheltuiește ultimii 80 de lei.

a) Determină suma de bani cheltuită de copil în cele patru zile.

b) În ce zi a cheltuit mai puțini bani?

10. a) Completează casetele cu numere potrivite.



b) Formulează o problemă pe baza schemei de mai sus.

c) Rezolvă problema compusă de tine.

9.5. Metoda falsei ipoteze

Descopăr

La un spectacol de teatru s-au vândut 500 de bilete, unele cu 30 de lei, altele cu 20 de lei, încasându-se 13 000 de lei. Determină numărul de bilete de fiecare fel vândute.

Rezolvare:

Presupunem că s-au vândut numai bilete la prețul de 20 de lei. În acest caz, suma încasată ar fi fost $20 \cdot 500$ lei = 10 000 lei. Diferența 13 000 lei − 10 000 lei = 3 000 lei indică faptul că s-au vândut și bilete cu 30 de lei, deci cu 30 lei − 20 lei = 10 lei mai mult decât am presupus, pentru fiecare bilet vândut. Vom avea, așadar, 3 000 : 10 = 300 de bilete vândute cu 30 de lei și 500 − 300 = 200 de bilete vândute cu 20 de lei.

Învăț

Atunci când rezolvăm o problemă prin **metoda falsei ipoteze**, facem o presupunere falsă legată de enunțul problemei, analizăm nepotrivirile rezultate din această presupunere și determinăm informațiile cerute, înțelegând cauzele nepotrivirilor.

Exercițiu rezolvat

Participând la un concurs de tras la țintă, un băiat a realizat 30 de lovituri și a obținut 140 de puncte. Pentru fiecare lovitură reușită a obținut 7 puncte, iar pentru fiecare ratare a pierdut 3 puncte. Câte lovituri a reușit băiatul?

Rezolvare. Presupunem că toate loviturile băiatului au fost reușite. În acest caz, el ar fi trebuit să obțină $7 \cdot 30 = 210$ puncte. Diferența 210 puncte − 140 puncte = 70 puncte se explică prin faptul că au existat și lovituri nereușite, pentru fiecare dintre acestea, în calculul anterior, în loc să scădem 3 puncte, am adunat 7 puncte. Diferența dintre numărul de puncte acumulate după o lovitură reușită și numărul de puncte acumulate după o ratare este de 7 + 3 = 10 puncte. Astfel, numărul loviturilor nereușite este egal cu 70 : 10 = 7, iar numărul de lovituri reușite este egal cu 30 − 7 = 23.

iar numărul de lovituri reușite este egal cu 30 − 7 = 23.

Aplic

1. Într-un bloc sunt 30 de apartamente cu 3 camere şi, respectiv, cu 4 camere. Știind că sunt 100 de camere, determină câte apartamente cu 4 camere sunt în bloc.
2. Alina plătește 250 de lei folosind 31 de bancnote de 10 lei și, respectiv, de 5 lei. Determină numărul de bancnote de fiecare fel folosite.
3. 1 480 kg de cireșe au fost puse în lădițe câte 7 kg și 10 kg. Știind că au fost folosite 172 de lădițe, determină numărul de lădițe cu 7 kg de cireșe.
4. La un concurs s-au propus spre rezolvare 10 probleme. Pentru fiecare problemă rezolvată corect s-au acordat 5 puncte, iar pentru fiecare problemă rezolvată greșit sau nerezolvată s-au scăzut 2 puncte.
   a) Care e punctajul maxim pe care îl poate obține un concurent?
   b) Ce punctaj obține un concurent care a rezolvat corect 6 probleme?
   c) Câte probleme a rezolvat corect un concurent care a obținut 29 de puncte?

Exerciții recapitulative

1. În tabelul de mai jos este înregistrat numărul de locuitori ai unor orașe din România.

Localitatea	Arad	București	Călărași	Galați	Eforie	Sibiu
Numărul de locuitori	159 074	1 883 425	65 181	249 432	9 473	147 245

a) Completează spațiile punctate pentru a obține enunțuri adevărate.

A. Localitatea cu cel mai mic număr de locuitori este ... .

B. Localitățile care au aceeași rotunjire la sute de mii a numărului de locuitori sunt ... .

C. Diferența dintre numărul de locuitori din Galați și numărul de locuitori din Arad este egală cu ... .

D. Numărul de locuitori din București este mai mare decât numărul de locuitori din Călărași cu ... .

b) Afirmația „Numărul de locuitori din Călărași este mai mic decât numărul de locuitori din Sibiu" este:

A. adevărată; B. falsă.

c) Scrie cu ajutorul literelor numărul de locuitori din Arad.

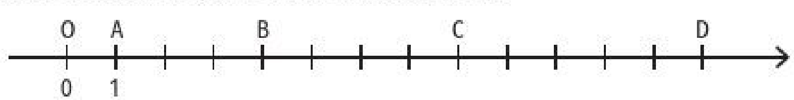
d) Scrie denumirile localităților din tabel în ordinea descrescătoare a numărului de locuitori.

e) Aproximează prin lipsă la zeci de mii numărul de locuitori din București.

f) Aproximează prin adaos la sute numărul de locuitori din Eforie.

g) Rotunjește la mii numărul de locuitori din Călărași.

2. În figura alăturată e reprezentată axa numerelor.



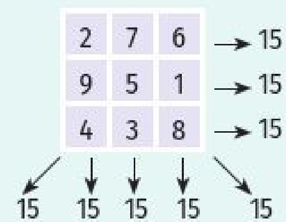
a) Precizează coordonatele punctelor A, B, C și D.

b) Determină valorile numărului natural a pentru care punctul M(a) este situat pe axa numerelor între punctele A și B.

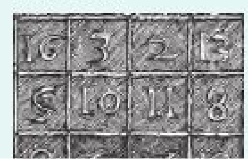
ȘTIAȚI CĂ...?

- Un **pătrat magic** este un tablou pătratic în care fiecare casetă conține câte un număr diferit, iar suma numerelor de pe fiecare linie, coloană sau diagonală este aceeași.

Iată unul dintre cele mai simple pătrate magice!



- Alăturate, cele două numere centrale de pe ultima linie a pătratului magic de mai jos, desenat pe tabloul *Melancolia* al lui Albrecht Dürer, formează numărul 1 514, anul pictării tabloului.



c) Desenează axa numerelor pe caiet și reprezintă punctele N(7) și P(10).

3. Estimează rezultatele și apoi calculează:

a) 2 572 + 27 305 - 28 804;
b) 17 503 - (27 041 - 18 052);
c) 19 704 : 4 - 2 508 : 3;
d) 1 503 · 15 : 5 - 1 212 : 12 · 2.

4. Calculează suma numerelor a = 12 · 425 − 300 · 12 + 15 · 12 − 12 și b = 23 · 22 · 4 + 23 · 22 · 5 − 22 · 23 · 8.

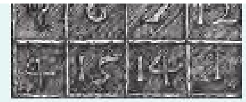
5. Transcrie și completează tabelele următoare:

termen	12 503		792
termen	4 238	7 915	
sumă		32 402	27 391

descăzut	10 528		37 509
scăzător	7 399	17 250	
diferență		7 932	27 388

factor	238		12
factor	15	24	
produs		57 600	2 472

deîmpărțit	3 925	47 588	
împărțitor	40		31
cât		6	72
rest		2	15



APLICAȚIE

Încearcă să completezi pătratul magic de mai jos, folosind numerele: 4, 6, 8, 10, 14, 16, 18, 20 (pe fiecare linie, diagonală sau coloană trebuie să obții suma 36).

	12	

ȘTIAȚI CĂ... ?

$1^3 + 5^3 + 3^3 = 153$

$1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4 = 1\,634$

$3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$

$12^2 + 33^2 = 1\,233$

$88^2 + 33^2 = 8\,833$

$3^2 + 4^2 = 5^2$

$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$

6. Calculează:

a) $\{[37\,820 - (14^2 - 3^4) \cdot 320] - 1\,005\}^2$;

b) $\{[15\,000 - (1\,000\,000 : 10^5)^4] : (5 \cdot 10^3)\}^{2023}$;

c) $\{2^3 \cdot [3 \cdot 13^2 + 10 \cdot (27 : 3^2)^2 - 6^3]\} : 24$;

d) $6 + 2 \cdot (5 \cdot 3^2 - 2^3 \cdot 18 : 3^2 + 3 \cdot 13) : 17$.

7. Determină suma numerelor care dau câtul 8 la împărțirea prin 5.

8. Fie x, y și z numere naturale. Știind că $x + y = 18$ și $y + z = 15$, calculează:

a) $5x + 7 + 5y$; b) $2y + 30 + 2z$; c) $x + 2y + z$; d) $2x + 5y + 3z$.

9. Determină numerele de două cifre care au proprietatea că, dacă le adunăm cu răsturnatul lor, obținem cel mai mare număr de două cifre.

10. Ordonează crescător numerele $a = 2^7 \cdot 2^8 : 16^3$, $b = 125^{20} : 25^{25} - 5^6 \cdot 25^2$, $c = [(2^5)^6 - (2^4)^7]^3 : (32^5 \cdot 3)^3$ și $d = [(12^{15} : 3^{15})^2 \cdot 8^{10}]^2 : 128^{25} - 2^4$.

11. Arată că restul împărțirii numărului $a = 1^{20} + 2^{30} + 3^{40}$ la 5 este egal cu 1.

12. a) Arată că numerele 7^{200} și 9^{73} sunt pătratele unor numere naturale.

b) Arată că numerele 4 152 și $2^{20} + 9^{10}$ nu sunt pătratele unor numere naturale.

13. Din 27 de litri de lapte se obțin 3 kilograme de smântână. Câți litri de lapte sunt necesari pentru a obține 8 kilograme de smântână?

14. 6 muncitori pot termina o lucrare în 15 zile. În cât timp pot termina aceeași lucrare 10 muncitori?

15. La un cinematograf, 2 bilete pentru adulți și 6 bilete pentru copii costă 208 lei, iar 5 bilete pentru adulți și 13 bilete pentru copii costă 472 de lei.

a) E posibil ca prețul unui bilet pentru adulți să fie 35 de lei? Justifică.

b) Cât costă un bilet pentru copii? Dar pentru adulți?

c) Cât plătește pentru bilete o familie formată din 2 adulți și 3 copii?

16. Patru copii au împreună 633 de lei. După ce primul cheltuiește 24 de lei, al doilea cheltuiește 35 de lei, al treilea cheltuiește 14 lei, iar al patrulea cheltuiește 32 de lei, cei patru copii au sume de bani egale. Câți lei a avut fiecare la început?

17. În trei școli sunt 2 700 de elevi. În a doua școală sunt de două ori mai mulți elevi decât în prima și cu 100 de elevi mai mulți decât în a treia. Câți elevi sunt în fiecare școală?

18. Tatăl are 48 de ani, iar fiica are 15 ani. Cu câți ani în urmă vârsta tatălui era de 4 ori mai mare decât vârsta fiicei?

19. În două cutii sunt 87 de creioane. Dacă s-ar pune 15 creioane din prima cutie în cea de-a doua cutie, atunci în aceasta din urmă ar fi de două ori mai multe decât în cealaltă. Câte creioane sunt în fiecare cutie?

20. Dacă adun un număr cu 15, împart rezultatul la 3, scad 25 din noul rezultat și apoi împart rezultatul obținut la 3, obțin 40. Care este numărul?

21. Un biciclist parcurge un drum în patru zile. În prima zi parcurge un sfert din drum, a doua zi parcurge o treime din drumul rămas, a treia zi parcurge un sfert din rest, iar a patra zi parcurge ultimii 12 km. Care e lungimea traseului parcurs de turist?

22. La un magazin s-au adus 220 de sticle de apă cu capacitatea de 5 l și, respectiv, de 6 l. În total, sticlele conțin 1 220 litri de apă.

a) Numărul sticlelor cu capacitatea de 5 l aduse poate fi egal cu 200? Justifică.

b) Determină numărul sticlelor de fiecare fel.

PORTOFOLIU

Compune și completează un rebus cu termeni matematici. Scrie-l pe o coală și păstrează-l în portofoliul tău.

Evaluare

Timp de lucru: 50 de minute

Subiectul I **50 puncte**

20 puncte	**1.** *Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos. Este corectă o singură variantă de răspuns.*
(10 p.)	**A.** Scrierea cu cifre arabe a numărului patru sute două mii cinci este: a) 40 020 005; b) 402 005; c) 4 002 005; d) 420 005.
(10 p.)	**B.** Dacă 6 pixuri costă 30 de lei, atunci 8 pixuri de același fel costă: a) 5 lei; b) 24 de lei; c) 40 de lei; d) 240 de lei.
20 puncte	**2.** *Scrie pe foaie numai rezultatele.*
(10 p.)	**A.** Restul împărțirii numărului 1 001 la 3 este egal cu ... .
(10 p.)	**B.** Numărul mai mic cu 15 decât suma numerelor 30 și 45 este ... .
10 puncte	**3.** *Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect.* Afirmația „Rezultatul calculului $3^6 : 3^3 \cdot 3$ este egal cu 81." este: a) adevărată; b) falsă.

Subiectul al II-lea **40 puncte**

Scrie rezolvările complete.

10 puncte	**1.** Determină suma numerelor care dau câtul 20 prin împărțire la 3.
10 puncte	**2.** Ioana și Daria au împreună 26 de lei. Dacă Ioana i-ar da Dariei 5 lei, atunci cele două fete ar avea sume de bani egale. Câți lei are fiecare dintre fete?

	avea sume de bani egale. Câți lei are fiecare dintre fete?
20 puncte	**3.** Se consideră numerele naturale
	$a = 2\,023 \cdot 100 + 2\,000 \cdot 2\,023 - 76 \cdot 2\,023 - 2\,023$ și
	$b = 2\,023 \cdot (4^7 \cdot 2^8 : 16^5 \cdot 9^2 : 18^2)^{15}$.
(5 p.)	**A.** Arată că $a = 2\,023^2$.
(15 p.)	**B.** Arată că suma numerelor naturale a și b nu este pătratul unui număr natural.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

UNITATEA 1 Divizibilitatea numerelor naturale

1. Divizor, multiplu. Divizori comuni. Multipli comuni

Descopăr

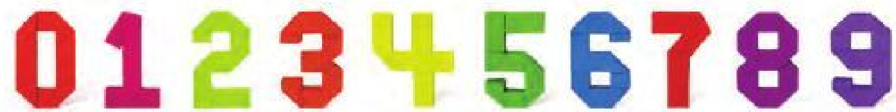
La un eveniment caritabil și-au anunțat participarea 108 persoane. Acest eveniment are loc într-un restaurant care dispune de mese cu 8, 10 sau 12 locuri la o masă. Organizatorul evenimentului hotărăște să folosească mese de același tip și distribuie persoanele participante astfel încât să nu rămână locuri libere la mesele folosite.

a) Ce tip de mese va folosi? De câte mese are nevoie?

b) Cu o zi înainte ca evenimentul să aibă loc, 4 persoane se retrag. Ajută-l pe organizatorul evenimentului să rearanjeze mesele!

INDICAȚIE

a) Împărțim numărul de invitați la numărul de locuri la o masă și obținem:
108 : 8 = 13, rest 4;
108 : 10 = 10, rest 8;
108 : 12 = 9, rest 0.
Deci, organizatorul evenimentului va folosi 9 mese cu 12 locuri la fiecare masă.



Învăț

- Numărul natural b **divide** numărul natural a dacă există numărul natural c, astfel încât $a = b \cdot c$. Scriem $b \mid a$ și citim „b divide pe a".
- Numărul natural a **este divizibil** cu numărul natural b dacă există numărul natural c, astfel încât $a = b \cdot c$. Scriem $a \vdots b$ și citim „a se divide cu b" sau „a este divizibil cu b".

În acest caz, spunem că b este **divizor** al lui a și a este **multiplu** al lui b.

- Numărul natural b **nu divide** numărul natural a dacă $a \neq b \cdot c$, pentru oricare număr natural c. Scriem $b \nmid a$ și citim „b nu divide pe a".
- Numărul natural a nu este divizibil cu numărul natural b dacă $a \neq b \cdot c$ pentru oricare număr natural c. Scriem $a \not\vdots\, b$ și citim „a nu este divizibil cu b".

EXEMPLE:

- $3 \mid 21$ (3 divide pe 21) pentru că $21 = 3 \cdot 7$. Putem spune că 3 este un divizor al lui 21 și 21 este un multiplu al lui 3.
- $10 \vdots 2$ (10 este divizibil cu 2) pentru că $10 = 2 \cdot 5$. Putem spune că 2 este un divizor al lui 10 și 10 este un multiplu al lui 2.

EXEMPLE:

1) 5 nu divide pe 17 deoarece nu există niciun număr natural n pentru care $17 = 5 \cdot n$. Scriem $5 \nmid 17$. Deducem că 5 nu este un divizor al lui 17 și 17 nu este un multiplu al lui 5.

2) 10 nu este divizibil cu 3 (sau 3 nu divide pe 10) pentru că nu există niciun număr natural n, astfel încât $10 = 3 \cdot n$. Scriem $10 \not\vdots\, 3$ (sau $3 \nmid 10$). Așadar, 3 nu este un divizor al lui 10 și 10 nu este un multiplu al lui 3.

OBSERVAȚII

1. Orice număr natural este divizibil cu 1 ($a \vdots 1$, oricare ar fi numărul natural a).

2. 0 este divizibil cu orice număr natural ($0 \vdots a$, oricare ar fi numărul natural a).

3. Orice număr natural se divide cu el însuși ($a \mid a$, oricare ar fi numărul natural a).

4. Multiplii numărului natural a sunt: $0, 1 \cdot a, 2 \cdot a, 3 \cdot a$ ... .

EXEMPLU:

Multiplii numărului 7 sunt: $0; 1 \cdot 7 = 7; 2 \cdot 7 = 14; 3 \cdot 7 = 21; 4 \cdot 7 = 28$ ... .

Pentru a afla dacă un număr natural a este divizibil cu un număr natural nenul b, împărțim a la b.

- Dacă restul acestei împărțiri este egal cu 0, atunci a este divizibil cu b.
- Dacă restul acestei împărțiri este diferit de 0, atunci a nu este divizibil cu b.

EXEMPLE:

1) $208 : 13 = 16$, rest 0. Așadar, $208 = 13 \cdot 16$, de unde rezultă că $208 \vdots 13$.

2) $334 : 27 = 12$, rest 10. Așadar, $334 = 27 \cdot 12 + 10$, de unde rezultă că $334 \not\vdots 27$.

Numerele 1 și a sunt **divizori improprii** ai numărului natural a. Toți ceilalți divizori sunt **divizori proprii**.

EXEMPLU:

Divizorii numărului 12 sunt: 1, 2, 3, 4, 6 și 12. Numerele 1 și 12 sunt divizori improprii, iar numerele 2, 3, 4 și 6 sunt divizori proprii.

Divizori comuni

Un **divizor comun** al numerelor naturale a și b este un număr natural d cu proprietatea $d \mid a$ și $d \mid b$.

OBSERVAȚII

1. 1 este divizor comun al tuturor numerelor naturale.
2. Două numere naturale pot avea unul sau mai mulți divizori comuni.

Multipli comuni

Un **multiplu comun** al numerelor naturale a și b este un număr natural m cu proprietatea $m \vdots a$ și $m \vdots b$.

EXEMPLU:

12 este un multiplu comun al numerelor 4 și 6 deoarece $12 \vdots 4$ și $12 \vdots 6$.

OBSERVAȚIE

0 este multiplu comun al tuturor numerelor naturale.

EXEMPLU:

- Un divizor comun al numerelor 18 și 24 este 2 pentru că $2 \mid 18$ și $2 \mid 24$.
- Pentru a determina toți divizorii comuni a două numere naturale, scriem divizorii ambelor numere și îi alegem pe cei comuni.

Divizorii lui 18 sunt 1, 2, 3, 6, 9, 18, iar divizorii lui 24 sunt 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Așadar, divizorii comuni ai numerelor 18 și 24 sunt: 1, 2, 3 și 6.

Exerciții rezolvate

1. Scrie multiplii lui 13 cuprinși între 150 și 250.

Rezolvare:

Deoarece 150 : 13 = 11, rest 7 și 250 : 13 = 19, rest 3, cel mai mic multiplu al lui 13, cuprins între 150 și 250, este $13 \cdot 12$, iar cel mai mare multiplu al lui 13, cuprins între 150 și 250, este $13 \cdot 19$. Așadar, multiplii lui 13 cuprinși între 150 și 250 sunt: $13 \cdot 12$, $13 \cdot 13$, $13 \cdot 14$, $13 \cdot 15$, $13 \cdot 16$, $13 \cdot 17$, $13 \cdot 18$, $13 \cdot 19$, adică 156, 169, 182, 195, 208, 221, 234, 247.

$13 \cdot 15$, $13 \cdot 16$, $13 \cdot 17$, $13 \cdot 18$, $13 \cdot 19$, adică 156, 169, 182, 195, 208, 221, 234, 247.

2. Arată că numărul $n = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ este divizibil cu 37.

Rezolvare:

Folosind scrierea în baza 10 a unui număr natural obținem:

$n = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = (100 \cdot a + 10 \cdot b + c) + (100 \cdot b + 10 \cdot c + a) + (100 \cdot c + 10 \cdot a + b) =$

$= 111 \cdot a + 111 \cdot b + 111 \cdot c = 111 \cdot (a + b + c) = 37 \cdot 3 \cdot (a + b + c) = 37 \cdot [3 \cdot (a + b + c)]$.

Deci $n \,\vdots\, 37$.

3. Arată că produsul a două numere naturale consecutive este divizibil cu 2.

Rezolvare:

Dacă n este un număr natural, atunci n și n + 1 sunt numere naturale consecutive.

- Dacă n este par, atunci putem scrie $n = 2k$, unde k este număr natural. În acest caz, $n \cdot (n + 1) = 2k \cdot (2k + 1) = 2 \cdot [k \cdot (2k + 1)]$. Obținem $n \cdot (n + 1) \,\vdots\, 2$.
- Dacă n este impar, atunci putem scrie $n = 2k + 1$, unde k este număr natural. În acest caz, $n \cdot (n + 1) = (2 \cdot k + 1) \cdot (2 \cdot k + 1 + 1) = (2 \cdot k + 1) \cdot (2 \cdot k + 2) = (2 \cdot k + 1) \cdot 2 \cdot (k + 1) = 2 \cdot [(2 \cdot k + 1) \cdot (k + 1)]$. Obținem $n \cdot (n + 1) \,\vdots\, 2$.

ȘTIAȚI CĂ...?

- Numerele naturale divizibile cu 2 se numesc numere pare. Oricare număr par se poate scrie sub forma 2k, unde k este un număr natural.
- Un număr natural care nu este par se numește număr impar. Oricare număr impar se poate scrie sub forma 2k + 1, unde k este un număr natural.

Aplic

1. Completează spațiile punctate cu unul dintre semnele $\vdots$ sau | pentru a obține propoziții adevărate.

a) 45 ... 9; c) 35 ... 5; e) 13 ... 39; g) 4 ... 1;

b) 7 ... 21; d) 121 ... 11; f) 63 ... 9; h) 2 ... 80.

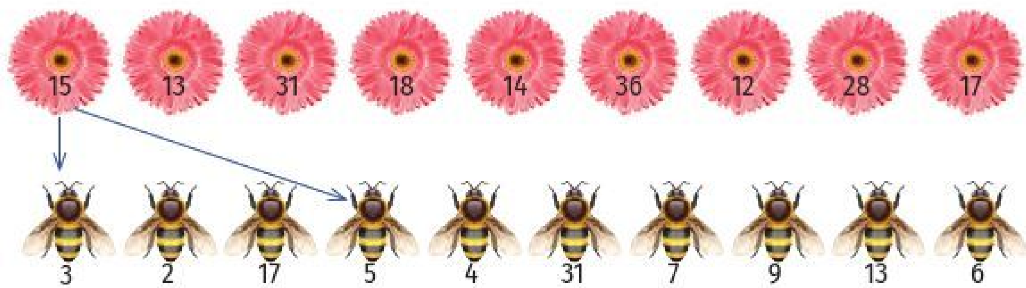
2. Completează spațiile punctate pentru a obține enunțuri adevărate:

a) Numerele de forma $\overline{5a}$, divizibile cu 2, sunt ... .

b) Divizorii proprii ai numărului 36 sunt ... .

c) Dacă x este divizor al lui 16, atunci x poate fi ... .

3. Unește, prin săgeți, fiecare număr din imaginile cu flori cu numerele care îl divid din imaginile cu albine. Unei imagini cu flori îi pot corespunde mai multe imagini cu albine.



4. Scrie în căsuțele de mai jos A, dacă afirmația este adevărată și F, dacă afirmația este falsă:

a) $7 \vdots 42$; ☐ d) $43 \not\vdots\ 86$; ☐ g) $(210 - 29 + 28) \nmid 24$; ☐

b) $5 \nmid 14$; ☐ e) $19 \mid 209$; ☐ h) $945 \vdots 27$; ☐

c) $17 \mid 85$; ☐ f) $54 \vdots 25$; ☐ i) $49 \mid 15\,729$. ☐

5. Scrie divizorii următoarelor numere:

a) 24; d) 32; g) 41;

b) $2^2 \cdot 3^2$; e) $2^6 - 5^2$; h) $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4$;

c) 28; f) 25; i) 42.

ȘTIAȚI CĂ...?

- Încă din Antichitate, grecii au observat că există numere naturale care sunt egale cu suma divizorilor lor, din care se exclude numărul însuși. Ei le-au numit **numere perfecte**. Existența numerelor perfecte impare este una dintre problemele nerezolvate ale matematicii: până astăzi nu s-a găsit niciun număr perfect impar și nici nu s-a demonstrat că nu există.
- Cel mai mic număr perfect este 6, $6 = 1 + 2 + 3$.

PORTOFOLIU

Rezolvă cerinţele de mai jos pe o coală de hârtie şi adaug-o la portofoliu.

1) Scrie divizorii numerelor: 28, 31, 48 şi 50.

2) Care dintre numerele 28, 31, 48, 50 este egal cu suma divizorilor săi din care se exclude numărul însuși?

6. Scrie divizorii proprii ai numărului:

a) 12; b) 38; c) 52; d) 16; e) 50; f) 45; g) 62; h) 80.

7. Scrie divizorii numărului 72. Care dintre aceștia sunt pătratele unor numere naturale?

8. Scrie divizorii numărului 24. Care dintre aceștia se pot scrie ca puterea a treia a unor numere naturale?

9. Scrie divizorii numerelor 48 și 56. Identifică divizorii comuni ai celor două numere.

10. Scrie divizorii numărului 80 care sunt mai mari decât 15, dar mai mici decât 41.

11. Scrie primii 5 multipli ai numerelor:

a) 5; b) $2^4 - 1$; c) 30; d) 5^2; e) 4; f) 17.

12. Scrie primii 5 multipli nenuli ai numerelor:

a) 13; b) 3; c) 20; d) 50; e) 19; f) 1.

13. Determină suma multiplilor de două cifre ai numărului 11.

14. Scrie primii 7 multipli ai numerelor 6 și 9. Identifică doi multipli comuni ai acestor numere.

15. Determină cel mai mare și cel mai mic multiplu de trei cifre ai numărului 43. Câți multipli de trei cifre are numărul 43?

16. Determină numerele de două cifre care sunt multiplii comuni ai numerelor 12 și 9.

17. Determină numerele de două cifre mai mici decât 20 care au exact doi divizori.

18. Scrie multiplii numărului 117 care au trei cifre și sunt mai mari decât 400.

19. a) Determină valorile lui x, știind că este divizor propriu al lui 24 și $x > 5$.

b) Determină valorile lui x, știind că este multiplu nenul al lui 17 și $x < 50$.

20. a) Restul împărțirii numărului natural n la 16 este egal cu 8. Demonstrează că $n \vdots 8$.

b) Restul împărțirii numărului natural n la 45 este egal cu 36. Demonstrează că n este divizibil cu 9.

21. Arată că suma dintre un număr natural de două cifre și răsturnatul său este divizibilă cu 11.

22. Dacă n este număr natural, stabilește care dintre numerele $a = 2n + 5$, $b = 8n + 4$, $c = n(n + 1)$, este divizibil cu 2.

23. Arată că numărul $n = \overline{abc0} + \overline{c0a} + \overline{c0ab} + \overline{a0c}$ este divizibil cu 101, oricare ar fi cifrele nenule a, b și c.

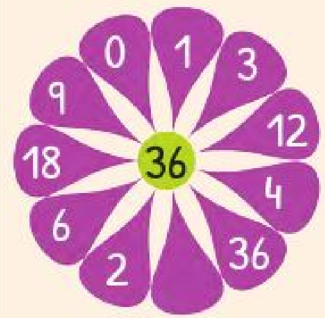
24. Arată că produsul a trei numere naturale consecutive este divizibil cu 6.

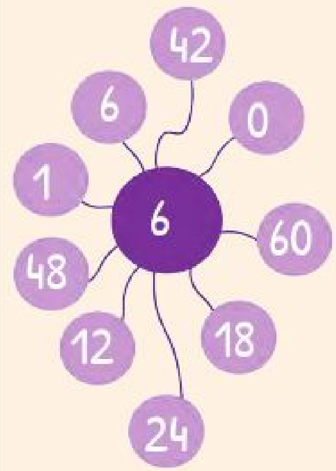
25. Arată că:

a) $2^{n+1} \cdot 5 + 2^{n+2} \cdot 7 - 2^{n+3} \cdot 3 \vdots 7$, pentru oricare număr natural n.

b) $3^{n+2} \cdot 2^{n} + 6^{n+1} + 3^{n} \cdot 2^{n+3} \vdots 23$, pentru oricare număr natural n.

GĂSEȘTE INTRUSUL!





Mate practică

1. Într-o cutie sunt 28 de bomboane. Câtor copii le pot fi împărțite în mod egal bomboanele din cutie?

2. Se pot ambala 1 024 de cărți în 64 de cutii, astfel încât în fiecare cutie să fie același

2. Se pot ambala 1 024 de cărți în 64 de cutii, astfel încât în fiecare cutie să fie același număr de cărți? Dar în 72 de cutii? Justifică.

3. Bunicii împart nepoților, în mod egal, 20 de mandarine, 16 mere și 12 banane. Câți nepoți sunt în familie, dacă numărul acestora este cel mai mare posibil?

4. La ora de educație fizică, elevii unei clase au fost aranjați în coloane a câte 3, 6 și, respectiv, 8 elevi. Determină numărul elevilor din clasă, știind că este cel mai mic posibil.

5. Fiecare elev dintr-o clasă a primit la sfârșitul anului școlar cărți și batoane de ciocolată. Toți elevii au primit același număr de cărți și același număr de batoane de ciocolată. În total au fost împărțite 48 de batoane de ciocolată și 72 de cărți. Determină numărul elevilor din clasă, știind că este cel mai mare posibil.

6. La o competiție sportivă au participat 51 de fete și 85 de băieți. Participanții au fost grupați în echipe cu același număr de copii, în fiecare echipă fiind același număr de fete.

a) Câte echipe s-au format?

b) Determină numărul de fete și numărul de băieți dintr-o echipă.

2. Criteriul de divizibilitate cu 2. Criteriul de divizibilitate cu 5. Criteriul de divizibilitate cu 10^n ($n \geq 1$)

Descopăr

1. Scrie numerele naturale mai mici sau egale decât 20 care sunt divizibile cu 2. Ce observi?
2. Dintre numerele: 40, 28, 65, 103, 100, 204, 205, 78, 405, care sunt divizibile cu 5? Ce au în comun acestea?
3. Scrie patru numere divizibile cu 10. Ce observi?

Învăț

EXEMPLE:

- Ultima cifră a numărului 1 248 este 8, așadar 1 248 este divizibil cu 2.
- Ultima cifră a numărului 1 450 este 0, așadar 1 450 e divizibil cu 5.
- Ultima cifră a numărului 240 este 0, așadar 240 e divizibil cu 10.

Criteriul de divizibilitate cu 2

Un număr natural este divizibil cu 2 dacă ultima sa cifră este 0, 2, 4, 6 sau 8 (o cifră pară).

Criteriul de divizibilitate cu 5

Un număr natural este divizibil cu 5 dacă ultima sa cifră este 0 sau 5.

Criteriul de divizibilitate cu 10

Un număr natural este divizibil cu 10 dacă ultima sa cifră este 0.

Criteriul de divizibilitate cu 10^n ($n \geq 1$)

Un număr natural este divizibil cu 10^n ($n \geq 1$) dacă ultimele n cifre ale sale sunt egale cu 0.

OBSERVAȚIE

Aplicând criteriul de divizibilitate cu 10^n ($n \geq 1$) pentru $n = 2$ și $n = 3$, obținem:

- Un număr natural este divizibil cu $100 = 10^2$ dacă ultimele două cifre ale sale sunt egale cu 0.
- Un număr natural este divizibil cu $1000 = 10^3$ dacă ultimele trei cifre ale sale sunt egale cu 0.

Exerciții rezolvate

1. Pentru a deschide un lacat trebuie format codul $\overline{xyz}$. Determină codul, știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

a) Numărul $\overline{42x}$ este un multiplu impar al lui 5.

b) Numărul $\overline{33y}$ este cel mai mare multiplu al lui 2 de această formă.

c) Numărul $\overline{12z}$ este multiplu al lui 10.

Rezolvare:

Cum numărul $\overline{42x}$ este un multiplu impar al lui 5, $x = 5$. Cel mai mare multiplu al lui 2 de forma $\overline{33y}$ este 338, deci $y = 8$. Numărul de forma $\overline{12z}$, multiplu al lui 10, este 120, deci $z = 0$. Așadar, codul este 580.

2. Fie $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 35$. Determină cel mai mare număr natural n, știind că $10^n \mid a$.

Rezolvare:

Știm că $10^k = 2^k \cdot 5^k$, pentru oricare număr natural k. Pentru a determina cel mai mare număr natural n pentru care $10^n \mid a$, trebuie să vedem de câte ori putem forma produsul $2 \cdot 5$ în numărul a.

În produsul $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 35$ sunt mai multe numere divizibile cu 2 decât numere divizibile cu 5 și, pentru a afla numărul maxim de produse de forma $2 \cdot 5$, trebuie să găsim toți multiplii lui 5 din acest produs. Aceștia sunt: $5 = 1 \cdot \underline{5}$; $10 = 2 \cdot \underline{5}$; $15 = 3 \cdot \underline{5}$, $20 = 4 \cdot \underline{5}$, $25 = \underline{5} \cdot \underline{5}$, $30 = 6 \cdot \underline{5}$; $35 = 7 \cdot \underline{5}$. Așadar, 5 apare de 8 ori. Cu alte cuvinte, cea mai mare valoare a lui n este 8.

Aplic

1. Se consideră secvențele de numere:
a) 234, 420, 335; b) 800, 38, 224; c) 375, 441, 567; d) 90, 120, 67.
Care dintre acestea conține numai numere divizibile cu 2?

2. Dintre numerele naturale 235, 11, 82, 5 320, 400, 205, 97, 1 450, scrie-le doar pe cele divizibile cu:
a) 2; b) 5; c) 10; d) 100.

3. Scrie numerele naturale de două cifre, mai mari decât 40, care sunt multipli ai lui 5 și nu sunt multipli ai lui 10.

4. a) Scrie cel mai mic multiplu al lui 2 format din 4 cifre.
b) Scrie cel mai mare multiplu al lui 10^2 format din 3 cifre.
c) Scrie cel mai mic multiplu al lui 5 format din 5 cifre, care nu este multiplu al lui 2.

5. Scrie multiplii impari ai lui 5, care au două cifre și sunt mai mari decât 76.

6. Dana numără din 5 în 5 pornind de la 2 până la 42. Câți multipli ai lui 2 obține?

7. Șterge cifre din numerele 7 202, 10 543, 2 006, 5 432 pentru a obține multipli ai lui 5.

8. Schimbă ordinea cifrelor numărului 1 023 pentru a obține numere divizibile cu 2.

9. Scrie numerele de forma $\overline{2xy}$ divizibile cu 5.

10. Care este cel mai mic număr de forma $\overline{x34x}$ divizibil cu 2? Dar cel mai mare?

11. Câte numere de forma $\overline{a7b}$ sunt divizibile cu 2?

12. Scrie numerele de forma $\overline{2aa}$ divizibile cu: a) 2; b) 5; c) 10; d) 100.

13. Scrie numerele de forma $\overline{a3b}$ divizibile cu 5, care au suma cifrelor egală cu 9.

14. Determină numerele naturale de forma $\overline{2xy}$ $(x > y)$ care se divid cu 5, dar nu se divid cu 10.

15. a) Arată că numărul $2^{80} - 1$ este divizibil cu 5.
b) Arată că numărul $6^{2\,022} + 4$ este divizibil cu 10.

PORTOFOLIU

Rezolvă problemele de mai jos pe o coală de hârtie şi adaug-o la portofoliu.

1) Scrie numerele de trei cifre care sunt egale cu răsturnatele lor şi sunt divizibile cu 5.

2) Câte numere de trei cifre, care sunt egale cu răsturnatele lor şi sunt divizibile cu 2, există?

3) Există numere care sunt egale cu răsturnatele lor şi sunt divizibile cu 10? Argumentează.

c) Arată că numărul $4^{100} + 4^{101}$ este divizibil cu 10.

Mate practică

1. Andrei și Georgiana doresc să cumpere bomboane de ciocolată. Ce cutie trebuie să aleagă, astfel încât fiecăruia să-i revină același număr de bomboane?

45 bomboane

50 bomboane

2. Alin și Matei doresc să cumpere împreună căști pentru prietenul lor, Dan. Dacă acestea costă 125 de lei, pot plăti ambii copii aceeași sumă de bani (număr natural)? Justifică.
3. O carte costă 45 de lei. Poate fi plătită această sumă fără a primi rest, folosind numai bancnote de 5 lei? Dar de 10 lei?

3. Criteriul de divizibilitate cu 3. Criteriul de divizibilitate cu 9

Descopăr

1. Care poate fi ultima cifră a unui număr divizibil cu 3?
2. Se consideră numerele: 27, 152, 1 029, 63, 4 067, 774, 100.
   - Numerele divizibile cu 3 sunt: ... .
   - Numerele pentru care suma cifrelor este divizibilă cu 3 sunt: ... .
   - Numerele divizibile cu 9 sunt: ... .
   - Numerele pentru care suma cifrelor este divizibilă cu 9 sunt: ... .

   Ce observați?

Învăț

ȘTIAȚI CĂ...?

Este întotdeauna divizibilă cu 9:

- diferența dintre un număr natural și suma cifrelor sale;
- diferența dintre două numere naturale care au aceleași cifre, dar în altă ordine;
- diferența a două numere naturale care au aceeași sumă a cifrelor.

Criteriul de divizibilitate cu 3

Un număr natural este divizibil cu 3 dacă suma cifrelor sale este divizibilă cu 3.

EXEMPLE:

1) Suma cifrelor numărului 417 este divizibilă cu 3 ($4 + 1 + 7 = 12$, $12 \vdots 3$), deci $417 \vdots 3$.

2) Suma cifrelor numărului 254 nu e divizibilă cu 3 ($2 + 5 + 4 = 11$, $11 \not\vdots 3$), deci $254 \not\vdots 3$.

Criteriul de divizibilitate cu 9

Un număr natural este divizibil cu 9 dacă suma cifrelor sale este divizibilă cu 9.

EXEMPLE:

1) Suma cifrelor numărului 576 este divizibilă cu 9 ($5 + 7 + 6 = 18$, $18 \vdots 9$), deci $576 \vdots 9$.

2) Suma cifrelor numărului 449 nu e divizibilă cu 9 ($4 + 4 + 9 = 17$, $17 \not\vdots 9$), deci $449 \not\vdots 9$.

Exerciții rezolvate

1. Se consideră numerele: 126, 225, 308, 1 122, 3 789, 1 111, 3 305. Dintre acestea, determină numerele divizibile cu 3 și cu 2.

Rezolvare:

Folosim criteriile de divizibilitate cu 2 și cu 3. Numerele divizibile cu 2 sunt cele care au ultima cifră pară, adică 126, 308 și 1 122. În cazul acestor numere aplicăm criteriul de divizibilitate cu 3.

Suma cifrelor numărului 126 este $1 + 2 + 6 = 9$, $9 \vdots 3$, deci $126 \vdots 3$. Suma cifrelor numărului 308 este $3 + 0 + 8 = 11$, $11 \not\vdots 3$, deci $308 \not\vdots 3$. Suma cifrelor numărului 1 122 este $1 + 1 + 2 + 2 = 6$, $6 \vdots 3$, deci $1\,122 \vdots 3$. Numerele divizibile cu 3 și cu 2 sunt 126 și 1 122.

2. Determină numerele de forma $\overline{3x1}$ divizibile cu 3.

Rezolvare:

Un număr de forma $\overline{3x1}$ este divizibil cu 3 dacă $(3 + x + 1) \vdots 3$, adică $(x + 4) \vdots 3$. Deoarece $x + 4$ este un multiplu al lui 3 mai mare sau egal decât 4 ($x \geq 0$) și mai mic sau egal decât 13 ($x \leq 9$), obținem că $x + 4$ poate fi 6, 9 sau 12, adică x poate fi 2, 5 sau 8. Numerele căutate sunt 321, 351 și 381.

Aplic

1. Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

a) Dintre numerele 234, 421, 333, 809, 312, 222, 378, 441, 567, cele divizibile cu 9 sunt ... .

b) Se consideră numerele: 125, 225, 621, 108, 3 060, 342, 1 215, 4 425. Dintre acestea, cele divizibile cu 3 și cu 5 sunt ... .

2. Scrie numerele naturale de două cifre, mai mari decât 50, care sunt multipli ai lui 3 și ai lui 5.

3. Scrie numerele naturale de două cifre mai mici decât 40 care sunt divizibile cu 9 și cu 2.

4. Determină numerele de trei cifre, divizibile cu 9, care au cifra sutelor egală cu dublul cifrei unităților.

5. Un număr natural de trei cifre este divizibil cu 9, are cifra zecilor egală cu dublul cifrei unităților, iar cifra sutelor egală cu triplul cifrei unităților. Care este acest număr?

6. Determină numerele pare de forma $\overline{xyz}$ divizibile cu 3, știind că $x = 2z$.

7. Determină numerele de forma $\overline{4x1}$ divizibile cu 3. Câte dintre acestea sunt divizibile cu 9?

8. Scrie numărul de forma $\overline{3x2x}$ divizibil cu 9.

9. Se pot forma cu cifrele 2, 3, 4, 5 numere de patru cifre diferite care să fie divizibile cu 9? Justifică.

10. Care este cel mai mic număr natural de trei cifre distincte divizibil cu 9? Dar cel mai mare?

11. Determină numerele naturale de forma $\overline{34x}$, divizibile cu 3. Câte dintre acestea se divid cu 9? Dar cu 2?

12. Scrie toate numerele de forma $\overline{1x2x}$ divizibile cu 3.

13. Scrie toate numerele de forma $\overline{5x1y}$ divizibile cu 3 și cu 5.

14. Determină numerele naturale x și y pentru care numerele $\overline{7x8x}$ și $\overline{2y1x}$ se divid cu 3, dar nu se divid cu 9.

15. Arată că numărul $2^{12} \cdot 5^{13} + 1$ se divide cu 3.

16. Demonstrează că numărul natural $n = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ este divizibil cu 3, pentru

ȘTIAȚI CĂ...?

Restul împărțirii oricărui număr natural la 9 se poate calcula fără a efectua împărțirea, astfel: se calculează suma cifrelor numărului; pentru numărul obținut

16. Demonstrează că numărul natural $n = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ este divizibil cu 3, pentru oricare cifre nenule a, b, c. Cât trebuie să fie $s = a + b + c$, astfel încât n să fie divizibil cu 9?

17. Arată că numărul $a = 10^{12} + 10^{11} + 10^{10} + 3 \cdot 10^{2} + 2 \cdot 10 + 1$ este divizibil cu 9.

18. Arată că numărul $a = 10^{n} - 1$ este multiplu al lui 9, pentru oricare număr natural n.

Mate practică

1. Într-o clasă sunt 23 de elevi. Pot fi aceștia împărțiți în grupe de câte 3 elevi, astfel încât toate grupele să fie complete? Justifică.

2. Se pot pune 1 287 de kilograme de mere în lăzi, astfel încât fiecare ladă să conțină 9 kilograme de mere? Justifică.

se calculează din nou suma cifrelor și tot așa până se obține un număr de o cifră. Dacă obținem o cifră diferită de 9, ea reprezintă restul, iar dacă obținem 9, atunci restul este 0.

Exemplu:

Suma cifrelor numărului 569 826 701 este $5+6+9+8+2+6+$ $+7+0+1=44$, iar suma cifrelor numărului 44 este $4+4=8$, deci restul împărțirii numărului 569 826 701 la 9 este 8.

4. Numere prime. Numere compuse

Descopăr

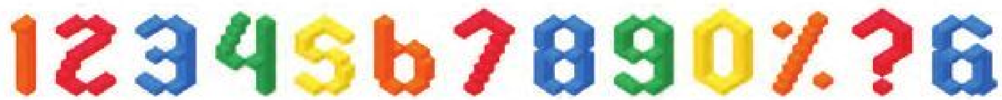
În clasa a V-a A sunt 21 de elevi. Pentru a realiza un proiect, aceștia trebuie să formeze grupe cu același număr de elevi, fiecare grupă având mai mult de un elev.

a) Câte grupe se pot forma?

b) Câte grupe se pot forma dacă lipsesc doi elevi?

INDICAȚIE

Numărul de grupe care se pot forma este un divizor propriu al numărului de elevi.



Învăț

Un număr natural diferit de 0 și 1, care se divide numai cu 1 și cu el însuși, se numește **număr prim**.

EXEMPLU:

Numerele 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 sunt numere prime.

OBSERVAȚII

- Numerele prime nu au divizori proprii.
- 2 este singurul număr prim par.

Un număr natural diferit de 0, care are și alți divizori în afară de 1 și de el însuși, se numește **număr compus**.

EXEMPLU:

Numerele 4, 6, 8, 10, 12 sunt numere compuse (2 este un divizor al lor).

OBSERVAȚIE

Numerele 0 și 1 nu sunt nici prime și nici compuse.

Exerciții rezolvate

1. Precizează care dintre numerele 48, 113, 247 este număr prim.

Rezolvare:

- $48 \vdots 2$, deci 48 nu e număr prim.
- $113 \not\vdots 2$ (ultima cifră este număr impar); $113 \not\vdots 3$ $(1 + 1 + 3 = 5 \not\vdots 3)$; $113 \not\vdots 5$ (ultima cifră nu

OBSERVAȚIE

Pentru a stabili dacă un număr natural este prim sau compus, îl împărtim la toate împărțim la toate numerele naturale prime mai mici decât el, începând cu 2, în ordine crescătoare, până când obținem un cât mai mic sau egal decât împărțitorul. Dacă la una dintre aceste împărţiri obținem restul egal cu 0, atunci numărul dat este compus. Dacă nu, numărul dat este prim. Vom ține cont și de criteriile de divizibilitate.

este 0 sau 5); 113 : 7 = 16, rest 1; 113 : 11 = 10, rest 3. Am obținut câtul mai mic decât împărțitorul și ne oprim. Rezultă că 113 este număr prim.

- $247 \not\vdots\ 2$ (ultima cifră este număr impar); $247 \not\vdots\ 3$ ($2 + 4 + 7 = 13 \not\vdots\ 3$); $247 \not\vdots\ 5$ (ultima cifră nu este 0 sau 5); 247 : 7 = 33, rest 2; 247 : 11 = 22, rest 5; 247 : 13 = 19, rest 0. Rezultă că 247 nu e număr prim.

2. Suma dintre un număr prim și un număr natural este 13. Determină numerele.

Rezolvare:

Numerele prime mai mici sau egale decât 13 sunt: 2, 3, 5, 7, 11, 13. Avem cazurile: 2 + 11 = 13, 3 + 10 = 13, 5 + 8 = 13, 7 + 6 = 13, 11 + 2 = 13, 13 + 0 = 13. Numerele care îndeplinesc condițiile problemei sunt: 2 și 11, 3 și 10, 5 și 8, 7 și 6, 13 și 0.

3. Determină numărul natural n pentru care $a = n^2 + 4n$ este număr prim.

Rezolvare:

Dând factor comun pe n, obținem $a = n^2 + 4n = n \cdot (n + 4)$, unde n este număr natural.

Dacă a este număr prim, atunci singurii săi divizori sunt 1 și a. Așadar, unul dintre numerele naturale n sau n + 4 trebuie să fie egal cu 1. Cum $n + 4 \geq 4$ $(n \geq 0)$, obținem că n = 1. Atunci $a = 1 \cdot (1 + 4) = 5$, care este număr prim.

4. Arată că numărul $a = 5^{n+1} + 5^n + 7^{n+1} - 7^n$ este compus, pentru oricare număr natural n.

Rezolvare:

$a = 5^{n+1} + 5^n + 7^{n+1} - 7^n = \underline{5^n} \cdot 5 + \underline{5^n} + \underline{\underline{7^n}} \cdot 7 - \underline{\underline{7^n}} = 5^n \cdot (5 + 1) + 7^n \cdot (7 - 1) =$

$= 5^n \cdot \underline{6} + 7^n \cdot \underline{6} = 6 \cdot (5^n + 7^n) = 2 \cdot 3 \cdot (5^n + 7^n)$, pentru oricare număr natural n.

Rezultă că a este număr compus, pentru oricare număr natural n.

5. Determină numerele prime a și b, știind că $5a + 8b = 50$.

Rezolvare:

Dacă b este număr natural, atunci 8b este divizibil cu 2.

Vom avea $5a = 50 - 8b$, adică $5a = 2 \cdot (25 - 4b)$. Așadar, $5a \mathrel{\vdots} 2$, de unde deducem că $a \mathrel{\vdots} 2$. Cum a este număr prim, obținem a = 2.

Înlocuind pe a cu 2 în relația $5a + 8b = 50$, obținem $10 + 8b = 50$, de unde $8b = 40$ și $b = 5$.

Aplic

1. Scrie numerele prime mai mici sau egale decât 30.

2. Se consideră secvențele de numere:

a) 3, 1, 23, 11; b) 5, 19, 49, 31; c) 0, 5, 17, 13; d) 2, 7, 5, 29.

Care dintre acestea conține numai numere prime?

3. Care dintre numerele 15, 2, 39, 111, 57, 7, 1, 225, 0, 170, 132 sunt compuse?

4. Completează căsuțele cu numere prime:

a) $12 = \square + \square$; d) $52 = \square + \square$; g) $111 = \square \cdot \square$;

b) $77 = \square \cdot \square$; e) $6 = \square - \square$; h) $100 = \square + \square$;

c) $65 = \square \cdot \square$; f) $26 = \square - \square$; i) $4 = \square - \square$.

5. Produsul a două numere prime este 34. Care sunt aceste numere?

6. Determină cifrele a, b, c, d, e și f pentru care următoarele numere sunt prime:

ȘTIAȚI CĂ...?

- Găsirea unor numere prime cât mai mari a stârnit dintotdeauna interesul matematicienilor. De ce? Pentru că acestea sunt necesare scrierii mesajelor în cod la calculator. Cel mai mare număr prim, găsit în anul 2017 de un computer, este $2^{77\,232\,917} - 1$, care are 23 249 425 de cifre.
- În anul 1742, matematicianul german Christian Goldbach i-a propus lui Leonhard Euler, unul dintre cei mai remarcabili matematicieni ai omenirii, să

a) $\overline{3a}$; c) $\overline{c3}$; e) $\overline{5e}$;
b) $\overline{b7}$; d) $\overline{10d}$; f) $\overline{1ff}$.

7. Există numere prime de două cifre identice? Justifică.

8. Scrie numerele prime mai mari decât 15, dar mai mici decât 40.

9. Scrie ca produs de două numere prime numerele: 15, 55, 21, 51, 35, 77.

10. Suma a două numere prime este 19. Care sunt numerele?

11. Maria are un număr de cărți de forma $\overline{abc5}$. Stabilește dacă numărul de cărți ale Mariei este prim sau compus.

12. a) Determină numărul natural n pentru care $a = n^2 + 10n$ este număr prim.
b) Determină numărul natural n pentru care $b = n^2 - 12n$ este număr prim.
c) Determină numărul natural n pentru care $c = (n + 1)(n + 7)$ este număr prim.

13. Determină numerele prime a și b, știind că $7a + 6b = 44$.

14. Determină numerele prime a și b, știind că $7a + b = 26$.

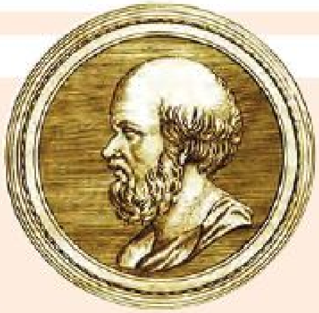
15. Determină numerele prime a, b și c, știind că $2a + 3b + 4c = 32$.

16. Arată că numărul $a = 1^n + 5^n + 6^n$ este compus, pentru oricare număr natural nenul n.

demonstreze că „Orice număr par se poate scrie ca sumă de două numere prime". Deși afirmația este verificabilă prin exemple, veridicitatea sa nu s-a demonstrat până în zilele noastre.

UNITATEA 1 Divizibilitatea numerelor naturale

Proiect: Eratostene, geniul Antichității



Ce veți face:

Pe o coală de hârtie:

- veți nota informații biografice despre Eratostene;
- veți determina numerele prime mai mici decât 100 urmând pașii de mai jos:
  - veți scrie într-un tabel cu 10 linii și 10 coloane toate numerele naturale de la 1 la 100;
  - în tabel, veți tăia cu o linie, pe rând, numărul 1, numerele mai mari decât 2, divizibile cu 2; numerele mai mari decât 3, divizibile cu 3; numerele mai mari decât 5, divizibile cu 5 și numerele mai mari decât 7, divizibile cu 7.

  Au rămas netăiate numerele prime. Folosindu-vă de tabel, transcrieți și completați enunțul: „Numerele prime mai mici decât 100 sunt: ...”.

  Acest procedeu de determinare a numerelor prime a fost descoperit de Eratostene și se numește „Ciurul lui Eratostene”.
- veți argumenta de ce a fost tăiat cu o linie numărul 1;
- veți argumenta de ce au fost tăiate cu o linie numerele divizibile numai cu numere prime (2, 3, 5 și 7);
- veți argumenta de ce nu am continuat să tăiem din tabel numerele mai mari decât 11, divizibile cu 11, mai mari decât 13, divizibile cu 13 etc.

De ce veți face:

Realizând acest proiect, veți afla ce este Ciurul lui Eratostene și veți înțelege acest algoritm de determinare a numerelor prime mai mici decât 100.

Cum veți face:

Veți căuta informații despre Eratostene pe internet sau în diverse publicații.

Cum veți ști dacă ați reușit:

Veți prezenta în clasă proiectul și veți întreba profesorul și colegii ce anume le-a plăcut. Apoi îi veți ruga să își argumenteze răspunsul și să vă dea sugestii pentru a vă putea îmbunătăți proiectul.

Exerciții recapitulative

1. Scrie în căsuțele de mai jos A, dacă afirmația este adevărată și F, dacă afirmația este falsă:

a) $51 \vdots 3$; ☐ c) $0 \vdots 0$; ☐ e) $5 \nmid 25$; ☐ g) $225 \vdots 9$; ☐

b) $74 \mid 7$; ☐ d) $9 \nmid 149$; ☐ f) $147 \not\vdots 3$; ☐ h) $0 \vdots 13$. ☐

2. Completează casetele cu una dintre sintagmele „un multiplu al lui" sau „un divizor al lui" pentru a obține afirmații adevărate:

a) 5 este ☐ 45; c) 12 este ☐ 1; e) 1 este ☐ 45;

b) 48 este ☐ 8; d) 0 este ☐ 113; f) 59 este ☐ 590.

3. Se consideră numerele naturale: 306, 400, 555, 315, 720, 1 062, 7 065, 1 608, 1 400, 345, 1 200, 453, 10 017, 5^3, 3^5, $2^3 \cdot 5^3$. Dintre acestea, enumeră-le pe cele divizibile cu:

a) 2; b) 3; c) 5; d) 9; e) 10; f) 10^2.

4. a) Calculează suma divizorilor numărului 24.

b) Calculează suma divizorilor proprii ai numărului 36.

5. Scrie divizorii proprii ai numărului:

a) 25; b) 27; c) 32; d) 36; e) 105.

6. Scrie divizorii primi ai numărului:

a) 18; b) 24; c) 23; d) 63; e) 48.

7. Scrie multiplii nenuli ai lui 13 mai mici decât 84.

8. Determină cel mai mare și cel mai mic multiplu de trei cifre al numărului 29. Câți multipli de trei cifre are numărul 29? Determină suma acestora.

9. Calculează suma divizorilor impari ai numărului 60.

10. Determină suma multiplilor de două cifre ai numărului 7.

11. Folosind doar cifrele 0, 2 și 5, scrie toate numerele de trei cifre distincte care sunt divizibile cu:

a) 2; b) 5; c) 10.

12. Determină numerele de trei cifre divizibile cu 9 care au cifra sutelor egală cu 5 și cifra unităților pară.

13. Determină numerele de forma $\overline{x30x}$ care sunt divizibile cu:

a) 2; b) 3; c) 5.

14. Determină numerele naturale de forma:

a) $\overline{3a5}$ divizibile cu 9;

b) $\overline{4x3x}$ divizibile cu 5;

c) $\overline{3a2b}$ divizibile cu 3 și cu 5.

15. Determină numerele de forma $\overline{x24xx}$, care sunt divizibile cu 3, dar care nu sunt divizibile cu 9.

16. Arată că numărul $a = 182 : 13 + 5^2 - 18 : 3$ este divizibil cu 11, iar numărul $b = 2[225 : (2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0) + 4^2] - 7$ este divizibil cu 5.

17. Se consideră numerele naturale: $a = 9 \cdot 7 - 8 \cdot 6 + 5 \cdot 3 - 4 \cdot 2 + 1^{2\,021}$ și $b = 5^3 - 4^3 + 3^3 - 2^3 + 1^3 + 2^5$. Care dintre ele este număr prim?

18. La un concurs participă 54 de băieți și 45 de fete. Toți participanții sunt grupați în echipe cu același număr de copii, iar fiecare echipă are același număr de fete.

a) Se pot forma 6 echipe? Justifică.

b) Care este cel mai mare număr de echipe ce se poate forma? Câți copii sunt într-o echipă în acest caz?

19. Andrei are 28 de bomboane, 20 de caise și 24 de batoane de ciocolată. El vrea să le împartă în mod egal prietenilor săi. Câți prieteni are Andrei, dacă numărul acestora este cel mai mare posibil?

20. Într-o cutie mică încap 28 de bomboane de ciocolată, iar într-o cutie mare încap 42 de bomboane de ciocolată. Determină cel mai mic număr de bomboane de ciocolată care pot fi ambalate atât în cutii mari, cât și în cutii mici.

21. Într-o excursie doresc să participe 210 elevi. Pentru a-i transporta, școala poate închiria autocare care au 35, 40 sau 42 de locuri. Ce fel de autocare va închiria școala, astfel încât să nu rămână locuri libere?

22. Rareș, Andreea și Radu sunt șoferi de autobuz. Autobuzele pe care le conduc ei pleacă la ora 7 din același loc. Rareș efectuează cursa într-o oră, Andreea în 40 de minute, iar Radu în jumătate de oră. Ei lucrează 6 ore.

a) Câte curse efectuează fiecare?

b) De câte ori se întâlnesc Rareș și Andreea? Dar Andreea și Radu?

c) De câte ori se întâlnesc toți trei? La ce ore?

23. Arată că numărul $n = 1 + 2 + 3 + ... + 2\,020$ este divizibil cu 2 021.

24. Determină numărul natural n pentru care numărul $a = n^2 - 6n$ este număr prim.

25. Determină cifra a, știind că numărul $n = \overline{9a8a7a6a5a}$ este divizibil cu 9.

26. Arată că numerele de forma $\overline{xx0xx}$ sunt compuse, oricare ar fi cifra nenulă x.

27. Arată că numerele de forma $\overline{x77x}$ sunt divizibile cu 77, oricare ar fi cifra nenulă x.

28. Arată că numărul $A = 2\,010^0 + 2\,011^1 + 2\,012^2 + ... + 2\,019^9 + 2$ este divizibil cu 10.

29. Arată că numărul $x = 2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3}$ este multiplu al lui 15, pentru oricare număr natural n.

30. Arată că numărul $x = 3^{n+3} - 3^{n+2} - 3^{n+1} - 3^n$ este divizibil cu 14, pentru oricare număr natural n.

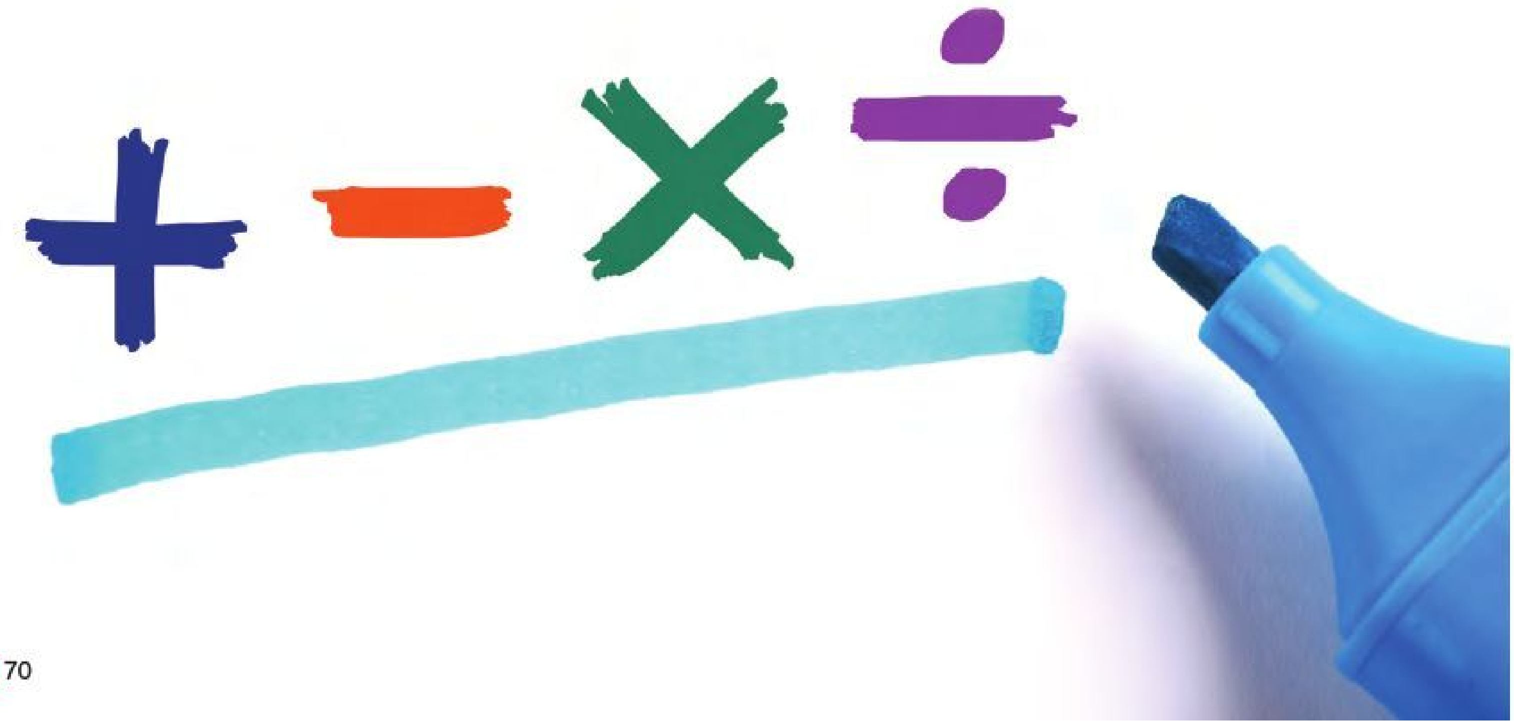
31. Demonstrează că numerele de forma $2^{n+2} \cdot 5^n - 1$ se divid cu 3, dar nu se divid cu 9, pentru oricare număr natural n.

32. Determină numerele prime a și b, știind că $2a + 3b = 27$.

33. Fie $s = 6 + 6^2 + 6^3 + ... + 6^{2\,020}$.

a) Verifică dacă $(6 + 6^2) \vdots 7$.

b) Arată că $s \vdots 7$.



Evaluare

Timp de lucru: 50 de minute

Subiectul I **60 puncte**

30 puncte	**1.** *Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos. Este corectă o singură variantă de răspuns.*
(10 p.)	**A.** Suma primelor patru numere naturale prime este egală cu: a) 17; b) 11; c) 16; d) 15.
(10 p.)	**B.** Suma numerelor naturale compuse mai mari decât 10, dar mai mici decât 20 este egală cu: a) 72; b) 60; c) 75; d) 135.
(10 p.)	**C.** Dintre secvențele următoare de numere, cea care conține numai numere divizibile cu 9 este: a) 234, 423, 315; b) 882, 342, 222; c) 378, 441, 399; d) 936, 129, 99.
30 puncte	**2.** *Scrie pe foaie numai rezultatele.*
(10 p.)	**A.** Cel mai mare număr natural de trei cifre pare distincte divizibil cu 3 este ... .
(10 p.)	**B.** Divizorii proprii ai numărului 18 sunt: ... .
(10 p.)	**C.** Dacă numărul $\overline{2x3y}$ este divizibil cu 9, atunci x + y poate fi: ... .

Subiectul al II-lea **30 puncte**

Scrie rezolvările complete.

10 puncte	**1.** Determină numerele prime x și y, știind că x + 2y = 12.
10 puncte	**2.** Calculează suma multiplilor lui 13 mai mici decât 100.
10 puncte	**3.** Adrian scrie toate numerele de forma $\overline{14c2}$ divizibile cu 3.
(4 p.)	**A.** Verifică dacă numărul 1 412 se află printre numerele scrise de Adrian.
(6 p.)	**B.** Arată că suma numerelor scrise de Adrian e un număr divizibil cu 9.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Autoevaluare

Pe o scară de la 5 la 1, notează nivelul pe care l-ai atins prin parcurgerea acestei unități de învățare, evaluând următoarele criterii:

LA SFÂRȘITUL ACESTEI UNITĂȚI:	**5** în foarte mare măsură	**4** în mare măsură	**3** în oarecare măsură	**2** în mică măsură	**1** în foarte mică măsură
Pot să efectuez calcule cu numere naturale.					
Pot să determin numere naturale care respectă anumite condiții.					
Pot să formulez și să rezolv probleme folosind metodele aritmetice.					
Pot să aplic criteriile de divizibilitate în rezolvarea exercițiilor teoretice și practice.					

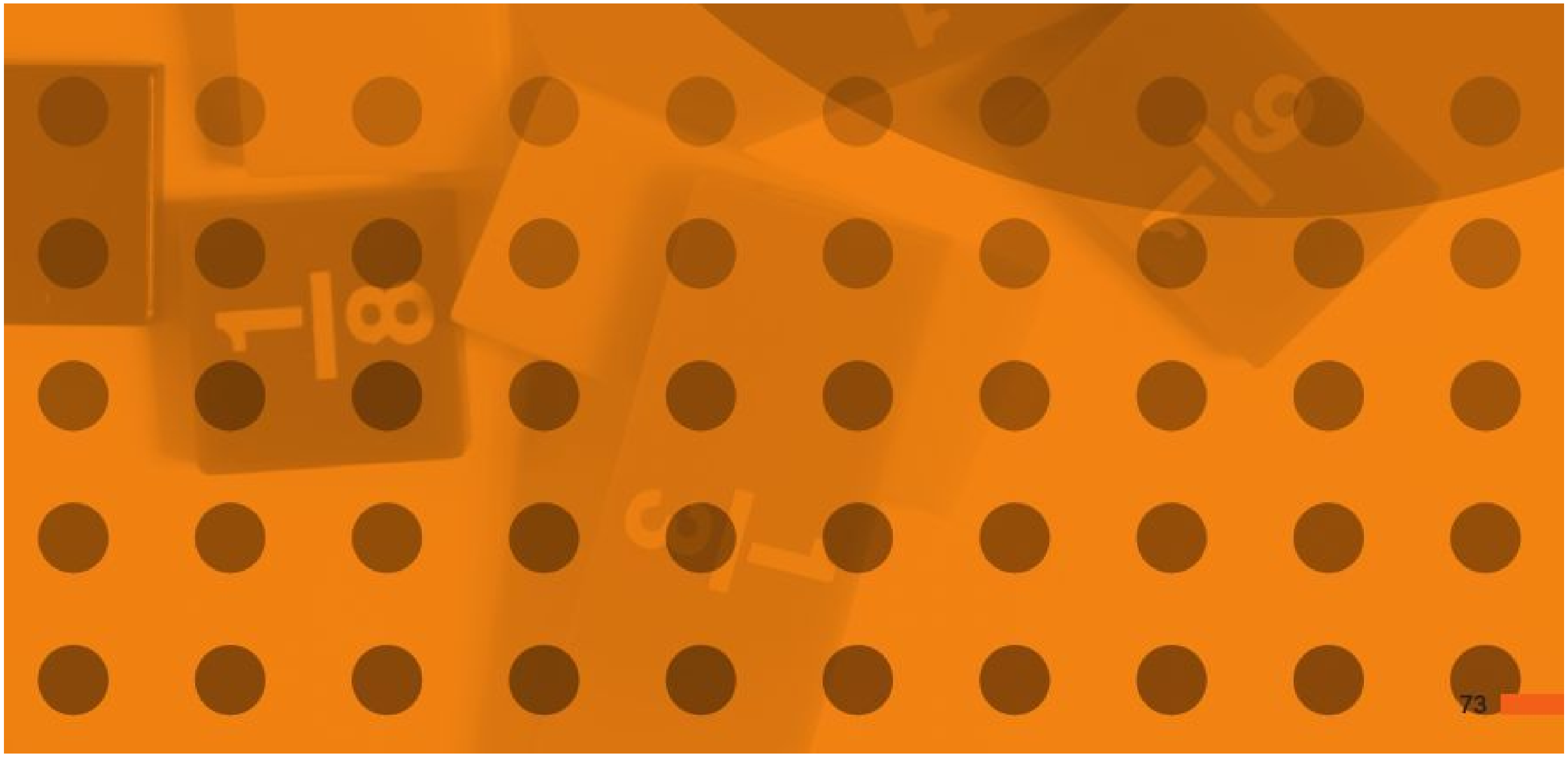
Unitatea

2

Fracții ordinare. Fracții zecimale

I. Fracții ordinare

II. Fracții zecimale



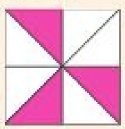
UNITATEA 2 Fracții ordinare

1. Fracții ordinare. Fracții subunitare, echiunitare, supraunitare. Procente. Fracții echivalente

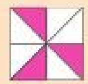
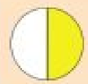
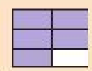
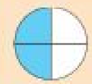
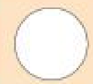
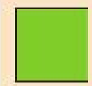
Îmi amintesc

INDICAȚIE

În desenul de mai jos, un pătrat este împărțit în opt părți egale și trei dintre acestea sunt colorate. Pentru a arăta că trei părți au fost colorate, din cele opt în care a fost împărțit pătratul considerat, scriem $\frac{3}{8}$.



Completează tabelul de mai jos după model și scrie, din tabel: o fracție subunitară, o fracție echiunitară și două fracții echivalente.

Întregul						
Numărul părților de mărimi egale	8					
Numărul părților colorate	3					
Partea colorată din întreg	$\frac{3}{8}$					

Învăț

EXEMPLE:

- Unități fracționare: $\frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}$.
- Fracții ordinare: $\frac{1}{5}, \frac{7}{8}, \frac{2}{4}, \frac{6}{6}, \frac{9}{5}$.

ATENȚIE!

Numitorul unei fracții nu poate fi egal cu 0

Fracții ordinare

O parte dintr-un întreg care a fost împărțit în părți de mărimi egale se numește **unitate fracționară**. Una sau mai multe unități fracționare reprezintă **o fracție (fracție ordinară)**.

O pereche de numere naturale *m* și *n*, cu $n \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{m}{n}$, reprezintă o **fracție (fracție ordinară)**.

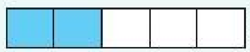
$\frac{m}{n}$

- numărătorul fracției (arată câte dintre părțile egale se iau în considerare)
- linia de fracție
- numitorul fracției (arată în câte părțile egale a fost împărțit întregul)

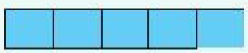
nu poate fi egal cu 0.

Scriu	Citesc
$\frac{1}{2}$	„unu pe doi" sau „unu supra doi" („jumătate", „o doime")
$\frac{1}{4}$	„unu pe patru" sau „unu supra patru" („un sfert", „o pătrime")
$\frac{2}{7}$	„doi pe șapte" sau „doi supra șapte" („două șeptimi")
$\frac{3}{10}$	„trei pe zece" sau „trei supra zece" („trei zecimi")

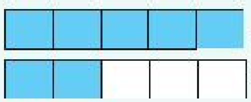
O fracție se numește:


$\frac{2}{5}$

- **subunitară**, dacă numărătorul este mai mic decât numitorul;
  Exemplu: $\frac{2}{5}$ este fracție subunitară ($2 < 5$).


$\frac{5}{5}$

- **echiunitară**, dacă numărătorul este egal cu numitorul;
  Exemplu: $\frac{5}{5}$ este fracție echiunitară ($5 = 5$).


$\frac{7}{5}$

- **supraunitară**, dacă numărătorul este mai mare decât numitorul.
  Exemplu: $\frac{7}{5}$ este fracție supraunitară ($7 > 5$).

Două fracții se numesc **echivalente** dacă reprezintă aceeași parte dintr-un întreg sau din mai mulți întregi identici.

Dacă fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$, unde a, b, c și d sunt numere naturale cu $b \neq 0$ și $d \neq 0$, sunt echivalente, vom nota $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

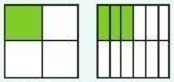
Procente

O fracție de forma $\frac{p}{100}$, unde p este număr natural, se numește **procent**. Se notează p% și se citește „p la sută”.

Exemplu: Fracția $\frac{15}{100}$ reprezintă procentul 15%, fracția $\frac{100}{100}$ reprezintă procentul 100%, iar fracția $\frac{125}{100}$ reprezintă procentul 125%.

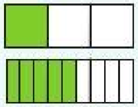
EXEMPLE:

- Fracțiile $\frac{1}{4}$ și $\frac{3}{12}$ sunt echivalente. Scriem $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$.



$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

- Fracțiile $\frac{2}{3}$ și $\frac{5}{9}$ nu sunt echivalente.



$\frac{2}{3}$

$\frac{5}{9}$

Probleme rezolvate

1. Scrie toate fracțiile care au numărătorul un număr natural nenul mai mic decât 3 și numitorul un număr natural mai mare decât 5 și mai mic sau egal decât 8.

Rezolvare:

Numărătorul fracțiilor cerute poate fi 1 sau 2, iar numitorul poate fi 6, 7 sau 8. Fracțiile care îndeplinesc condițiile problemei sunt: $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{2}{6}, \frac{2}{7}, \frac{2}{8}$.

2. Scrie:

a) o fracție supraunitară cu numitorul egal cu 8;
b) o fracție subunitară cu numărătorul egal cu 5.

Rezolvare:

a) Pentru ca o fracție cu numitorul egal cu 8 să fie fracție supraunitară, trebuie ca numărătorul acesteia să fie mai mare decât 8. Un exemplu este $\frac{11}{8}$.

b) Pentru ca o fracție cu numărătorul egal cu 5 să fie fracție subunitară, trebuie ca numitorul acesteia să fie mai mare decât 5. Un exemplu este $\frac{5}{7}$.

ȘTIAȚI CĂ...?

- La originea cuvântului *fracție* se află cuvântul latin *fractio – frângere, fragmentare*. Această denumire a fost introdusă în termenii matematici folosiți în țara noastră în anul 1852.
- Vechii egipteni foloseau fracțiile la împărțirea terenurilor agricole și a cantităților

3. Determină numărul natural *n* pentru care nu există fracția $\frac{12}{n-8}$.

Rezolvare:

O fracție nu există dacă numitorul său este egal cu 0. Așadar, fracția $\frac{12}{n-8}$ nu există dacă $n - 8 = 0$, adică $n = 8$.

4. Determină valorile numărului natural *n* pentru care:

a) fracția $\frac{5}{n+2}$ e supraunitară;

b) fracția $\frac{3}{n-6}$ este echiunitară;

c) fracția $\frac{n+10}{15}$ este subunitară.

Rezolvare:

a) Fracția $\frac{5}{n+2}$ este supraunitară dacă $5 > n + 2$, adică n este 0, 1 sau 2.

b) Fracția $\frac{3}{n-6}$ este echiunitară dacă $3 = n - 6$, adică $n = 9$.

c) Fracția $\frac{n+10}{15}$ este subunitară dacă $n + 10 < 15$, adică n este 0, 1, 2, 3 sau 4.

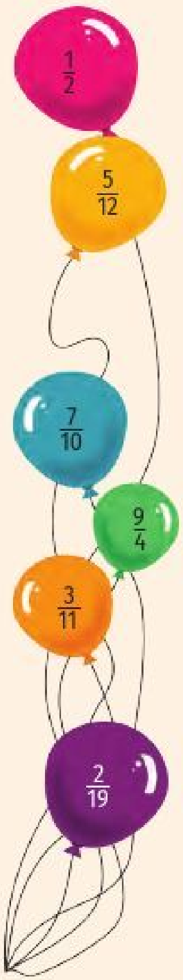
de cereale. Cu excepția fracției $\frac{2}{3}$, toate fracțiile utilizate de aceștia aveau numărătorul egal cu 1.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

UNITATEA 2 Fracții ordinare

GĂSEŞTE INTRUSUL!

A.



B.

Aplic

1. Completează spațiile punctate pentru a obține enunțuri adevărate.

a) Numitorul fracției $\frac{15}{14}$ este ... .

b) Fracția $\frac{83}{100}$ reprezintă procentul ... .

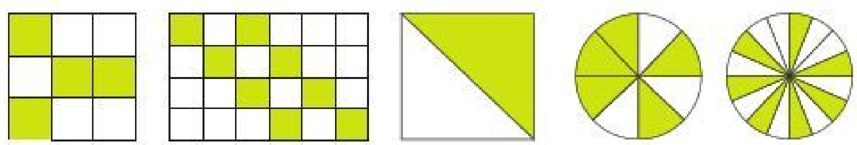
c) Fracția $\frac{15}{100}$ se citește ... sau ... sau ... .

d) $\frac{7}{5}$ este fracție ... .

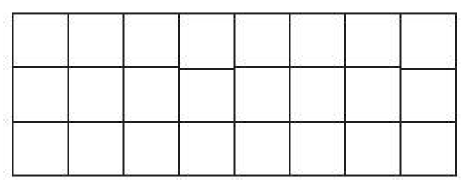
2. Citește fracțiile $\frac{1}{8}, \frac{10}{3}, \frac{2}{7}, \frac{1}{4}, \frac{9}{100}$ și precizează pentru fiecare numitorul.

3. Scrie fracțiile ordinare: un sfert, o treime, cinci pătrimi, patru supra cincisprezece, nouă miimi, douăzeci pe nouăsprezece, trei sutimi, nouă optimi, două treimi, șapte cincimi. Dintre acestea, reprezintă grafic patru fracții subunitare și o fracție supraunitară.

4. Scrie, pentru fiecare desen, ce fracție reprezintă partea colorată din întreg.



5. Reprezintă, prin colorare, folosind dreptunghiul din figura alăturată, următoarele fracții:



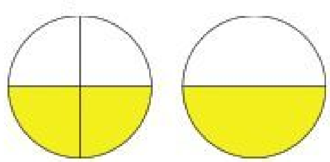
a) $\frac{1}{24}$; c) $\frac{2}{3}$;

b) $\frac{3}{8}$; d) $\frac{7}{12}$.

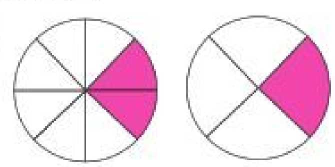
6. Ce fracție dintr-o săptămână reprezintă: o zi, trei zile, cinci zile, șapte zile?

7. Scrie fracțiile echivalente induse de suprafețele colorate:

a)

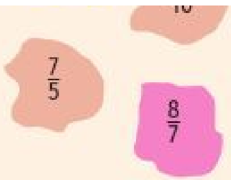


d)

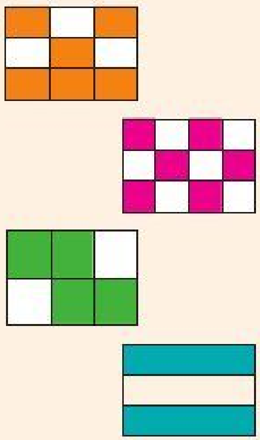


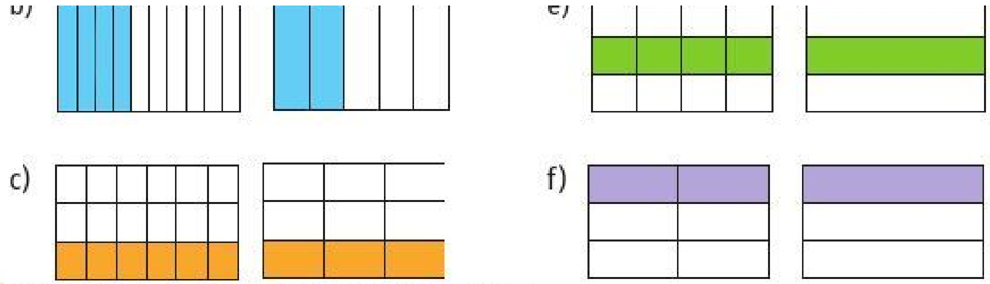
b)

e)



C.





8. a) Scrie trei fracții care au numitorul egal cu 4.

b) Scrie trei fracții supraunitare care au numărătorul egal cu 8.

9. a) Scrie toate fracțiile care au numărătorul egal cu 8 și numitorul mai mic decât 3.

b) Scrie toate fracțiile care au numitorul cu 2 mai mare decât 7 și numărătorul mai mic decât 4.

c) Scrie două fracții care au numărătorul de două ori mai mare decât numitorul.

d) Scrie două fracții care au numitorul cu 8 mai mic decât numărătorul.

e) Scrie toate fracțiile ai căror numărători sunt divizori ai lui 9 și numitorii sunt divizori ai lui 5.

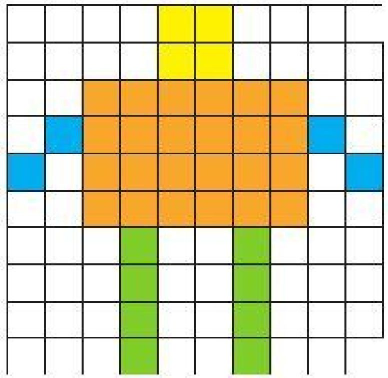
10. Utilizând imaginea alăturată, scrie ca procente fracțiile care indică:

a) partea colorată cu portocaliu;

b) partea colorată cu galben;

c) partea colorată cu portocaliu sau cu verde;

d) partea colorată cu galben, cu verde sau cu albastru.



11. Dintre fracțiile: $\frac{6}{15}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{16}{110}$, $\frac{11}{7}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{9}{7}$, $\frac{1}{1}$, $\frac{18}{13}$, enumeră-le pe cele:

a) subunitare; b) echiunitare; c) supraunitare.

12. Completează căsuțele cu numere astfel încât să obții fracții subunitare.

a) $\frac{\square}{5}$; b) $\frac{12}{\square}$; c) $\frac{\square}{3}$; d) $\frac{2}{\square}$; e) $\frac{\square}{\square}$.

13. Folosind reprezentarea prin desen, arată că următoarele fracții sunt echivalente:

a) $\frac{3}{5}$ și $\frac{6}{10}$; c) $\frac{15}{30}$ și $\frac{1}{2}$; e) $\frac{2}{7}$ și $\frac{6}{21}$; g) $\frac{7}{8}$ și $\frac{14}{16}$.

b) $\frac{7}{7}$ și $\frac{5}{5}$; d) $\frac{3}{4}$ și $\frac{6}{8}$; f) $\frac{12}{16}$ și $\frac{3}{4}$;

14. Completează căsuțele cu numere astfel încât să obții fracții echivalente cu $\frac{2}{3}$:

a) $\frac{\square}{9}$; b) $\frac{\square}{15}$; c) $\frac{\square}{12}$; d) $\frac{\square}{6}$.

15. Completează căsuțele astfel încât să obții perechi de fracții echivalente:

a) $\frac{1}{3}$ și $\frac{\square}{9}$; c) $\frac{1}{2}$ și $\frac{\square}{6}$; e) $\frac{\square}{10}$ și $\frac{2}{5}$; g) $\frac{\square}{4}$ și $\frac{4}{8}$;

b) $\frac{3}{4}$ și $\frac{\square}{8}$; d) $\frac{4}{6}$ și $\frac{\square}{12}$; f) $\frac{\square}{6}$ și $\frac{2}{12}$; h) $\frac{\square}{3}$ și $\frac{4}{6}$.

16. Din șirul de fracții $\frac{8^6}{2^{20}}$, $\frac{3^3}{2^5}$, $\frac{5^4}{25^2}$, $\frac{2^2 \cdot 2^3}{5^2}$, $\frac{1^{2022}}{2\,022^0}$, $\frac{(4^3)^2}{2^{14}}$, scrie fracțiile:

a) subunitare; b) echiunitare; c) supraunitare.

17. Scrie toate fracțiile de forma $\frac{\overline{1x}}{\overline{x1}}$, unde $\overline{1x}$ și $\overline{x1}$ sunt numere prime.

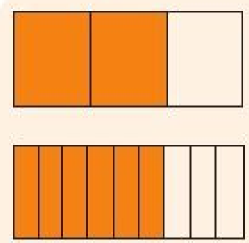
18. Determină valoarea numărului natural x pentru care nu există fracția:

a) $\frac{4}{x}$; b) $\frac{10}{x-2}$.

LUCRAȚI ÎN PERECHI!

Un copil spune un număr, iar celălalt spune o fracție subunitară și o fracție supraunitară care au numitorii egali cu acel număr. Schimbați rolurile.

INDICAȚIE



$\frac{2}{3}$

$\frac{6}{9}$

19. a) Determină valorile numerelor naturale x, y, z și t pentru care fracțiile $\frac{5}{x}$ și $\frac{8}{y-2}$ sunt supraunitare, iar fracțiile $\frac{z+1}{4}$ și $\frac{t+8}{13}$ sunt subunitare.

b) Determină valorile numerelor naturale a și b pentru care fracțiile $\frac{16}{a+4}$ și $\frac{2 \cdot b}{20}$ sunt echiunitare.

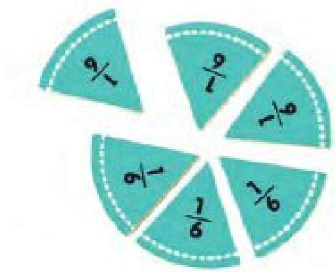
20. Determină numerele prime a și b pentru care fracția $\frac{34}{3a+4b}$ este echiunitară.

21. Determină numerele naturale x și y, $x \geq 2$, pentru care fracția $\frac{(x-2)(y+3)}{12}$ este echiunitară.

22. Precizează care dintre fracțiile următoare sunt subunitare, care sunt echiunitare și care sunt supraunitare:

a) $\frac{3^{36}}{2^{54}}$; c) $\frac{3^{30}}{5^{20}}$; e) $\frac{5^{300}}{2^{700}}$; g) $\frac{5 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot \ldots \cdot 5^9}{125^{15}}$.

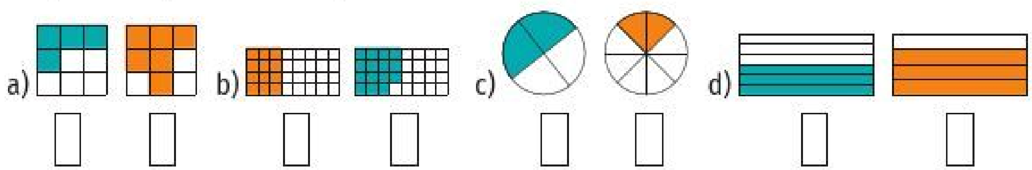
b) $\frac{2^{64}}{4^{32}}$; d) $\frac{27^{15}}{9^{23}}$; f) $\frac{3^{104}}{4^{78}}$;



2. Compararea fracțiilor cu același numitor/ numărător. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare

Îmi amintesc

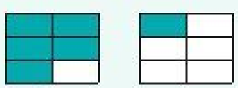
Scrie în căsuțe fracțiile reprezentate de părțile colorate din desenele de mai jos și compară fracțiile din fiecare pereche.



Învăț

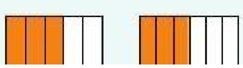
EXEMPLE:

• $\frac{5}{6} > \frac{1}{6}$ pentru că fracțiile au același numitor și 5 > 1.



$\frac{5}{6}$ $\frac{1}{6}$

• $\frac{3}{5} > \frac{3}{6}$ pentru că fracțiile au același numărător și 5 < 6.



Dintre două fracții care au același numitor, mai mare este fracția care are numărătorul mai mare.

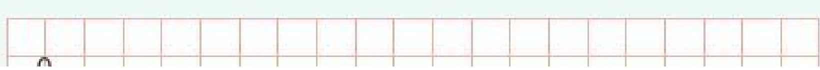
Dintre două fracții care au același numărător, mai mare este fracția care are numitorul mai mic.

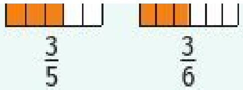
Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare

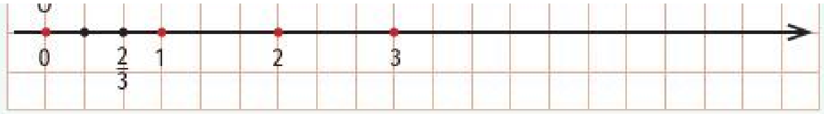
Pentru a reprezenta pe axa numerelor o fracție ordinară, se împarte unitatea de măsură în atâtea părți egale câte arată numitorul și se numără, începând de la origine, atâtea părți câte arată numărătorul.

EXEMPLE:

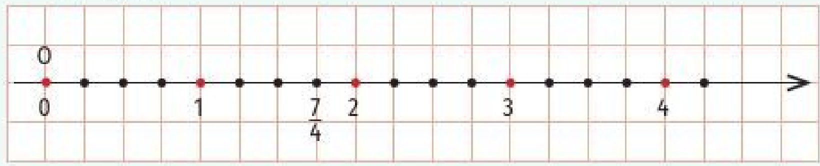
1. Pentru a reprezenta pe axa numerelor fracția $\frac{2}{3}$, împărțim unitatea de măsură în trei părți de aceeași lungime și luăm, începând de la origine, două dintre acestea.







2. Pentru a reprezenta pe axa numerelor fracția $\frac{7}{4}$, împărțim segmente consecutive egale cu unitatea de măsură în patru părți de aceeași lungime și luăm, începând de la origine, șapte dintre acestea.



Exercițiu rezolvat

Determină valorile numărului natural nenul n astfel încât:

a) $\frac{6}{n} < \frac{6}{11}$; b) $\frac{3}{10} < \frac{n}{10} \leq \frac{7}{10}$.

Rezolvare:

a) Fracțiile $\frac{6}{n}$ și $\frac{6}{11}$ au același numărător și $\frac{6}{n} < \frac{6}{11}$. Rezultă că $n > 11$ (pentru că fracția mai mică are numitorul mai mare). Așadar, n poate fi 12, 13, 14, 15 ... .

b) Fracțiile $\frac{3}{10}$, $\frac{n}{10}$ și $\frac{7}{10}$ au același numitor și $\frac{3}{10} < \frac{n}{10} \leq \frac{7}{10}$. Rezultă că $3 < n \leq 7$ (pentru că fracția mai mică are numărătorul mai mic, iar fracția mai mare are numărătorul mai mare). Așadar, n poate fi 4, 5, 6 sau 7.

Aplic

1. Completează fiecare căsuță cu unul dintre semnele <, =, > pentru a obține propoziții adevărate:

a) $\frac{8}{6} \square \frac{5}{6}$; c) $\frac{1}{6} \square \frac{1}{10}$; e) $\frac{11}{10} \square \frac{9}{10}$;

b) $\frac{9}{5} \square \frac{9}{6}$; d) $\frac{7}{3} \square \frac{2}{3}$; f) $\frac{7}{5} \square \frac{7}{2}$.

2. Ordonează crescător fracțiile:

a) $\frac{3}{7}, \frac{9}{7}, \frac{1}{7}, \frac{11}{7}$; c) $\frac{10}{15}, \frac{7}{15}, \frac{16}{15}, \frac{2}{15}$;

b) $\frac{10}{15}, \frac{10}{5}, \frac{10}{11}, \frac{10}{7}$; d) $\frac{13}{40}, \frac{13}{100}, \frac{13}{15}, \frac{13}{5}$.

3. Reprezintă prin desene și compară următoarele perechi de fracții:

a) $\frac{3}{5}$ și $\frac{8}{5}$; c) $\frac{10}{8}$ și $\frac{3}{8}$; e) $\frac{2}{7}$ și $\frac{6}{7}$;

b) $\frac{7}{4}$ și $\frac{7}{8}$; d) $\frac{5}{3}$ și $\frac{5}{2}$; f) $\frac{7}{8}$ și $\frac{7}{4}$.

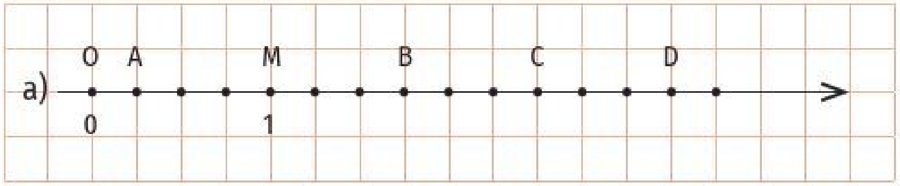
4. Ordonează descrescător fracțiile subunitare care au numitorul egal cu 7.

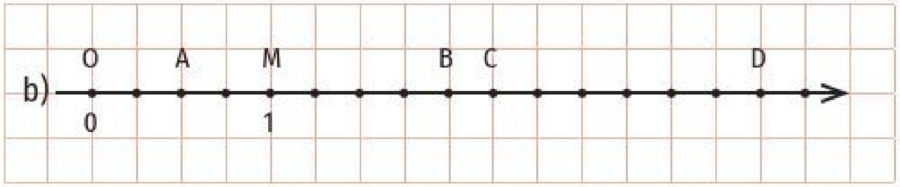
5. Completează casetele cu numere pentru a obține propoziții adevărate:

a) $\frac{\square}{7} < \frac{8}{7}$; c) $\frac{\square}{3} > \frac{5}{3}$; e) $\frac{\square}{9} < \frac{\square}{\square}$;

b) $\frac{10}{\square} > \frac{10}{\square}$; d) $\frac{5}{\square} > \frac{\square}{4}$; f) $\frac{7}{\square} < \frac{\square}{\square}$.

6. Determină fracțiile corespunzătoare punctelor A, B, C, D.





7. Reprezintă pe axa numerelor fracțiile: $\frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}, \frac{11}{6}$.

8. a) Reprezintă pe axa numerelor două fracții subunitare care au numitorul egal cu 5.

b) Reprezintă pe axa numerelor două fracții supraunitare care au numărătorul mai mic decât 7.

9. Determină valorile numărului natural n pentru care sunt adevărate inegalitățile:

a) $\frac{1}{n} < \frac{1}{5}$; c) $\frac{1}{11} \leq \frac{n}{11} < \frac{5}{11}$; e) $\frac{7}{6} > \frac{n}{6}$; g) $\frac{6}{7} < \frac{6}{n} < \frac{6}{3}$;

b) $\frac{n}{2} \leq \frac{2}{2}$; d) $\frac{12}{8} > \frac{n}{8} \geq \frac{10}{8}$; f) $\frac{5}{3} \leq \frac{5}{n}$; h) $\frac{7}{12} \leq \frac{7}{n} < \frac{7}{5}$.

INDICAȚIE

Dintre două fracții reprezentate pe axa numerelor, este mai mare cea din dreapta.

10. Determină valorile numărului natural n, știind că, pe axa numerelor, fracția $\frac{2n+3}{5}$ se află în stânga fracției $\frac{7}{5}$.

11. Determină valorile numărului natural n, știind că, pe axa numerelor, fracția $\frac{7}{13}$ se află în dreapta fracției $\frac{7}{3n-5}$.

12. Determină valorile numărului natural n pentru care:

a) $\frac{1}{10} < \frac{1}{n^2}$; b) $\frac{n+2}{3} \leq \frac{5}{3}$; c) $\frac{4}{17} \leq \frac{n^2}{17} < \frac{25}{17}$; d) $\frac{12}{8} > \frac{12}{n+5} \geq \frac{12}{20}$.

13. Scrie cea mai mică și cea mai mare fracție de forma $\frac{\overline{2x3}}{12}$ cu proprietatea $\overline{2x3} \vdots 3$.

Mate practică

1. Alina și Luca au cumpărat câte o pizza. Alina a consumat $\frac{1}{2}$ din pizza sa, iar Luca $\frac{1}{4}$ din pizza sa. Știind că pizzele cumpărate de copii sunt identice, precizează care dintre copii a consumat mai multă pizza.

2. Distanța pe care o parcurge Matei de acasă până la școală este egală cu $\frac{2}{3}$ din distanța pe care o parcurge Anda de acasă până la școală. Luca parcurge de acasă până la școală $\frac{4}{3}$ din distanța pe care o parcurge Anda. Care dintre cei trei locuiește mai aproape de școală? Ajută-te de un desen pentru a rezolva problema.

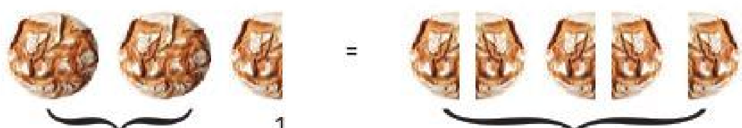
3. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție

Descopăr

Maria are două pâini și jumătate. Ea hotărăște să taie pâinile întregi în două părți egale. Câte jumătăți de pâine va avea?

Rezolvare:

Împărțind fiecare pâine întreagă în două părți egale, Maria va obține patru jumătăți de pâine. Va avea în total cinci jumătăți de pâine, adică $\frac{5}{2}$. Așadar, două pâini și jumătate înseamnă 5 jumătăți de pâine. Vom scrie $2\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$. Numărul $2\frac{1}{2}$ se citește „doi întregi și unu supra doi" sau „doi întregi și unu pe doi".



$$2\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$$

Fracția $\frac{5}{2}$ este supraunitară, deci reprezintă o cantitate mai mare decât un întreg. În acest caz, fracția se poate scrie punând în evidență numărul întregilor folosiți integral și fracția luată din ultimul întreg, $\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$.

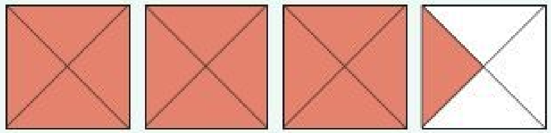
Învăț

Operația prin care un număr de tipul $m\frac{n}{p}$ (unde m, n și p sunt numere naturale, $m \neq 0$, $p \neq 0$) se scrie sub forma unei fracții ordinare se numește **introducerea întregilor în fracție**.

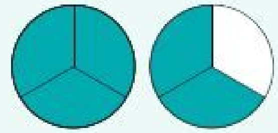
Introducerea întregilor în fracție se efectuează astfel:

$m\frac{n}{p}=\frac{m \cdot p + n}{p}$, pentru oricare numere naturale m, n și p, $m \neq 0$, $p \neq 0$.

EXEMPLE:



$3\frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{13}{4}$



$1\frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{5}{3}$

Pentru a scoate întregii din fracția supraunitară $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere naturale și $b \neq 0$, efectuăm împărțirea $a : b$ și obținem $a : b = c$, rest r, unde c și r sunt numere naturale și $r < b$. În acest caz, $\frac{a}{b} = c\frac{r}{b}$.

$a : b = c$, rest r, $r < b$	$17 : 3 = 5$, rest 2
$\frac{a}{b} = c\frac{r}{b}$	$\frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$

restul împărțirii $a : b$

$\frac{a}{b} = c\frac{r}{b}$, $a > b$, $b \neq 0$

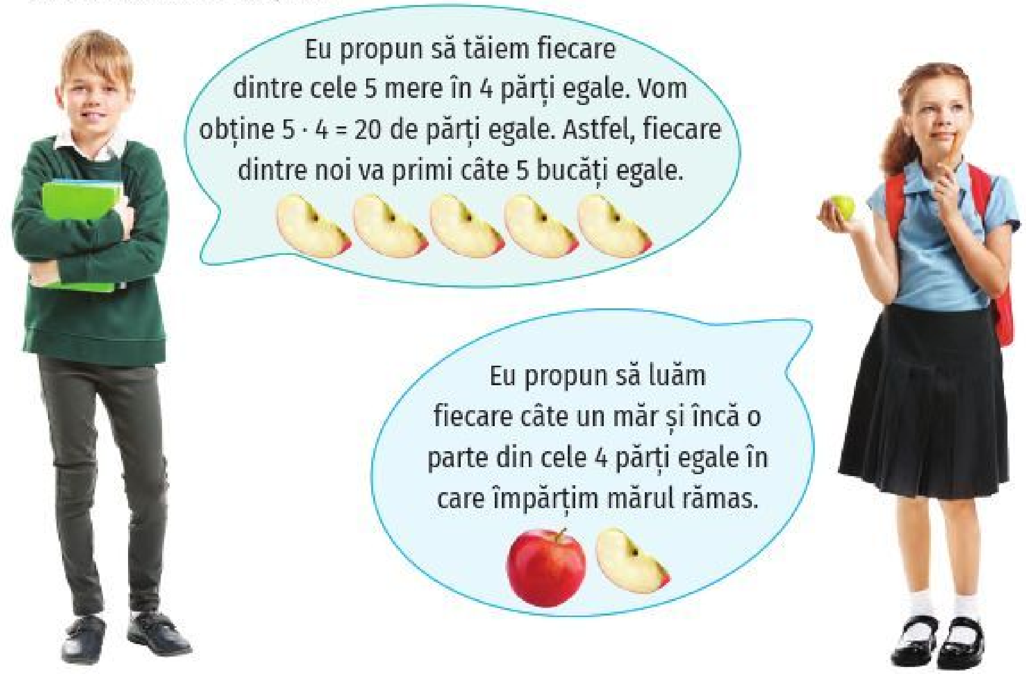
câtul împărțirii $a : b$

OBSERVAȚII

- Fracția care rămâne după scoaterea întregilor din fracție este fracție subunitară.
- Scoaterea întregilor din fracție este utilă în reprezentarea fracțiilor pe axa numerelor și compararea acestora.

Aplic

1. Dana dorește să împartă în mod egal cele 5 mere pe care le are cu prietenii ei, Doru, Alina și Victor. Doru și Alina au câte o propunere pentru rezolvarea acestei situații. Care dintre ei are dreptate?



2. Completează căsuțele cu numere pentru a obține enunțuri adevărate:

a) $4\frac{1}{4} = \frac{\square}{4}$; c) $2\frac{5}{8} = \frac{21}{\square}$; e) $\frac{27}{4} = \square\frac{3}{4}$; g) $\frac{79}{10} = 7\frac{\square}{10}$;

b) $5\frac{1}{3} = \frac{\square}{3}$; d) $10\frac{9}{10} = \frac{\square}{\square}$; f) $\frac{102}{30} = 3\frac{12}{\square}$; h) $\frac{68}{15} = \square\frac{\square}{\square}$.

3. Introdu întregii în fracție:

a) $3\frac{1}{6}$; b) $1\frac{4}{9}$; c) $2\frac{5}{8}$; d) $7\frac{10}{11}$; e) $10\frac{1}{10}$; f) $11\frac{10}{11}$.

4. Scoate întregii din fracție:

a) $\frac{72}{25}$; c) $\frac{223}{100}$; e) $\frac{425}{16}$; g) $\frac{93}{6}$;

b) $\frac{127}{4}$; d) $\frac{88}{9}$; f) $\frac{327}{40}$; h) $\frac{342}{10}$.

5. Scrie în căsuțele de mai jos **A**, dacă afirmația este adevărată și **F**, dacă afirmația este falsă:

a) $4 < \frac{67}{15}$; ☐ c) $8 > \frac{125}{14}$; ☐ e) $7 < \frac{64}{9}$; ☐

b) $\frac{172}{19} > 10$; ☐ d) $\frac{222}{4} < 55$; ☐ f) $6 > \frac{93}{15}$. ☐

6. Încadrează fracțiile următoare între două numere naturale consecutive:

a) $\frac{48}{5}$; b) $\frac{201}{16}$; c) $\frac{322}{10}$; d) $\frac{99}{8}$; e) $\frac{58}{3}$; f) $\frac{978}{97}$.

7. Reprezintă pe axa numerelor următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{5}{4}$; b) $\frac{10}{4}$; c) $\frac{7}{4}$; d) $\frac{11}{4}$.

8. Compară numerele:

a) $\frac{72}{10}$ și $7\frac{3}{10}$; c) $4\frac{8}{9}$ și $\frac{41}{9}$; e) $6\frac{3}{16}$ și $\frac{100}{16}$;

b) $2\frac{5}{4}$ și $\frac{14}{4}$; d) $\frac{53}{8}$ și $7\frac{5}{8}$; f) $5\frac{4}{7}$ și $\frac{39}{7}$.

INDICAȚIE

Scoate întregii din fracție!

INDICAȚIE

Poți să scoți sau să introduci întregii în fracție.

4. Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Fracții ireductibile

4.1. Cel mai mare divizor comun a două numere naturale

Descopăr

La o activitate extrașcolară participă 12 băieți și 18 fete. Copiii trebuie împărțiți în grupe, astfel încât toate grupele să conțină același număr de fete și același număr de băieți. Care este cel mai mare număr de grupe care se pot forma?

Rezolvare:

Numărul de grupe care se pot forma, astfel încât toate grupele să conțină același număr de fete și același număr de băieți, este un divizor comun al numerelor 12 și 18. Divizorii lui 12 sunt 1, 2, 3, 4, 6 și 12, iar divizorii lui 18 sunt 1, 2, 3, 6, 9 și 18. Divizorii comuni ai numerelor 12 și 18 sunt 1, 2, 3 și 6. Cel mai mare număr de grupe care se pot forma este cel mai mare dintre divizorii comuni ai numerelor 12 și 18, adică 6.

Observăm că toți divizorii comuni ai numerelor 12 și 18 (adică 1, 2, 3 și 6) sunt divizori ai lui 6 (cel mai mare divizor comun al numerelor 12 și 18).

Învăț

Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale *a* și *b*, ambele nenule, este numărul natural d cu proprietățile:

a) $d \mid a$ și $d \mid b$;

b) *d* este divizibil cu orice divizor comun al numerelor *a* și *b*.

Se notează c. m. m. d. c. (a, b) sau (a, b).

Altfel spus, cel mai mare divizor comun al numerelor naturale *a* și *b*, nu ambele nule, este cel mai mare număr natural care divide numerele date.

EXEMPLU:

ATENȚIE!

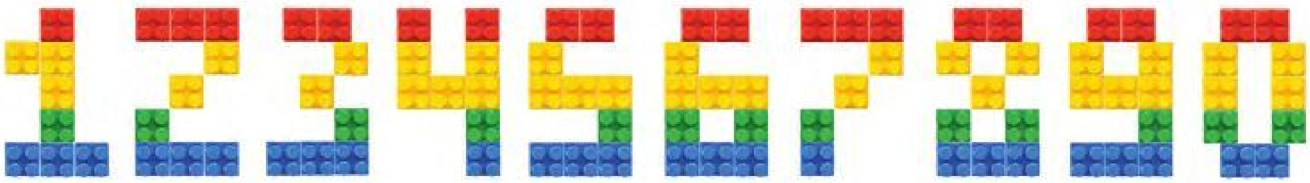
EXEMPLU:

Pentru a determina cel mai mare divizor comun al numerelor 30 și 42 vom scrie divizorii ambelor numere și, dintre divizorii comuni, îl vom determina pe cel mai mare.

Divizorii lui 30 sunt 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 și 30, iar divizorii lui 42 sunt 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 și 42. Divizorii comuni ai numerelor 30 și 42 sunt 1, 2, 3 și 6.

Cel mai mare divizor comun al numerelor 30 și 42 este 6. Putem scrie (30, 42) = 6 sau c. m. m. d. c. (30, 42) = 6.

Cel mai mare divizor comun a două numere naturale se determină scriind divizorii ambelor numere și alegându-l pe cel mai mare dintre divizorii comuni.



Aplic

1. Transcrie și completează tabelul următor:

a	b	Divizorii lui a	Divizorii lui b	Divizorii comuni ai numerelor a și b	Cel mai mare divizor comun al numerelor a și b
8	9				
5	30				
24	20				
8	50				
27	72				

2. Determină cel mai mare divizor comun al numerelor:

a) 4 și 38; b) 9 și 15; c) 36 și 27; d) 72 și 42; e) 60 și 75; f) 17 și 25; g) 24 și 36; h) 15 și 30.

Mate practică

Cu ocazia deschiderii unui magazin, au fost pregătite cadouri identice, fiecare conținând batoane de ciocolată și pachete de biscuiți. Au fost folosite 45 de pachete de biscuiți și 36 de batoane de ciocolată. Determină numărul de cadouri pregătite, știind că este cel mai mare posibil. Câte pachete de biscuiți conține un cadou? Dar batoane de ciocolată?

4.2. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Fracții ireductibile

Descopăr

Scrie în căsuțe fracțiile determinate de părțile colorate din desenele alăturate (figura 1). Ce poți spune despre acestea?

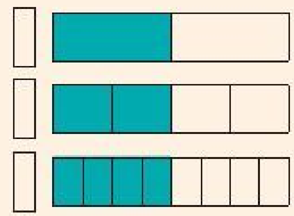


Figura 1

Rezolvare:

Fracțiile corespunzătoare celor trei desene sunt fracțiile echivalente: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ și $\frac{4}{8}$.

Observăm că:

$\frac{\boxed{2}}{\boxed{4}}=\frac{\boxed{1}\cdot 2}{\boxed{2}\cdot 2}$; $\frac{\boxed{4}}{\boxed{8}}=\frac{\boxed{1}\cdot 4}{\boxed{2}\cdot 4}$; $\frac{\boxed{4}}{\boxed{8}}=\frac{\boxed{2}\cdot 2}{\boxed{4}\cdot 2}$;

$\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}=\frac{\boxed{2}:2}{\boxed{4}:2}$; $\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}=\frac{\boxed{4}:4}{\boxed{8}:4}$; $\frac{\boxed{2}}{\boxed{4}}=\frac{\boxed{4}:2}{\boxed{8}:2}$.

Înmulțind numărătorul și numitorul fracției $\frac{1}{2}$ cu 2, obținem fracția $\frac{2}{4}$, care e echivalentă cu fracția $\frac{1}{2}$. Vom spune că fracția $\frac{2}{4}$ a fost obținută din fracția $\frac{1}{2}$ prin amplificare cu 2.

Împărțind numărătorul și numitorul fracției $\frac{2}{4}$ la 2, obținem fracția $\frac{1}{2}$, care e echivalentă cu fracția $\frac{2}{4}$. Vom spune că fracția $\frac{1}{2}$ a fost obținută din fracția $\frac{2}{4}$ prin simplificare cu 2.

Învăț

Amplificarea fracțiilor

A amplifica o fracție cu un număr natural nenul înseamnă a înmulți atât numărătorul, cât și numitorul fracției cu acel număr.

Numărul natural cu care amplificăm o fracție se scrie sus, în stânga fracției ce se amplifică, despărțit de aceasta printr-o paranteză:

$^{n)}a = n \cdot a$, unde a, b și n sunt numere naturale, b ≠ 0, n ≠ 0.

EXEMPLU:

$^{2)}\frac{5}{3}=\frac{2\cdot 5}{2\cdot 3}=\frac{10}{6}$

$b \quad n \cdot b$

OBSERVAȚIE. Prin amplificarea unei fracții cu un număr natural nenul se obține o fracție echivalentă cu cea inițială.

Simplificarea fracțiilor

A simplifica o fracție cu un număr natural nenul înseamnă a împărți atât numărătorul, cât și numitorul fracției la acel număr. Numărul natural cu care simplificăm o fracție se scrie sus, în dreapta fracției ce se simplifică, despărțit de aceasta printr-o paranteză:

$\frac{a}{b}^{(d} = \frac{a:d}{b:d}$, unde a și b sunt numere naturale, b ≠ 0, iar d este un divizor comun diferit de 1 al numerelor a și b.

EXEMPLE:

- $\frac{16}{36}^{(2} = \frac{16:2}{36:2} = \frac{8}{18}$;
- $\frac{26}{52}^{(26} = \frac{26:26}{52:26} = \frac{1}{2}$;
- $\frac{56}{70}^{(7} = \frac{56:7}{70:7} = \frac{8}{10}$;
- $\frac{56}{70}^{(2} = \frac{56:2}{70:2} = \frac{28}{35}$.

UNITATEA 2 Fracții ordinare

OBSERVAȚII. 1. Numărul natural cu care simplificăm o fracție este un divizor comun, diferit de 1, al numărătorului și al numitorului fracției date.

2. Prin simplificarea unei fracții cu un număr natural nenul se obține o fracție echivalentă cu cea inițială.

Atunci când numitorul și numărătorul unei fracții nu mai au alți divizori comuni în afară de 1, fracția nu mai poate fi simplificată. O astfel de fracție se numește **fracție ireductibilă**.

EXEMPLU:

Fracțiile $\frac{1}{6}, \frac{3}{7}, \frac{10}{11}, \frac{125}{22}$ sunt ireductibile (numărătorul și numitorul nu au divizori comuni diferiți de 1).

OBSERVAȚIE

O fracție este ireductibilă dacă cel mai mare divizor comun al numărătorului și al numitorului este egal cu 1.

Pentru a obține o fracție ireductibilă dintr-o fracție ordinară dată, putem face simplificări succesive cu divizori comuni ai numitorului și ai numărătorului sau putem simplifica fracția cu cel mai mare divizor comun al numărătorului și al numitorului.

EXEMPLE:

1. Pentru a simplifica fracția $\frac{32}{28}$, trebuie să determinăm divizorii comuni, diferiți de 1, ai numerelor 32 și 28. Divizorii lui 32 sunt 1, 2, 4, 8, 16 și 32, iar divizorii lui 28 sunt 1, 2, 4, 7, 14 și 28. Divizorii comuni, diferiți de 1, ai numerelor 32 și 28 sunt 2 și 4. Așadar, fracția $\frac{32}{28}$ poate fi simplificată cu 2 sau cu 4:

$$\frac{32^{(2}}{28} = \frac{32:2}{28:2} = \frac{16}{14} \text{ sau } \frac{32^{(4}}{28} = \frac{32:4}{28:4} = \frac{8}{7}.$$

Prin simplificarea fracției $\frac{32}{28}$ cu 2 se obține fracția $\frac{16}{14}$, care mai poate fi simplificată cu 2, iar prin simplificarea fracției $\frac{32}{28}$ cu 4 se obține fracția ireductibilă $\frac{8}{7}$ (am simplificat fracția cu cel mai mare divizor comun al numărătorului și numitorului).

2. Pentru a obține o fracție ireductibilă echivalentă cu fracția $\frac{30}{45}$ se poate proceda astfel:

$\frac{30^{(3}}{45} = \frac{30:3}{45:3} = \frac{10^{(5}}{15} = \frac{10:5}{15:5} = \frac{2}{3}$ (simplificări succesive cu divizori comuni ai numitorului și ai numărătorului)

sau

$30^{(15} = 30 : 15 = 2$ (simplificare cu cel mai mare divizor comun al numărătorului și

$\frac{}{45} = \frac{}{45 : 15} = \frac{}{3}$ (simplificare cu cel mai mare divizor comun al numărătorului și al numitorului).

Exerciții rezolvate

1. Folosind amplificarea fracțiilor, scrie:

a) patru fracții echivalente cu $\frac{4}{7}$;

b) două fracții echivalente cu $\frac{3}{13}$, care au numitorul mai mare decât 39.

Rezolvare:

a) Pentru a obține fracții echivalente cu fracția $\frac{4}{7}$ trebuie să o amplificăm cu un număr natural nenul. Amplificăm fracția $\frac{4}{7}$ cu 2, 3, 5 și 10. Obținem fracțiile $\frac{2 \cdot 4}{2 \cdot 7} = \frac{8}{14}$, $\frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{12}{21}$, $\frac{5 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{20}{35}$ și, respectiv, $\frac{10 \cdot 4}{10 \cdot 7} = \frac{40}{70}$.

b) Amplificăm fracția $\frac{3}{13}$ cu numărul natural nenul n și obținem fracția $\frac{n \cdot 3}{n \cdot 13}$. Numitorul fracției obținute trebuie să fie mai mare decât 39, adică $n \cdot 13 > 39$, de unde deducem că fracția trebuie amplificată cu un număr natural mai mare decât 3. Amplificăm fracția cu 4 și cu 5 și obținem fracțiile $\frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 13} = \frac{12}{52}$ și $\frac{5 \cdot 3}{5 \cdot 13} = \frac{15}{65}$.

2. Scrie toate fracțiile de forma $\frac{\overline{4xx}}{\overline{5y}}$ care pot fi simplificate cu 5.

Rezolvare:

Cum fracția $\frac{\overline{4xx}}{\overline{5y}}$ poate fi simplificată cu 5, deducem că 5 este un divizor comun al numerelor $\overline{4xx}$ și $\overline{5y}$. Așadar, $\overline{4xx} \vdots 5$ și $\overline{5y} \vdots 5$. Utilizând criteriul de divizibilitate cu 5, obținem $x = 0$ sau $x = 5$ și $y = 0$ sau $y = 5$. Fracțiile cerute sunt: $\frac{400}{50}, \frac{400}{55}, \frac{455}{50}, \frac{455}{55}$.

Aplic

1. Amplifică următoarele fracții cu 3:

a) $\frac{7}{2}$; c) $\frac{2}{13}$; e) $\frac{3^2}{5}$; g) $\frac{2^3}{7^2}$;

b) $\frac{9}{11}$; d) $\frac{31}{10}$; f) $\frac{7}{5^2}$; h) $\frac{3}{4 \cdot 2}$.

2. Folosind simplificarea fracțiilor, scrie fracții echivalente cu:

$\frac{9}{12}$; $\frac{69}{27}$; $\frac{42}{93}$; $\frac{300}{30}$; $\frac{3^4}{3^6}$; $\frac{18}{3^2}$; $\frac{3^3}{9^2}$.

3. Precizează valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) Prin amplificarea cu 2 a fracției $\frac{4^3}{5}$ se obține fracția $\frac{128}{10}$.

b) Fracția obținută prin amplificarea cu 14 a fracției $\frac{2}{3}$ este supraunitară.

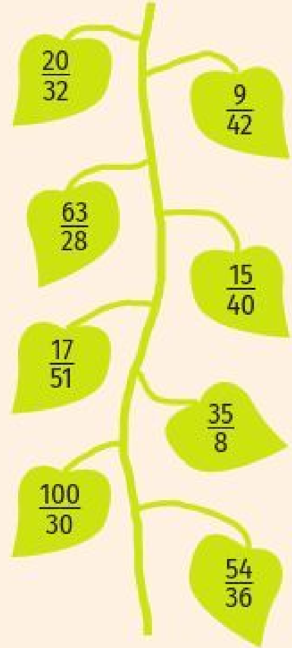
c) Prin simplificarea cu 4 a fracției $\frac{160}{20}$ se obține fracția $\frac{40}{20}$.

d) Fracția $\frac{39}{15}$ este ireductibilă.

4. Folosind amplificarea fracțiilor, scrie două fracții echivalente cu $\frac{4}{3}$, care au numitorul mai mare decât 27 și trei fracții echivalente cu $\frac{5}{9}$, care au numărătorul mai mic decât 90.

5. a) Cu ce număr natural trebuie amplificată fracția $\frac{8}{5}$ pentru a obține o fracție cu

1. Găsește intrusul!



2. Înlocuiește, pe rând, numitorul și numărătorul fracției determinate la punctul 1 pentru a obține fracții care respectă regula.

Găsește cât mai multe variante!

numitorul egal cu 75?

b) Cu ce număr natural trebuie simplificată fracția $\frac{80}{32}$ pentru a obține o fracție cu numărătorul egal cu 5?

6. Scrie fracția echivalentă cu $\frac{4}{5}$, al cărei numitor este egal cu:

a) 10; b) 25; c) 60; d) 100; e) 125.

7. Scrie fracția echivalentă cu $\frac{72}{54}$ al cărei numărător este:

a) 8; b) 24; c) 12; d) 144; e) 720.

8. Amplifică fracțiile $\frac{5}{4}, \frac{7}{10}, \frac{9}{2}, \frac{12}{5}, \frac{13}{25}, \frac{3}{20}$, astfel încât să obții fracții cu numitorul 100 și apoi scrie-le ca procente.

9. Pe o axă a numerelor, fracția $\frac{2}{6}$ este reprezentată în punctul A. Scrie alte trei fracții ordinare care să fie reprezentate, pe aceeași axă, tot în punctul A.

10. Determină valoarea numărului natural x, știind că, pe axa numerelor, fracțiile $\frac{x}{6}$ și $\frac{8}{12}$ se reprezintă în același punct.

INDICAȚIE

Fracțiilor echivalente le corespunde același punct pe axa numerelor.

UNITATEA 2

Fracții ordinare

11. a) Scrie toate fracțiile subunitare ireductibile care au numitorul egal cu 10.

b) Scrie patru fracții supraunitare ireductibile care au numitorul egal cu 8.

c) Scrie toate fracțiile supraunitare ireductibile care au numărătorul egal cu 9.

12. Simplifică următoarele fracții pentru a obține fracții ireductibile:

a) $\frac{75}{100}$; c) $\frac{15}{18}$; e) $\frac{25}{10}$; g) $\frac{100}{200}$;

b) $\frac{27}{36}$; d) $\frac{30}{45}$; f) $\frac{50}{20}$; h) $\frac{33}{88}$.

INDICAȚIE

Se calculează întâi sumele și apoi se fac simplificările.

a) $\frac{2+8}{4} = \frac{10^{(2}}{4} = \frac{5}{2}$

13. Simplifică următoarele fracții pentru a obține fracții ireductibile:

a) $\frac{2+8}{4}$; c) $\frac{10}{4+10}$; e) $\frac{20}{10+14}$; g) $\frac{20+30}{10+50}$;

b) $\frac{14+7}{7}$; d) $\frac{15+15}{15}$; f) $\frac{25+30}{15}$; h) $\frac{70+25}{15+10}$.

14. Scrie toate fracțiile de forma $\frac{36}{\overline{2x}}$, care pot fi simplificate cu:

a) 2; b) 3; c) 4; d) 6; e) 9; f) 12.

15. Determină numerele naturale x și y pentru care fracția $\frac{\overline{2y}}{\overline{yx}}$ poate fi simplificată cu:

a) 3; b) 5; c) 9.

16. Determină numerele naturale x și y pentru care fracția $\frac{\overline{24x}}{\overline{3yy}}$ poate fi simplificată cu 5.

17. Determină valorile numărului natural x pentru care fracția $\frac{\overline{41x}}{5}$ este ireductibilă.

18. Determină valorile numărului natural x pentru care fracția $\frac{3}{\overline{4x2}}$ poate fi simplificată.

INDICAȚIE

$\frac{2\,121}{1\,414} = \frac{21 \cdot 100 + 21}{14 \cdot 100 + 14} =$

$= \frac{21 \cdot (100+1)}{14 \cdot (100+1)} =$

$= \frac{21 \cdot 101^{(101}}{14 \cdot 101} = \frac{21^{(7}}{14} = \frac{3}{2}$

19. Simplifică următoarele fracții pentru a obține fracții ireductibile:

a) $\frac{2\,121}{1\,414}$; b) $\frac{151\,151}{453\,453}$; c) $\frac{111\,222}{444\,555}$; d) $\frac{12\,121\,212}{13\,131\,313}$.

20. Simplifică următoarele fracții pentru a obține fracții ireductibile:

a) $\frac{2^8 \cdot 3^5}{2^7 \cdot 3^6}$; c) $\frac{2 \cdot 3^7 \cdot 5^4}{3^8 \cdot 5^3}$; e) $\frac{6^5}{10^4}$; g) $\frac{15^{10}}{5^8 \cdot 3^{12}}$;

b) $\frac{3^2 \cdot 5^3 \cdot 7^4}{3 \cdot 5^4 \cdot 7^4}$; d) $\frac{2^6 \cdot 5^9 \cdot 11^2}{2^8 \cdot 5^{10} \cdot 11}$; f) $\frac{27^9}{9^{13}}$; h) $\frac{125^7}{25^{10}}$.

INDICAȚIE

21. Simplifică următoarele fracții pentru a obține fracții ireductibile:

Se dă factor comun la numitor și numărător.

a) $\frac{4 + 8 + 12 + ... + 400}{5 + 10 + 15 + ... + 500}$;

b) $\frac{3 + 6 + 9 + ... + 2\,106}{7 + 14 + 21 + ... + 4\,914}$;

c) $\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 8 + ... + 100 \cdot 200}{3 \cdot 4 + 6 \cdot 8 + 9 \cdot 12 + 12 \cdot 16 + ... + 300 \cdot 400}$.

22. Scrie fracția ireductibilă echivalentă cu fracția:

a) $\frac{2^{200} + 2^{201} + 2^{202} + 2^{203}}{3^{2\,024} - 3^{2\,023} - 3^{2\,022} - 3^{2\,021}}$;

b) $\frac{2^n \cdot 5^{n+1} + 3 \cdot 10^n + 10^{n+1}}{5^n \cdot 2^{n+1} + 10^{n+2} - 20 \cdot 10^n}$, unde n este număr natural;

c) $\frac{3^{n+1} + 3^{n+2} + 3^{n+3}}{2^{n+5} + 2^{n+3} - 2^n}$, unde n este număr natural nenul.

5. Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracțiilor la un numitor comun

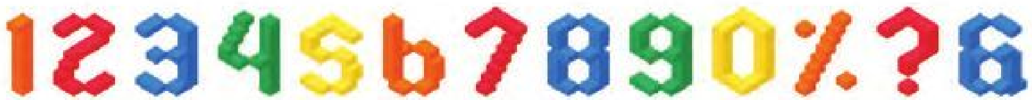
Descopăr

Clasele a V-a A și a V-a B au același număr de elevi. La festivitatea de deschidere a anului școlar, elevii clasei a V-a A s-au așezat în rânduri a câte 8 elevi, iar elevii clasei a V-a B s-au așezat în rânduri a câte 6 elevi, toate rândurile fiind complete. Care e numărul de elevi din fiecare clasă, dacă acesta e cel mai mic posibil?

INDICAȚIE

Numărul elevilor din fiecare clasă este cel mai mic număr natural nenul care se împarte exact la 6 și la 8.

Învăț



Cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale nenule *a* și *b* este numărul natural nenul m cu proprietățile:

a) $a \mid m$ și $b \mid m$;

b) m divide orice multiplu comun al numerelor a și b.

Altfel spus, cel mai mic multiplu comun a două numere naturale nenule este cel mai mic număr natural nenul care se divide cu numerele date.

Se notează c. m. m. m. c.(a, b) sau [a, b].

EXEMPLU:

Cel mai mic multiplu comun al numerelor 12 și 8 este 24. Cum l-am aflat?

Am scris multiplii nenuli ai celor două numere până când am găsit primul număr care este multiplu al ambelor numere.

Multiplii nenuli ai numărului 12 sunt: 12, **24**, 36, 48, 60, 72, ..., iar multiplii nenuli ai numărului 8 sunt: 8, 16, **24**, 32, 40, 48, 56, 64, ... Cel mai mic dintre multiplii comuni nenuli ai numerelor 12 și 8 este 24. Așadar, cel mai mic multiplu comun al numerelor 12 și 8 este 24.

OBSERVAȚIE

Aducerea fracțiilor la un numitor comun mai este cunoscută și sub

Prin **aducerea la un numitor comun** a două sau mai multe fracții se înțelege procedeul prin care se obțin fracții cu numitorii egali, echivalente cu fracțiile date.

OBSERVAȚIE

Un numitor comun al unor fracții date este cel mai mic multiplu comun al numitorilor acestora.

este cunoscută și sub denumirea de aducerea fracțiilor la același numitor.

Exercițiu rezolvat

Aduceți la un numitor comun fracțiile: a) $\frac{5}{6}$ și $\frac{2}{3}$; b) $\frac{15}{18}$ și $\frac{4}{7}$; c) $\frac{1}{12}$ și $\frac{5}{16}$.

Rezolvare:

a) Fracțiile $\frac{5}{6}$ și $\frac{2}{3}$ sunt ireductibile. Cel mai mic multiplu comun al numitorilor (6 și 3) este 6, deci un numitor comun al celor două fracții este 6. Fracția $\frac{5}{6}$ are numitorul 6. Pentru a obține o fracție care să aibă numitorul 6, amplificăm fracția $\frac{2}{3}$ cu 2: ${}^{2)}\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$.

ȘTIAȚI CĂ...?

Mult timp, numitorul comun a două fracții a fost considerat produsul numitorilor. În secolul al XIII-lea, matematicianul Leonardo Fibonacci a descoperit că numitorul comun a două fracții poate fi considerat cel mai mic multiplu comun al numitorilor. Până în secolul al XVI-lea, nimeni nu a urmat această metodă, care a fost consolidată abia în secolul al XVII-lea.

b) Fracția $\frac{4}{7}$ este ireductibilă, dar fracția $\frac{15}{18}$ poate fi simplificată și, prin simplificare cu 3, obținem fracția echivalentă ireductibilă $\frac{5}{6}\left(\frac{15^{(3}}{18}=\frac{5}{6}\right)$. Cel mai mic multiplu comun al numitorilor fracțiilor $\frac{4}{7}$ și $\frac{5}{6}$ (7 și 6) este 42. Acest număr este un numitor comun al celor două fracții. Pentru a obține fracții cu numitorul 42, amplificăm fracția $\frac{4}{7}$ cu 6 (adică 42 : 7) și fracția $\frac{5}{6}$ cu 7 (adică 42 : 6). Obținem fracțiile $\frac{24}{42}$ și $\frac{35}{42}$.

$$^{6)}\frac{4}{7}=\frac{6\cdot4}{6\cdot7}=\frac{24}{42};\qquad ^{7)}\frac{5}{6}=\frac{7\cdot5}{7\cdot6}=\frac{35}{42}.$$

c) Fracțiile $\frac{1}{12}$ și $\frac{5}{16}$ sunt ireductibile. Cel mai mic multiplu comun al numitorilor (12 și 16) este 48 (multiplii nenuli ai lui 12 sunt: 12, 24, 36, <u>48</u>, 60, ..., iar multiplii nenuli ai lui 16 sunt: 16, 32, <u>48</u>, 64, ...), deci un numitor comun al celor două fracții este 48. Pentru a obține fracții cu numitorul egal cu 48, amplificăm fracția $\frac{1}{12}$ cu 4 (adică 48 : 12) și fracția $\frac{5}{16}$ cu 3 (adică 48 : 16). Obținem fracțiile $\frac{4}{48}$ și $\frac{15}{48}$.

$$^{4)}\frac{1}{12}=\frac{4\cdot1}{4\cdot12}=\frac{4}{48};\qquad ^{3)}\frac{5}{16}=\frac{3\cdot5}{3\cdot16}=\frac{15}{48}.$$

Aplic

1. Determină cel mai mic multiplu comun al numerelor:

a) 20 și 16; c) 18 și 36; e) 15 și 5;

b) 25 și 20; d) 7 și 10; f) 10 și 25.

2. Adu la un numitor comun fracțiile:

a) $\frac{32}{40}$ și $\frac{9}{10}$; b) $\frac{12}{45}$ și $\frac{6}{15}$; c) $\frac{1}{3}$ și $\frac{2}{5}$; d) $\frac{5}{6}$ și $\frac{2}{21}$; e) $\frac{15}{12}$ și $\frac{5}{16}$.

3. Compară fracțiile, aducându-le la un numitor comun:

a) $\frac{5}{55}$ și $\frac{9}{22}$; b) $\frac{2}{7}$ și $\frac{5}{21}$; c) $\frac{7}{10}$ și $\frac{5}{12}$; d) $\frac{3}{10}$ și $\frac{8}{25}$; e) $\frac{2}{6}$ și $\frac{7}{20}$.

4. Reprezintă pe axa numerelor fracțiile:

a) $\frac{1}{4}, \frac{3}{8}$; b) $\frac{4}{15}, \frac{7}{20}$; c) $\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$; d) $\frac{4}{3}, \frac{5}{6}, \frac{1}{9}$; e) $\frac{7}{16}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$.

INDICAȚIE

INDICAȚIE

Se aduc fracțiile la un numitor comun.

5. Ordonează crescător fracțiile:

a) $\frac{5}{6}; \frac{3}{4}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}$; b) $\frac{8}{5}; \frac{5}{2}; \frac{3}{4}; \frac{11}{8}$.

Mate practică

1. Trei tractoare ară un teren. Primul ară $\frac{1}{5}$ din suprafața terenului, al doilea ară $\frac{2}{15}$ din suprafața terenului, iar al treilea ară $\frac{2}{3}$ din aceasta. Ce tractor ară o suprafață mai mare?

2. Alina, Matei și Darius au cumpărat o pizza. Alina a mâncat $\frac{3}{8}$ din ea, Matei a mâncat $\frac{7}{20}$ din ea, iar Darius a mâncat $\frac{10}{48}$ din ea. Care dintre copii a mâncat mai multă pizza? Dar mai puțină?

6. Adunarea și scăderea fracțiilor

Îmi amintesc

Ana a citit o carte în trei zile. În prima zi a citit $\frac{2}{10}$ din carte, a doua zi, $\frac{6}{10}$ din carte, iar a treia zi restul. Ce fracție din carte a citit a treia zi?

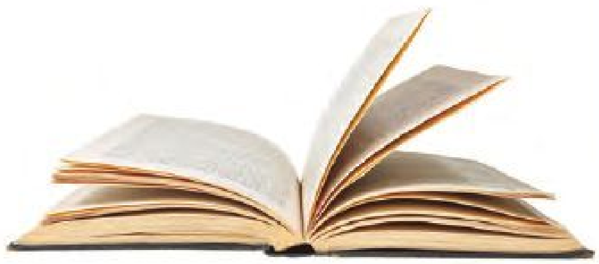
Rezolvare:

În desenul pe care l-am realizat (figura 1), observăm că în primele două zile a citit opt zecimi din carte și i-au rămas de citit două zecimi din carte.

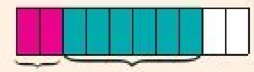
Așadar,

$\frac{2}{10} + \frac{6}{10} = \frac{2+6}{10} = \frac{8}{10}$,

$1 - \frac{8}{10} = \frac{10}{10} - \frac{8}{10} = \frac{10-8}{10} = \frac{2}{10}$.



Reprezentăm datele problemei astfel:



$\frac{2}{10}$ (prima zi) $\frac{6}{10}$ (a doua zi)

Figura 1

Învăț

Adunarea și scăderea fracțiilor cu același numitor

Suma a două fracții cu același numitor este fracția al cărei numărător este egal cu suma numărătorilor celor două fracții, iar numitorul este numitorul comun al celor două fracții:

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}$$, pentru oricare numere naturale a, b, n, cu $n \neq 0$.

EXEMPLE:

1. $\frac{7}{15} + \frac{4}{15} = \frac{7+4}{15} = \frac{11}{15}$;

2. $\frac{5}{14} + \frac{2}{14} = \frac{5+2}{14} = \frac{7^{(7}}{14} = \frac{1}{2}$.

Diferența a două fracții cu același numitor este fracția al cărei numărător este egal cu diferența numărătorilor celor două fracții, iar numitorul este numitorul comun al celor două fracții:

$$\frac{a}{n} - \frac{b}{n} = \frac{a-b}{n}$$, pentru oricare numere naturale a, b, n, cu $a \geq b$ și $n \neq 0$.

EXEMPLU:

1. $\frac{9}{10} - \frac{6}{10} = \frac{3}{10}$;
2. $\frac{17}{4} - \frac{3}{4} = \frac{17-3}{4} = \frac{14^{(2}}{4} = \frac{7}{2}$.

Adunarea și scăderea fracțiilor cu numitori diferiți

Pentru a aduna sau a scădea două fracții cu numitori diferiți, se aduc fracțiile la un numitor comun.

EXEMPLE:

1. $\frac{5}{6} + {}^{3)}\frac{1}{2} = \frac{5}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5+3}{6} = \frac{8^{(2}}{6} = \frac{4}{3}$;
2. ${}^{5)}\frac{3}{8} + {}^{2)}\frac{9}{20} = \frac{15}{40} + \frac{18}{40} = \frac{33}{40}$;
3. ${}^{9)}\frac{5}{8} - {}^{8)}\frac{4}{9} = \frac{45}{72} - \frac{32}{72} = \frac{45-32}{72} = \frac{13}{72}$;
4. ${}^{2)}\frac{5}{21} - {}^{3)}\frac{3}{14} = \frac{10}{42} - \frac{9}{42} = \frac{10-9}{42} = \frac{1}{42}$.

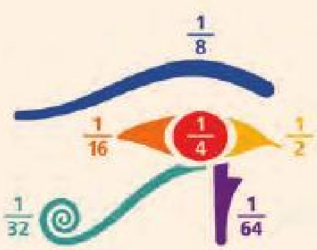
UNITATEA 2 Fracții ordinare

INDICAȚIE

Dacă trebuie să efectuăm adunări și/ sau scăderi cu trei sau mai multe fracții, efectuăm operațiile în ordinea în care sunt scrise.

INVESTIGAȚIE

O variantă a legendei *Ochiul lui Horus* este o străveche problemă matematică. Caută informații despre aceasta și împărtășește-le cu colegii!



Aplic

1. Calculează și scrie rezultatul sub forma unei fracții ireductibile:

a) $\frac{2}{7}+\frac{12}{7}$; g) $\frac{2}{5}+\frac{3}{11}$; m) $\frac{13}{15}-\frac{7}{15}$; s) $\frac{9}{10}-\frac{2}{3}$;
b) $\frac{6}{5}+\frac{2}{25}$; h) $\frac{3}{10}+\frac{7}{6}$; n) $\frac{20}{25}-\frac{14}{25}$; ș) $\frac{5}{12}-\frac{7}{18}$;
c) $\frac{3}{2}+\frac{2}{3}$; i) $\frac{2}{3}+\frac{5}{3}+\frac{1}{3}$; o) $\frac{7}{5}-\frac{7}{15}$; t) $\frac{15}{8}-\frac{3}{8}-\frac{5}{8}$;
d) $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}$; j) $\frac{3}{18}+\frac{2}{6}+\frac{5}{3}$; p) $\frac{1}{4}-\frac{2}{9}$; ț) $\frac{37}{24}-\frac{7}{12}-\frac{3}{4}$;
e) $\frac{2}{15}+\frac{3}{10}$; k) $\frac{1}{2}+\frac{5}{7}+\frac{4}{5}$; q) $\frac{7}{30}-\frac{7}{45}$; u) $\frac{4}{3}-\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$;
f) $\frac{5}{9}+\frac{4}{3}$; l) $\frac{5}{6}+\frac{2}{15}+\frac{4}{10}$; r) $\frac{2}{7}-\frac{4}{21}$; v) $\frac{7}{15}-\frac{5}{24}-\frac{4}{18}$.

2. Efectuează calculele (introducând întâi întregii în fracție acolo unde este cazul):

a) $\frac{1}{1}+\frac{2}{7}$; e) $\frac{3}{1}+\frac{7}{15}$; i) $\frac{2}{3}+\frac{3}{2}$; m) $\frac{20}{25}+\frac{1}{4}$;
b) $\frac{6}{5}-\frac{10}{25}$; f) $\frac{10}{1}-\frac{10}{3}$; j) $\frac{9}{7}-\frac{1}{6}$; n) $\frac{5}{1}-\frac{12}{5}$;
c) $1\frac{3}{2}+\frac{2}{3}$; g) $\frac{4}{5}+2\frac{3}{10}$; k) $4\frac{5}{12}-\frac{65}{18}$; o) $\frac{17}{6}-2\frac{9}{16}$;
d) $3\frac{1}{2}+2\frac{5}{7}$; h) $1\frac{3}{4}+3\frac{1}{9}$; l) $3\frac{1}{7}-2\frac{1}{4}$; p) $5\frac{7}{5}-3\frac{1}{45}$.

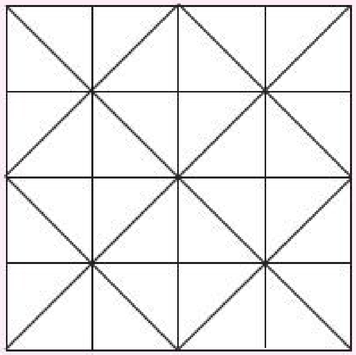
Mate practică

1. Un turist parcurge un traseu în trei etape. În prima etapă parcurge $\frac{5}{18}$ din lungimea traseului, iar în a doua etapă parcurge $\frac{7}{10}$ din lungimea traseului. Ce fracție din lungimea traseului parcurge în a treia etapă?

2. Într-o livadă, merii reprezintă $\frac{1}{15}$ din numărul de pomi, iar prunii reprezintă $\frac{3}{35}$ din numărul de pomi, restul pomilor fiind peri. Ce categorie de pomi fructiferi este mai numeroasă?

3. Un muncitor a efectuat într-o zi $\frac{1}{6}$ dintr-o lucrare, a doua zi a efectuat $\frac{2}{9}$ din acea lucrare, iar a treia zi a efectuat cât în primele două zile. Ce fracție din lucrare mai are de efectuat?

Portofoliu



a) Realizează pe o coală de hârtie desenul alăturat și colorează-l astfel: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ și, respectiv, $\frac{1}{16}$ din el folosind 3 culori calde diferite, iar $\frac{1}{8}$ și $\frac{1}{32}$ din el folosind 2 culori reci diferite.

b) Ce fracție din întreg reprezintă partea care a rămas necolorată? Scrie și rezolvă un exercițiu prin care să determini ce parte din întreg a rămas necolorată.

c) Adaugă fișa la portofoliul tău!

7. Înmulțirea fracțiilor. Puteri

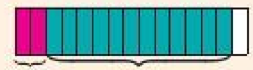
Descopăr

În pauza mare, Alin a mâncat, s-a jucat cu colegii și a pregătit materialele pentru ora următoare. Determină ce fracție din pauză s-a jucat, știind că $\frac{2}{15}$ din timp a mâncat, iar jocurile cu colegii i-au ocupat de 6 ori mai mult timp.

Rezolvare:

$$\frac{2}{15}+\frac{2}{15}+\frac{2}{15}+\frac{2}{15}+\frac{2}{15}+\frac{2}{15}=\frac{2+2+2+2+2+2}{15}=\frac{6\cdot 2}{15}=\frac{12^{(3}}{15}=\frac{4}{5}.$$

Reprezentăm datele problemei astfel:



$\frac{2}{15}$ a mâncat $\frac{12}{15}$ s-a jucat

Învăț

Înmulțirea fracțiilor

Produsul dintre un număr natural și o fracție este o fracție al cărei numărător este egal cu produsul dintre numărul natural respectiv și numărătorul fracției date, iar numitorul este numitorul fracției date:

$$n\cdot\frac{a}{b}=\frac{n\cdot a}{b}$$, pentru oricare numere naturale a, b, n, cu $b \neq 0$.

$$\frac{a}{b}\cdot n=\frac{a\cdot n}{b}$$, pentru oricare numere naturale a, b, n, cu $b \neq 0$.

EXEMPLE: 1. $4\cdot\frac{9}{10}=\frac{4\cdot 9}{10}=\frac{36^{(2}}{10}=\frac{18}{5}$; 2. $\frac{5}{21}\cdot 12=\frac{5\cdot 12}{21}=\frac{60^{(3}}{21}=\frac{20}{7}$.

Produsul a două fracții ordinare este o fracție al cărei numărător este egal cu produsul numărătorilor celor două fracții date, iar numitorul este egal cu produsul numitorilor acestora:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$, pentru oricare numere naturale a, b, c, d, cu $b \neq 0$ și $d \neq 0$.

EXEMPLU:

OBSERVAȚIE

EXEMPLU:

$$\frac{12}{5}\cdot\frac{7}{18}=\frac{12\cdot 7}{5\cdot 18}=\frac{84}{90}^{(6}=\frac{14}{15}$$

E recomandat să lucrăm în felul următor:

1) $\frac{12}{5}\cdot\frac{7}{18}=\frac{12\cdot 7}{5\cdot 18}^{(6}=\frac{\overset{2}{\cancel{12}}\cdot 7}{5\cdot \underset{3}{\cancel{18}}}=\frac{2\cdot 7}{5\cdot 3}=\frac{14}{15}$ sau $\frac{\overset{2}{\cancel{12}}}{5}\cdot\frac{7}{\underset{3}{\cancel{18}}}=\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{3}=\frac{2\cdot 7}{5\cdot 3}=\frac{14}{15}$

Am simplificat 12 și 18 prin 6, astfel că în locul lui 12 a rămas 2, iar în locul lui 18 a rămas 3.

2) $\frac{21}{25}\cdot\frac{15}{28}=\frac{21\cdot 15}{25\cdot 28}^{(5}=\frac{21\cdot \overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{5}{\cancel{25}}\cdot 28}=\frac{21\cdot 3}{5\cdot 28}^{(7}=\frac{\overset{3}{\cancel{21}}\cdot 3}{5\cdot \underset{4}{\cancel{28}}}=\frac{3\cdot 3}{5\cdot 4}=\frac{9}{20}$ sau

$\frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{5}{\cancel{25}}}\cdot\frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{4}{\cancel{28}}}=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 3}{5\cdot 4}=\frac{9}{20}$

Am simplificat 21 și 28 prin 7. În locul lui 21 a rămas 3, iar în locul lui 28 a rămas 4.

Am simplificat 15 și 25 prin 5. În locul lui 15 a rămas 3, iar în locul lui 25 a rămas 5.

OBSERVAȚIE

Pentru a putea efectua calculele mai ușor, atunci când înmulțim fracții este recomandat să facem mai întâi simplificările (dacă este posibil) și apoi să facem înmulțirile.

ATENȚIE!

Când înmulțim două fracții putem simplifica printr-un număr natural nenul unul dintre numitori și unul dintre numărători, dar niciodată numai numitorii sau numai numărătorii fracțiilor.

Puteri

Produsul $\underbrace{\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}}_{4\text{ factori}}$ se poate scrie $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ și se citește „doi supra trei la puterea a patra”.

Dacă $\frac{a}{b}$ este o fracție ordinară (a și b sunt numere naturale, $b \neq 0$) și n este număr natural, $n > 1$, atunci $\underbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ldots\cdot\frac{a}{b}}_{n\text{ factori}}$ reprezintă **puterea a n-a a fracției** $\frac{a}{b}$, se notează $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ și se citește „a supra b la puterea n”. În acest caz, $\frac{a}{b}$ se numește **bază**, iar n se numește **exponent**.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ldots\cdot\frac{a}{b}}_{n\text{ factori}} = \frac{a^n}{b^n}$$, pentru oricare numere naturale a, b și n, $b \neq 0$, $n > 1$.

EXEMPLE:

- $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$;
- $\left(\frac{7}{2}\right)^3 = \frac{7^3}{2^3} = \frac{343}{8}$.

Prin convenție,

$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$, pentru oricare numere naturale nenule a și b;

$\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$, pentru oricare numere naturale a și b, $b \neq 0$.

EXEMPLE:

- $\left(\frac{5}{8}\right)^0 = 1$;
- $\left(\frac{9}{4}\right)^1 = \frac{9}{4}$.

CURIOZITĂȚI

$\frac{15}{7} + \frac{15}{8} = \frac{15}{7}\cdot\frac{15}{8}$

$\frac{7}{2} - \frac{7}{9} = \frac{7}{2}\cdot\frac{7}{9}$

$6\cdot\frac{6}{5} = 6 + \frac{6}{5}$

$10\cdot\frac{10}{11} = 10 - \frac{10}{11}$

Poți găsi egalități asemănătoare?

Aplic

1. Efectuează înmulțirile (introducând mai întâi întregii în fracție, acolo unde este cazul) și scrie rezultatele ca fracții ireductibile:

a) $10\cdot\frac{7}{20}$;	e) $2\frac{1}{9}\cdot 3$;	i) $\frac{8}{36}\cdot\frac{12}{10}$;	m) $2\frac{1}{9}\cdot\frac{15}{19}$;
b) $27\cdot\frac{5}{18}$;	f) $3\frac{4}{10}\cdot 24$;	j) $\frac{3}{35}\cdot\frac{42}{15}$;	n) $3\frac{3}{7}\cdot\frac{14}{30}$;
c) $\frac{6}{21}\cdot 14$;	g) $\frac{1}{9}\cdot\frac{2}{5}$;	k) $\frac{5}{18}\cdot\frac{8}{20}$;	o) $2\frac{2}{3}\cdot\frac{15}{28}$;
d) $\frac{20}{42}\cdot 24$;	h) $\frac{1}{8}\cdot\frac{2}{3}$;	l) $\frac{6}{22}\cdot\frac{11}{36}$;	p) $4\frac{1}{2}\cdot 2\frac{3}{20}$.

2. Stabilește care dintre numerele a sau b este mai mare:

a) $a = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}$, $b = \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{3}$;

c) $a = \frac{15}{14} \cdot \frac{7}{18}$, $b = \frac{43}{5} \cdot \frac{45}{86}$;

b) $a = \frac{12}{35} \cdot \frac{49}{16}$, $b = \frac{15}{22} \cdot \frac{33}{9}$;

d) $a = \frac{6}{20} \cdot \frac{45}{21}$, $b = \frac{33}{7} \cdot \frac{35}{44}$.

3. Calculează:

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; b) $\left(\frac{2}{5}\right)^4$; c) $\left(\frac{10}{3}\right)^5$; d) $\left(\frac{4}{3}\right)^0$; e) $\left(\frac{2}{9}\right)^1$; f) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$; g) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; h) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$; i) $\left(\frac{1}{6}\right)^4$.

4. Calculează produsul dintre suma și diferența fracțiilor:

a) $\frac{2}{3}$ și $\frac{1}{5}$;

b) $\frac{5}{2}$ și $\frac{11}{12}$;

c) $\frac{5}{8}$ și $\frac{1}{4}$.

5. Refă lanțul calculelor:

a) $\frac{1}{2} \xrightarrow{\cdot \frac{2}{3}} \bigcirc \xrightarrow{\cdot \frac{3}{4}} \bigcirc \xrightarrow{\cdot \frac{4}{5}} \bigcirc \xrightarrow{\cdot \frac{5}{6}} \bigcirc \cdots \bigcirc \xrightarrow{\cdot \frac{99}{100}} \bigcirc$

b) $\frac{2}{5} \xrightarrow{+ \frac{1}{3}} \bigcirc \xrightarrow{\cdot \frac{5}{4}} \bigcirc \xrightarrow{- \frac{5}{6}} \bigcirc \xrightarrow{\cdot \frac{4}{3}} \bigcirc \xrightarrow{\cdot 3^2} \bigcirc$

8. Împărțirea fracțiilor

Descopăr

Cum calculăm $\frac{6}{8} : \frac{1}{4}$?

Rezolvare:

Reprezentăm prin desene ambele fracții (figura 1).

Gândim: De câte ori se cuprinde $\frac{1}{4}$ în $\frac{6}{8}$?

Cu ajutorul desenului, deducem că $\frac{6}{8} : \frac{1}{4} = 3$.

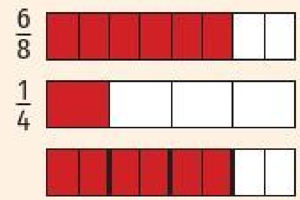


Figura 1

Învăț

Împărțirea fracțiilor $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$, unde a, b, c, d sunt numere naturale, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$, se face astfel:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

EXEMPLE:

1. $\frac{7}{3} : \frac{6}{5} = \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{7 \cdot 5}{3 \cdot 6} = \frac{35}{18}$;

2. $\frac{51}{8} : \frac{9}{4} = \frac{\overset{17}{\cancel{51}}}{\underset{2}{\cancel{8}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{17}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{17 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{17}{6}$.

Aplic

1. Precizează valoarea de adevăr a relațiilor de mai jos:

a) $\frac{2}{33} : \frac{8}{11} = \frac{8}{11} : \frac{2}{33}$;

b) $\frac{7}{80} : \frac{21}{40} = \frac{80}{7} \cdot \frac{21}{40}$;

c) $\frac{4}{5} : \frac{4}{7} = \frac{7}{5}$;

d) $\frac{2}{33} : \frac{1}{1} = \frac{33}{2}$.

ȘTIAȚI CĂ...?

- Chinezii au fost primii care au făcut împărțirea a două fracții ordinare așa cum se efectuează în zilele noastre.
- Fracția $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$) se numește inversa fracției $\frac{a}{b}$.
- Produsul dintre o fracție și inversa ei este egal cu 1.
- Pentru a împărți două fracții înmulțim prima

2. Asociază fiecărei litere de pe prima linie cifra corespunzătoare răspunsului corect de pe a doua linie. *Exemplu: A-5*

A. $\frac{4}{25} : \frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{12} : \frac{15}{2}$ D. $\frac{15}{64} : \frac{9}{8}$ E. $\frac{4}{63} : \frac{2}{27}$

1. $\frac{1}{18}$ 2. $\frac{2}{3}$ 3. $\frac{6}{7}$ 4. $\frac{3}{2}$ 5. $\frac{2}{5}$ 6. $\frac{5}{24}$

3. Reconstituie calculele:

a) $\frac{1}{2} \xrightarrow{:\frac{3}{2}} \bigcirc \xrightarrow{:\frac{4}{3}} \bigcirc \xrightarrow{:\frac{5}{4}} \bigcirc \xrightarrow{:\frac{6}{5}} \bigcirc$

b) $\frac{125}{34} \xrightarrow{:\frac{50}{51}} \bigcirc \xrightarrow{:\left(\frac{3}{2}\right)^2} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{2}{5}} \bigcirc \xrightarrow{:\frac{14}{10}} \bigcirc$

4. Calculează și scrie rezultatele ca fracții ireductibile:

a) $\frac{5}{7} : \frac{15}{42}$; c) $\frac{14}{1} : \frac{7}{2}$; e) $\frac{17}{150} : \frac{34}{100}$;

b) $\frac{21}{10} : \frac{3}{5}$; d) $\frac{23}{12} : \frac{23}{6}$; f) $\frac{2}{6} : \frac{18}{54}$.

fracție cu inversa celei de-a doua.

5. Introdu întregii în fracție și apoi efectuează împărțirile. Scrie rezultatele sub formă de fracții ordinare ireductibile.

a) $\frac{5}{9} : 2\frac{1}{12}$; d) $4\frac{2}{3} : \frac{7}{24}$; g) $\frac{14}{1} : 3\frac{1}{2}$;

b) $1\frac{2}{3} : 4\frac{2}{6}$; e) $3\frac{1}{9} : \frac{7}{1}$; h) $1\frac{3}{7} : 1\frac{7}{8}$;

c) $\frac{17}{1} : 4\frac{1}{4}$; f) $2\frac{1}{10} : \frac{3}{5}$; i) $\frac{22}{1} : 2\frac{3}{4}$.

6. Împarte diferența fracțiilor $\frac{3}{2}$ și $\frac{5}{6}$ la fracția $\frac{4}{9}$. Ce rezultat ai obținut?

7. Împarte suma fracțiilor $\frac{7}{10}$ și $\frac{2}{25}$ la fracția $\frac{13}{5}$. Ce rezultat ai obținut?

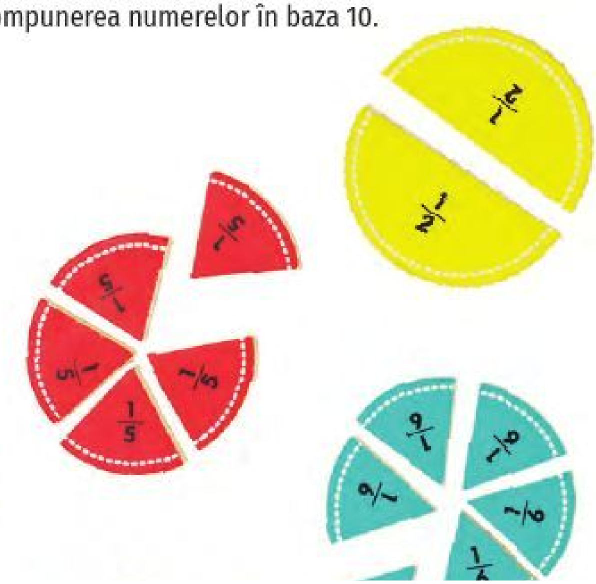
8. Aura împarte fracția $\frac{9}{10}$ la fracția $\frac{18}{25}$, iar Bianca adună fracțiile $\frac{9}{10}$ și $\frac{18}{25}$. Cine obține o fracție mai mare?

INDICAȚIE
Se dă factor comun la numitorii și numărătorii fracțiilor pentru a simplifica.

9. Calculează a : b, dacă $a = \frac{2^{n+1} + 2^n \cdot 5}{6^{n+1} + 6^n}$ și $b = \frac{3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}}{4 \cdot 9^n + 9^{n+1}}$, unde n este număr natural.

10. Arată că $n = \left(\frac{\overline{ab} + \overline{ba}}{a + b}\right)^2 : \frac{a + b + c}{\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}}$ este număr natural, pentru oricare cifre nenule a, b, c.

INDICAȚIE. Se scrie descompunerea numerelor în baza 10.



9. Fracții/ procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară

Descopăr

1. Alina a citit $\frac{2}{3}$ dintr-o carte care are 210 pagini. Câte pagini a citit Alina?

Rezolvare:

$\frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}} \cdot \overset{70}{\cancel{210}} = \frac{2}{1} \cdot 70 = 140.$

2. $\frac{3}{4}$ din cărțile din biblioteca Alinei sunt cărți în limba română. $\frac{2}{5}$ dintre acestea sunt cărți ale unor autori contemporani. Ce fracție din numărul de cărți din bibliotecă reprezintă numărul cărților scrise de autori contemporani?

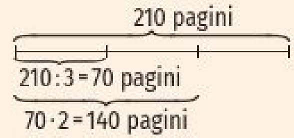
Rezolvare:

$\frac{2}{5}$ din $\frac{3}{4}$ înseamnă $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$, adică $\frac{6}{20}$.

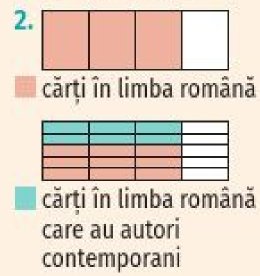
INDICAȚIE

Reprezentăm datele problemelor astfel:

1.



2.



Învăț

Pentru a determina o fracție dintr-un număr natural se înmulțește fracția cu numărul natural respectiv.

EXEMPLU:

$\frac{5}{6}$ din 54 înseamnă $\frac{5}{\underset{1}{\cancel{6}}} \cdot \overset{9}{\cancel{54}} = \frac{5}{1} \cdot 9 = 45.$

Pentru a determina o fracție dintr-o altă fracție se înmulțesc cele două fracții.

EXEMPLU:

$\frac{7}{9}$ din $\frac{3}{10}$ înseamnă $\frac{7}{\underset{3}{\cancel{9}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{10} = \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{10} = \frac{7}{30}.$

Pentru a determina p% dintr-un număr natural (sau dintr-o fracție) se înmulțește $\frac{p}{100}$ cu numărul natural dat (sau cu fracția dată).

EXEMPLU:

25% din 3 000 înseamnă $\frac{25}{\cancel{100}_{1}} \cdot \cancel{3\,000}^{30} = \frac{25}{1} \cdot 30 = 750$.

Exerciții rezolvate

1. Alin a ratat $\frac{3}{8}$ din aruncările la coșul de baschet. Știind că a executat 32 de aruncări, determină câte coșuri a marcat.

Rezolvare:

$\frac{3}{\cancel{8}_{1}} \cdot \cancel{32}^{4} = \frac{3}{1} \cdot 4 = 12$ (aruncări ratate)

$32 - 12 = 20$ (coșuri marcate)

2. Un biciclist a parcurs în trei zile o distanță de 80 de kilometri. În prima zi a parcurs 25% din distanță, iar a doua zi a parcurs 45% din distanța rămasă. Ce distanță a parcurs în fiecare dintre cele trei zile?

Rezolvare:

$\frac{25}{\cancel{100}_{5}} \cdot \cancel{80}^{4} = \frac{\cancel{25}^{5}}{\cancel{5}_{1}} \cdot 4 = \frac{5}{1} \cdot 4 = 20$ (km a parcurs în prima zi)

$80 - 20 = 60$ (km i-au rămas de parcurs după prima zi)

$\frac{45}{\cancel{100}_{5}} \cdot \cancel{60}^{3} = \frac{\cancel{45}^{9}}{\cancel{5}_{1}} \cdot 3 = \frac{9}{1} \cdot 3 = 27$ (km a parcurs a doua zi)

$60 - 27 = 33$ (km a parcurs a treia zi)

Aplic

1. Asociază fiecărei litere din prima coloană cifra corespunzătoare răspunsului corect din coloana a doua:

a)

A. $\frac{1}{2}$ din 150	1. 165
B. $\frac{3}{10}$ din 550	2. 82
C. $\frac{2}{3}$ din 123	3. 85
	4. 75

b)

A. 20% din 300	1. 156
B. 75% din 160	2. 120
C. 30% din 520	3. 60
	4. 40

2. Calculează:

a) $\frac{1}{5}$ din 350; e) 28% din 375; i) $\frac{1}{5}$ din $\frac{1}{5}$;

b) $\frac{3}{8}$ din 72; f) 15% din 220; j) $\frac{7}{8}$ din $\frac{8}{7}$;

c) $\frac{5}{13}$ din 78; g) 80% din 240; k) $\frac{5}{24}$ din $\frac{18}{25}$;

d) $\frac{4}{9}$ din 90; h) 13% din 6 000; l) $\frac{5}{11}$ din $\frac{22}{5}$.

3. Mărește numărul 2 500 cu $\frac{7}{20}$ din el. Ce număr ai obținut?

4. Ce număr obții dacă micșorezi numărul 320 cu $\frac{7}{80}$ din el?

5. Compară:

a) $\frac{2}{3}$ din 651 și $\frac{6}{7}$ din 420; b) 35% din 80 și 48% din 75; c) $\frac{4}{5}$ din $\frac{15}{14}$ și $\frac{25}{18}$ din $\frac{9}{15}$.

6. Determină suma a două numere, știind că primul număr este egal cu 91, iar cel de-al

6. Determină suma a două numere, știind că primul număr este egal cu 91, iar cel de-al doilea este egal cu $\frac{2}{13}$ din primul.

Mate practică

1. Pe un raft sunt 32 de cărți. $\frac{1}{4}$ dintre acestea sunt cărți în limba engleză. Câte cărți scrise în limba engleză sunt pe raft?
2. La ora de biologie, Alina a aflat că un copil de vârsta ei trebuie să doarmă $\frac{5}{12}$ din zi. Câte ore pe zi trebuie să doarmă un copil de vârsta Alinei?
3. La o cursă auto au participat 54 de automobile. $\frac{8}{9}$ din ele au parcurs întregul circuit. Câte automobile au abandonat competiția?
4. Un fermier a plantat legume pe $\frac{3}{4}$ din suprafața grădinii sale. Roșiile ocupă $\frac{5}{8}$ din suprafața cultivată. Ce fracție din suprafața totală a grădinii reprezintă suprafața cultivată cu roșii?

5. Înainte de a face popas, niște turiști au parcurs $\frac{2}{3}$ din distanța pe care și-au propus-o, iar după popas încă $\frac{1}{2}$ din distanța parcursă înainte de popas. Au reușit să străbată toată distanța pe care și-au propus-o?
6. Radu a rezolvat 45 de probleme de matematică în trei zile. În prima zi a rezolvat $\frac{1}{3}$ din probleme, a doua zi a rezolvat $\frac{5}{6}$ din problemele rămase, iar a treia zi restul. Câte probleme a rezolvat în fiecare dintre cele trei zile?
7. Într-o livadă sunt 180 de pomi. 20% dintre aceștia sunt meri, 35% sunt peri, iar restul sunt pruni. Câți pomi de fiecare fel sunt în livadă?
8. Maria are 40 de timbre. Ea îi dă fratelui său 30% din ele și colegei sale de bancă 25% din rest. Câte timbre îi rămân Mariei?
9. Aura a economisit 750 de lei. Cu $\frac{2}{5}$ din banii economisiți, ea le cumpără cadouri părinților săi. Cadoul mamei reprezintă $\frac{2}{3}$ din suma cheltuită. Determină cât a cheltuit Aura pentru cadoul fiecăruia dintre părinți.
10. Alina are 180 de lei, iar fratele ei are cu 70% mai mulți. Ce sumă au împreună?
11. O carte costă 40 de lei. Cât va costa cartea după o scumpire cu 15%?
12. Prețul unui stilou este 60 de lei. Cât va costa stiloul după o ieftinire cu 5%?
13. Un telefon costă 3 500 de lei. Prețul telefonului se micșorează cu 10%, iar apoi se mărește cu 10%. Care este prețul telefonului după cele două modificări?
14. Un trening costă 200 de lei. Se scumpește succesiv cu 10% și, respectiv, cu 20%. Determină prețul treningului după cele două scumpiri.
15. Într-un oraș sunt 92 585 de elevi. Dintre aceștia, aproximativ 25% practică un sport. Estimează numărul elevilor din oraș care practică un sport.

Portofoliu

Descrierea și reprezentarea sunetelor muzicale se realizează având o abordare matematică.

Realizează o fișă care să conțină duratele sunetelor muzicale și reprezentările lor grafice. Vei preciza și duratele notelor muzicale care au punct de prelungire. Găsește apoi cântece în manualul de muzică în care măsura de ¾ să fie formată din sunete de diferite durate.

UNITATEA 2 Fracții ordinare

Exerciții recapitulative

1. Se consideră fracțiile: $\frac{3}{4}, \frac{5}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}$.

a) Enumeră fracțiile subunitare.

b) Scrie fracțiile care se obțin prin amplificarea cu 3 a fracțiilor supraunitare.

c) Scrie două fracții echivalente cu fracția $\frac{3}{4}$.

d) Reprezintă fracțiile pe axa numerelor.

2. Ordonează crescător fracțiile ordinare:

a) $\frac{5}{3}, \frac{5}{10}, \frac{5}{7}, \frac{5}{11}$; b) $\frac{7}{12}, \frac{3}{12}, \frac{11}{12}, \frac{4}{12}$; c) $\frac{3}{10}, \frac{3}{5}, \frac{7}{20}, \frac{1}{4}$.

3. Compară fracțiile:

a) $\frac{3}{5}$ și $\frac{7}{10}$; b) $\frac{2}{27}$ și $\frac{1}{18}$; c) $\frac{12}{35}$ și $\frac{3}{14}$; d) $3\frac{5}{11}$ și $\frac{49}{6}$; e) $\frac{21}{11}$ și $\frac{17}{8}$.

4. Simplifică fracțiile următoare astfel încât să obții fracții ireductibile:

a) $\frac{44}{99}$; b) $\frac{5005}{250}$; c) $\frac{144}{32}$; d) $\frac{420}{630}$; e) $\frac{150}{210}$.

5. Determină valorile numărului natural a pentru care fracția $\frac{30}{5a}$ poate fi simplificată cu:

a) 2; b) 3; c) 5; d) 10.

6. Calculează:

a) $\frac{1}{2} + \frac{5}{2}$; c) $\frac{9}{5} - \frac{4}{3}$; e) $\frac{14}{51} \cdot \frac{27}{21}$; g) $\frac{27}{64} : \frac{15}{8}$;

b) $\frac{3}{4} + \frac{7}{2}$; d) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$; f) $\frac{9}{8} \cdot \frac{20}{33}$; h) $\frac{96}{60} : \frac{12}{100}$.

7. Refă lanțul calculelor:

$$\frac{1}{3} \xrightarrow{+\frac{2}{5}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{3}{20}} \bigcirc \xrightarrow{\cdot\frac{15}{14}} \bigcirc \xrightarrow{:\frac{35}{12}} \bigcirc \xrightarrow{:\frac{27}{14}} \bigcirc$$

8. Calculează:

a) $\frac{2}{9}$ din 279; b) $\frac{5}{6}$ din 366; c) 20% din 750; d) 48% din 350; e) $\frac{3}{4}$ din $\frac{2}{9}$; f) $\frac{14}{5}$ din $\frac{35}{8}$.

9. Un copil a economisit 480 de lei. Cu $\frac{7}{12}$ din sumă a cumpărat un ceas, iar cu 15% a cumpărat o carte. Câți bani i-au rămas copilului?

10. Ana a citit o carte de 240 de pagini în patru zile. Ea a citit în prima zi $\frac{1}{12}$ din numărul paginilor, a doua zi a citit $\frac{2}{11}$ din paginile rămase, iar a treia zi a citit $\frac{4}{9}$ din rest. În care dintre cele patru zile a citit mai multe pagini?

11. Un joc costă 400 de lei. În prima etapă de reduceri, prețul acestuia se reduce cu 10%, iar în a doua etapă se reduce cu 15%. Care e prețul jocului după cele două reduceri?

12. Determină valorile numărului natural a pentru care:

a) fracția $\frac{8}{3a-1}$ este supraunitară;

b) fracția $\frac{4a+2}{6}$ este subunitară;

c) fracția $\frac{3}{\overline{a4}}$ este ireductibilă;

d) fracția $\frac{\overline{2a}}{6}$ poate fi simplificată.

13. Determină numărul natural a pentru care:

a) nu există fracția $\frac{25}{2a-10}$; b) fracția $\frac{2a-3}{5}$ este echiunitară; c) fracțiile $\frac{3a-2}{6}$ și $\frac{5}{3}$ sunt echivalente.

14. Determină valorile numărului natural n pentru care:

a) $\frac{n+3}{5} < \frac{7}{5}$; b) $\frac{12}{n} < \frac{12}{5}$; c) $\frac{7+n}{10} \leq \frac{3}{2}$; d) $\frac{2n+3}{5} \geq \frac{13}{5}$; e) $\frac{n-6}{14} < \frac{5}{35}$.

Evaluare

Timp de lucru: 50 de minute

Subiectul I **50 puncte**

20 puncte	**1.** *Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos. Este corectă o singură variantă de răspuns.*
(10 p)	**A.** Dintre fracțiile $\frac{3}{2}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{9}{8}$, cea subunitară este: a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{8}{15}$; c) $\frac{7}{7}$; d) $\frac{9}{8}$.
(10 p)	**B.** Rezultatul calculului $\frac{5}{6}+\frac{4}{9}$ este egal cu: a) $\frac{9}{15}$; b) $\frac{9}{6}$; c) $\frac{13}{18}$; d) $\frac{23}{18}$.
20 puncte	**2.** *Scrie pe foaie numai rezultatele.*
(10 p)	**A.** Rezultatul calculului $\frac{9}{35}\cdot\frac{10}{3}$ este egal cu ... .
(10 p)	**B.** $\frac{2}{3}$ din 300 este ... .
10 puncte	**3.** *Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect.* Afirmația „Fracția $\frac{9}{6}$ este ireductibilă." este: a) adevărată; b) falsă.

Subiectul al II-lea **40 puncte**

Scrie rezolvările complete.

10 puncte	**1.** Determină numărul natural n pentru care fracțiile $\frac{3n+5}{10}$ și $\frac{7}{5}$ sunt echivalente.

10 puncte	**2.** Un hanorac costă 150 de lei. Prețul hanoracului se mărește cu 20%, iar apoi se micșorează cu 20%. Care este prețul hanoracului după cele două modificări de preț?
20 puncte	**3.** Aura a citit o carte de 120 de pagini în trei zile. Ea a citit în prima zi $\frac{3}{8}$ din numărul paginilor, a doua zi a citit $\frac{4}{5}$ din paginile rămase, iar a treia zi a citit restul.
(5 p)	**A.** Arată că în prima zi Aura a citit 45 de pagini.
(15 p)	**B.** În care dintre cele trei zile a citit mai multe pagini?

Se acordă 10 puncte din oficiu.

UNITATEA 2 Fracții zecimale

1. Fracții zecimale. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale. Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule în fracție ordinară

Descopăr

Mihai cumpără o înghețată care costă 2,75 lei. El dorește să plătească suma exactă, fără să primească rest. Ajută-l pe Mihai să plătească înghețata, găsind cât mai multe variante.

Învăț

ATENȚIE!

$\frac{7}{10} = 0{,}7$
(*șapte zecimi*);

$\frac{3}{100} = 0{,}03$
(*trei sutimi*);

$\frac{5}{1000} = 0{,}005$
(*cinci miimi*)

EXEMPLU:

Partea întreagă					Partea zecimală		
7	9	1	6	,	8	2	5

Pentru scrierea și citirea fracțiilor zecimale folosim:

O zecime		O sutime		O miime	
Fracție ordinară	Fracție zecimală	Fracție ordinară	Fracție zecimală	Fracție ordinară	Fracție zecimală
$\frac{1}{10}$	0,1	$\frac{1}{100}$	0,01	$\frac{1}{1\,000}$	0,001

Orice fracție zecimală este formată din două părți, separate prin virgulă:

- **partea întreagă** (numărul aflat în stânga virgulei)
- **partea zecimală** (formată din cifrele aflate în dreapta virgulei, numite **zecimale**).

În scrierea fracțiilor zecimale, după virgulă urmează cifra zecimilor, apoi cifra sutimilor, apoi cifra miimilor și așa mai departe.

unități de mii — miimi

7 916,825

Fracția zecimală 7 916,825 se citește *șapte mii nouă sute șaisprezece virgulă opt sute douăzeci și cinci* sau *șapte mii nouă sute șaisprezece întregi și opt sute douăzeci și cinci de miimi* sau *șapte mii nouă sute șaisprezece întregi, opt zecimi, două sutimi și cinci miimi.*

OBSERVAȚIE

Fracția zecimală 7 916,825 poate fi scrisă sub forma:

$$7\,916,825 = 7 \cdot 1\,000 + 9 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 6 + 8 \cdot \frac{1}{10} + 2 \cdot \frac{1}{100} + 5 \cdot \frac{1}{1\,000}.$$

Pentru a scrie o fracție ordinară al cărei numitor este o putere a lui 10 ca fracție zecimală, procedăm astfel: scriem numărul de la numărător, apoi punem virgula astfel încât numărul de zecimale ale fracției zecimale obținute să fie egal cu exponentul puterii lui 10 de la numitorul fracției ordinare.

EXEMPLE:

1. $\frac{1\,473}{100} = \frac{1473}{10^{\boxed{2}}} = 14,73$;

2. $\frac{334}{1\,000} = \frac{334}{10^{\boxed{3}}} = 0,334$;

3. $\frac{7}{\underbrace{10\,000}_{4\text{ zerouri}}} = 0,\underbrace{0007}_{4\text{ zecimale}}$.

Pentru a scrie o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule ca fracție ordinară vom proceda astfel: la numărător vom scrie numărul natural obținut prin eliminarea virgulei dintre cifrele fracției zecimale, iar la numitor vom scrie puterea lui 10 care are exponentul egal cu numărul de zecimale.

ATENȚIE!

$0{,}153 = \frac{153}{10^3} = \frac{153}{1\,000}$;

$0{,}03 = \frac{3}{10^2} = \frac{3}{100}$.

EXEMPLE:

$21{,}7 = \frac{217}{10^1} = \frac{217}{10}$; $4{,}05 = \frac{405}{10^2} = {}^{(5}\frac{405}{100} = \frac{81}{20}$; $\underbrace{3{,}012}_{3 \text{ zecimale}} = {}^{(4}\frac{3\,012}{\underbrace{1\,000}_{3 \text{ zerouri}}} = \frac{753}{250}$.

OBSERVAȚII

1. După ultima zecimală nenulă a unei fracții zecimale se pot adăuga oricâte zerouri fără ca aceasta să își schimbe valoarea.
2. Numerele naturale pot fi scrise ca fracții zecimale care au toate zecimalele egale cu zero.

EXEMPLE:

$23{,}5 = 23{,}50 = 23{,}500 =$
$= 23{,}5000$

$15 = 15{,}0 = 15{,}00 = 15{,}000$

Exerciții rezolvate

1. Scrie următoarele fracții zecimale:

a) o sută douăzeci și cinci de sutimi;

b) trei mii cinci sute șaizeci și opt de miimi;

c) opt sute patruzeci și nouă de zecimi;

d) cincisprezece mii opt sute șaizeci și două de sutimi.

Rezolvare:

a) $\frac{125}{100} = \frac{100}{100} + \frac{20}{100} + \frac{5}{100} = 1 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} = 1{,}25$

sau $\frac{125}{100} = \frac{125}{10^2} = 1{,}25$;

b) $\frac{3\,568}{1\,000} = \frac{3\,000}{1\,000} + \frac{500}{1\,000} + \frac{60}{1\,000} + \frac{8}{1\,000} = 3 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100} + \frac{8}{1\,000} = 3{,}568$

sau $\frac{3\,568}{1\,000} = \frac{3\,568}{10^3} = 3{,}568$;

c) $\frac{849}{10} = \frac{840}{10} + \frac{9}{10} = 84 + \frac{9}{10} = 84{,}9$

sau $\frac{849}{10} = \frac{849}{10^1} = 84{,}9$;

d) $\frac{15\,862}{100} = \frac{15\,800}{100} + \frac{60}{100} + \frac{2}{100} = 158 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100} = 158{,}62$

sau $\frac{15\,862}{100} = \frac{15\,862}{10^2} = 158{,}62$.

2. a) Amplifică fracțiile ordinare $\frac{2}{5}$ și $\frac{7}{20}$ astfel încât să obții la numitor puteri ale lui 10.

b) Scrie fracțiile ordinare $\frac{2}{5}$ și $\frac{7}{20}$ ca fracții zecimale.

Rezolvare:

a) $^{2)}\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$; $^{5)}\frac{7}{20} = \frac{35}{100}$.

b) $^{2)}\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4$; $^{5)}\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0{,}35$.

UNITATEA 2 Fracții zecimale

Aplic

1. Scrie următoarele fracții zecimale:

a) nouă întregi și cinci zecimi;

b) cincisprezece întregi și șapte sutimi;

c) trei sute douăzeci și cinci de întregi, patru zecimi și patru sutimi;

d) o sutime și opt miimi;

e) două mii de întregi, trei sutimi și o miime;

f) o sută patru întregi și cinci zecimi;

g) zece întregi și o sutime;

h) o mie trei sute șaptezeci și cinci de întregi și patru miimi.

2. Citește următoarele fracții zecimale:

a) 103,2; c) 435,003; e) 110,012; g) 4 056,23;

b) 6,02; d) 3,357; f) 303,033; h) 0,003.

3. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect:

a) Cifra zecimilor fracției zecimale 586,201 este:

A. 8; B. 2; C. 0; D. 6.

b) Scrierea fracției zecimale „doi întregi și patru sutimi" cu ajutorul cifrelor arabe este:

A. 4,2; B. 2,4; C. 2,04; D. 0,24.

4. Completează casetele de mai jos astfel încât să obții relații adevărate.

a) $1,25 = \frac{\square}{100}$; b) $\frac{42}{\square} = 0,42$; c) $10,2 = \frac{\square}{10}$; d) $\frac{\square}{100} = 2,62$.

5. Scrie sub formă de fracție zecimală:

a) trei mii douăzeci de zecimi;

b) cinci mii cinci sute douăzeci și patru de miimi;

c) opt sute patruzeci și nouă de zecimi;

d) treisprezece mii șaptezeci și patru de sutimi;

e) cincisprezece mii opt sute șaizeci și două de sutimi.

6. Se dă fracția zecimală 1 072,831. Completează spațiile punctate pentru a

6. Se dă fracția zecimală 1 072,851. Completează spațiile punctate pentru a obține afirmații adevărate:

a) partea întreagă a fracției zecimale este ... ;

b) partea zecimală a fracției zecimale este ... ;

c) cifra sutimilor fracției zecimale este ... ;

d) cifra zecimilor fracției zecimale este ... ;

e) cifra zecilor fracției zecimale este ... ;

f) cifra sutelor fracției zecimale este ... ;

g) cifra unităţilor de mii a fracției zecimale este ... ;

h) cifra miimilor fracției zecimale este ... .

7. Scrie următoarele fracții ordinare sub formă de fracții zecimale și precizează, pentru fiecare, partea întreagă și partea zecimală:

a) $\frac{1\,205}{10}$; c) $\frac{78}{1\,000}$; e) $\frac{4}{10}$; g) $\frac{12\,345}{10^3}$;

b) $\frac{2\,051}{100}$; d) $\frac{5\,800}{10\,000}$; f) $\frac{7\,105}{10^2}$; h) $\frac{12}{1\,000}$.

8. Scrie următoarele fracții zecimale sub formă de fracții ordinare ireductibile:

a) 3,25; d) 10,125; g) 201,5; j) 52,08;
b) 1,02; e) 17,5; h) 32,225; k) 0,8;
c) 3,5; f) 0,75; i) 0,205; l) 1,25.

9. Se consideră numărul 12 574 863. Plasează virgula astfel încât să obții o fracție zecimală cu:

a) cifra zecimilor egală cu 7; d) cifra unităților egală cu 6;
b) cifra sutimilor egală cu 3; e) cifra miimilor egală cu 8;
c) cifra zecilor egală cu 5; f) cifra zecilor de mii egală cu 1.

10. Amplifică fracțiile ordinare următoare astfel încât să obții la numitor puteri ale lui 10. Scrie apoi aceste fracții ca fracții zecimale.

a) $\frac{12}{5}$; d) $\frac{58}{5}$; g) $\frac{11}{5^3}$; j) $\frac{1\,001}{2^2 \cdot 5}$;
b) $\frac{5}{4}$; e) $\frac{4}{25}$; h) $\frac{9}{2^3}$; k) $\frac{834}{5^5 \cdot 2^2}$;
c) $\frac{7}{8}$; f) $\frac{7}{5^2}$; i) $\frac{5}{2^2}$; l) $\frac{17}{5^2 \cdot 2}$.

11. Arată că $a = 3b + c$, știind că $3{,}29 = \frac{a}{100}$, $1{,}78 = \frac{b}{50}$ și $2{,}48 = \frac{c}{25}$.

12. Determină cifrele a, b și c știind că $\overline{3a{,}2b3} = 36 + \frac{c}{10} + \frac{5}{100} + \frac{d}{1\,000}$.

Mate practică

1. Citește informațiile nutriționale din tabelul de mai jos. Precizează dacă în tabel sunt și alte numere în afară de numere naturale. Care sunt acestea?

Valori nutriționale pe 100 g produs							
	Masa (g)	Valoare energetică (kcal)	Proteină (g)	Lipide (g)	Glucide totale (g)	Fibre alimentare (g)	Sodiu (mg/ 100 g)

Crostini	240	251,0	12,9	6,9	34,5	5,8	763,0
Foccacia	120	445,0	10,6	14,3	54,9	6,6	1 223,0
Legume gratinate	230	102,0	7,7	3,8	9,3	2,0	405,0
Frigărui de legume	290	75,0	4,3	3,4	6,8	1,6	224,0

2. Dan are 5 bancnote de 1 leu, 7 monede de 10 bani și 3 monede de 1 ban. Exprimă în lei suma de bani pe care o are Dan.

INDICAȚIE

100 bani = 1 leu

1 ban = $\frac{1}{100}$ lei = 0,01 lei

10 bani = $\frac{10}{100}^{(10}$ lei =

= $\frac{1}{10}$ lei = 0,1 lei

2. Aproximări. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Descopăr

Alexandru și Sorina cumpără fiecare câte o carte. Cartea lui Alexandru costă 14,35 lei, iar cartea Sorinei costă 14,8 lei.

a) Care dintre cele două cărți a costat mai mult?

b) Rotunjește la unități prețul fiecăreia dintre cele două cărți.

Învăț

Compararea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Pentru a compara două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule, procedăm astfel:

- Comparăm părțile întregi ale fracțiilor. Dacă acestea sunt diferite, atunci este mai mică fracția care are partea întreagă mai mică.
- Dacă părțile întregi ale celor două fracții sunt egale, comparăm cifrele părților zecimale de la stânga la dreapta (mai întâi cifrele zecimilor, apoi cifrele sutimilor, ale miimilor etc.) până când găsim două zecimale de același ordin diferite, caz în care e mai mare fracția cu zecimala mai mare.

EXEMPLE:

$$\left.\begin{array}{l} a = \underline{2}\boxed{3}5{,}452 \\ b = \underline{2}\boxed{4}1{,}452 \\ \quad 3 < 4 \end{array}\right\} \Rightarrow a < b$$

1. Pentru a compara fracțiile zecimale a = 235,452 și b = 241,452, este suficient să observăm că partea întreagă a numărului a (adică 235) este mai mică decât partea întreagă a numărului b (adică 241). Așadar, a < b.

$$\left.\begin{array}{l} a = \underline{1025{,}3}\boxed{5}2 \\ b = \underline{1025{,}3}\boxed{4}7 \\ \quad 5 > 4 \end{array}\right\} \Rightarrow a > b$$

2. Fracțiile zecimale a = 1 025,352 și b = 1 025,347 au părțile întregi egale, cifrele zecimilor egale, dar cifra sutimilor numărului a (adică 5) este mai mare decât cifra sutimilor numărului b (adică 4). Așadar, a > b.

EXEMPLU:

Aproximarea prin lipsă la întregi a fracției zecimale 24,1635 este 24, iar aproximarea prin adaos la întregi este 25.

Astfel, orice fracție zecimală poate fi încadrată între două numere naturale consecutive:

24 < 24,1635 < 25

Aproximarea fracțiilor zecimale

Aproximarea unei fracții zecimale (la întregi, la zecimi, la sutimi, la miimi etc.) se poate face prin lipsă sau prin adaos.

Aproximarea prin lipsă la întregi a unei fracții zecimale este cel mai mare număr natural mai mic sau egal decât fracția zecimală respectivă.

Aproximarea prin adaos la întregi a unei fracții zecimale este cel mai mic număr natural mai mare decât fracția zecimală respectivă.

Numărul	Aproximarea prin lipsă la:			Aproximarea prin adaos la:		
	zecimi	sutimi	miimi	zecimi	sutimi	miimi
24,1635	24,1	24,16	24,163	24,2	24,17	24,164

Rotunjirea unei fracții zecimale (la zecimi, sutimi, miimi etc.) este aproximarea prin lipsă sau prin adaos cea mai apropiată de fracția zecimală respectivă. În cazul în care cele două aproximări sunt la fel de apropiate de fracția zecimală, rotunjirea numărului este aproximarea prin adaos.

EXEMPLE:

Numărul	Aproximarea prin lipsă la zecimi	Aproximarea prin adaos la zecimi	Rotunjirea la zecimi
3204,1635	3204,1	3204,2	3204,2
23,62	23,6	23,7	23,6

OBSERVAȚIE

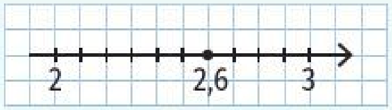
În cazul în care cifra din dreapta ordinului la care se face rotunjirea este 0, 1, 2, 3 sau 4, atunci rotunjirea este aproximarea prin lipsă, iar dacă aceasta este 5, 6, 7, 8 sau 9, rotunjirea este aproximarea prin adaos.

Reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

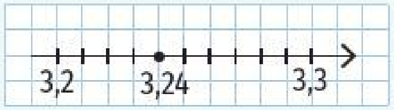
Pe axa numerelor, pentru a obține diviziuni ce reprezintă o zecime, împărțim în 10 diviziuni egale segmentul cuprins între reprezentările a două numere naturale consecutive. Pentru a obține diviziuni ce reprezintă o sutime, împărțim în 10 diviziuni egale un segment ce reprezintă o zecime.

EXEMPLE:

1. Pentru a reprezenta pe axa numerelor fracția zecimală 2,6, împărțim în 10 diviziuni egale segmentul cuprins între reprezentările numerelor naturale 2 și 3 (deoarece 2 < 2,6 < 3) și numărăm 6 dintre acestea. Obținem astfel poziția pe axă a punctului care are coordonata 2,6.



2. Pentru a reprezenta pe axa numerelor fracția zecimală 3,24, împărțim în 10 diviziuni egale segmentul cuprins între reprezentările fracțiilor zecimale 3,2 și 3,3 (deoarece 3,2 < 3,24 < 3,3) și numărăm 4 dintre acestea. Obținem astfel poziția pe axă a punctului care are coordonata 3,24.



Aplic

1. Completează casetele cu unul dintre semnele <, =, >, pentru a obține propoziții adevărate:

a) 201,5 ☐ 201,05; d) 102,89 ☐ 102,9; g) 324,02 ☐ 324,2;

b) 100 ☐ 99,99; e) 111,5 ☐ 112,05; h) 0,002 ☐ 0,02;

c) 408,25 ☐ 408,2; f) 999 ☐ 989,93; i) 30,02 ☐ 3,002.

2. Compară fracțiile zecimale:

a) 13,25 și 13,4; e) 0,03 și 0,004; i) 79,234 și 79,241;

b) 987,3 și 1 000; f) 7 896,2 și 7 897; j) 88,5 și 88,500;

c) 72,4 și 72,21; g) 308,26 și 310,94; k) 23,45 și 234,5;

d) 0,55 și 0,550; h) 100,203 și 99,956; l) 421,23 și 421,3.

LUCRAȚI ÎN PERECHI!

Un copil scrie o fracție zecimală (cu una sau două zecimale), iar celălalt o încadrează între două numere naturale consecutive și o reprezintă pe axa numerelor. Schimbați rolurile.

3. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect.

a) Dintre fracțiile zecimale: 894,901; 894,91; 894,091; 894,191, mai mare este:

A. 894,901; B. 894,91; C. 894,091; D. 894,191.

b) Aproximarea prin adaos la întregi a fracției zecimale 126,78 este:

A. 127,78; B. 126; C. 127; D. 126,8.

c) Aproximarea prin lipsă la zecimi a fracției ordinare 23,459 este:

A. 23; B. 23,4; C. 23,45; D. 23,458.

4. Ordonează crescător fracțiile zecimale:

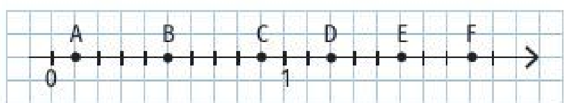
a) 3,141; 31,41; 3,41; 3,22;
b) 35,6; 35,06; 35,61; 35,612;
c) 19,32; 190; 19,9; 19,1;
d) 0,01; 0,009; 0,012; 0,02;
e) 3,6; 3,06; 5,91; 6,01;
f) 10,01; 9,999; 9,9; 11,01;
g) 3,141; 31,42; 3,41; 3,22;
h) 5,6; 5,06; 0,61; 6,00.

5. Reprezintă pe axa numerelor următoarele fracții zecimale: 10,2; 9,6; 8,9; 9,1; 8,3 și apoi scrie-le în ordine crescătoare.

INDICAȚIE

Reprezintă porțiunea din axa numerelor cuprinsă între 8 și 11.

6. Determină fracțiile zecimale corespunzătoare punctelor A, B, C, D, E și F de pe axa numerelor mai jos.

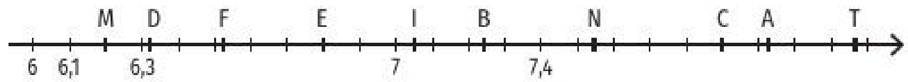


7. Reprezintă pe axa numerelor fracțiile zecimale:

a) 0,3; 3; 2,1; 1,2; 2,8; 1,8; b) 5,21; 5,15; 5,32; 5,27.

8. Observă axa numerelor de mai jos și precizează care din fracțiile zecimale marcate pe axă sunt poziționate corect.

9. Precizează care sunt punctele de pe axa numerelor de mai jos care au coordonatele: 6,512; 7,9; 7,03; 7,241; 6,2; 8,25; 6,34; 8,047; 7,55; 6,8.



10. Scrie două fracții zecimale cuprinse între:

a) 11 și 12; b) 1 000 și 1 000,1; c) 0,3 și 0,4; d) 102,02 și 102,03; e) 99,92 și 100.

11. Încadrează fiecare dintre fracțiile zecimale următoare între două numere naturale consecutive: 0,01; 23,1; 45,123; 7,69; 101,5; 255,48; 2,3568; 0,125; 18,54; 97,1254; 19,23; 100,001; 0,0011.

12. Scrie aproximările prin lipsă, prin adaos și rotunjirea la întregi și la zecimi pentru fracțiile zecimale: 15,23; 36,02; 458,012; 19,8; 0,298; 41,58.

13. Scrie aproximările prin lipsă și prin adaos la miimi și rotunjirea la miimi pentru fracțiile zecimale: 83,0375; 1,0213; 0,0888; 1,9725; 4,0726; 0,892712.

14. Scrie rotunjirile la sutimi și la zecimi pentru fracțiile zecimale: 843,037; 11,072; 0,888; 1,075; 4,076; 0,172.

15. Câte numere naturale se află între 3,9 și 8,01?

16. Câte numere naturale n verifică relația $2,6 < \frac{n}{100} < 3,12$?

3. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Descopăr

Într-un vas cu capacitatea de 50 de litri se pune ulei. În prima zi se pun 27,25 litri, iar în altă zi se mai adaugă 19,6 litri.

a) Câți litri de ulei s-au pus în vas?

b) De câți litri de ulei mai este nevoie pentru a umple vasul?

Rezolvare:

a) $27{,}25 + 19{,}6 = \frac{2\,725}{100} + \frac{196}{10} = \frac{2\,725}{100} + \frac{1\,960}{100} = \frac{4\,685}{100} = 46{,}85$ l

În vas s-au pus 46,85 litri de ulei.

b) $50 - 46{,}85 = 50 - \frac{4\,685}{100} = \frac{5\,000}{100} - \frac{4\,685}{100} = \frac{315}{100} = 3{,}15$ l

Pentru a umple vasul este nevoie de 3,15 litri de ulei.

$$\begin{array}{r} 2\,725\ + \\ \underline{1\,960} \\ 4\,685 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 27{,}25\ + \\ \underline{19{,}60} \\ 46{,}85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5\,000\ - \\ \underline{4\,685} \\ 315 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 50{,}00\ - \\ \underline{46{,}85} \\ 3{,}15 \end{array}$$

Învăț

Pentru a aduna sau pentru a scădea două fracții zecimale, așezăm fracțiile una sub alta, astfel încât cifrele corespunzătoare acelorași ordine să fie unele sub altele (partea întreagă sub partea întreagă, virgula sub virgulă, zecimi sub zecimi, sutimi sub sutimi, miimi sub miimi etc.), apoi adunăm sau scădem așa cum procedam la numerele naturale, iar când ajungem în dreptul virgulei, o scriem și la rezultat.

EXEMPLE:

$$\begin{array}{r} 102{,}25\ + \\ \underline{45{,}68} \\ 147{,}93 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 307{,}005\ - \\ \underline{45{,}621} \\ 261{,}384 \end{array}$$

OBSERVAȚIE. În exemplele de mai jos, acolo unde am avut fracții cu număr diferit de zecimale, am adăugat zerouri după ultima zecimală nenulă a fracției cu mai puține zecimale.

EXEMPLE:

$$\begin{array}{r} 384{,}232\ + \\ \underline{23{,}510} \\ 407{,}742 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 25{,}200\ - \\ \underline{13{,}483} \\ 11{,}717 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 273{,}0\ + \\ \underline{32{,}2} \\ 305{,}2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 50{,}00\ - \\ \underline{46{,}85} \\ 3{,}15 \end{array}$$

Aplic

1. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect.

a) Suma fracțiilor zecimale 153,23 și 85,2 este:

A. 138,43; B. 238,43; C. 238,25; D. 248,43.

b) Rezultatul calculului 600 - 50,2 este:

A. 550; B. 549,8; C. 550,2; D. 98.

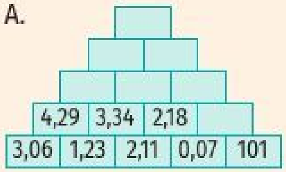
2. Asociază fiecărei adunări din coloana A rezultatul corespunzător din coloana B.

A.	**B.**
13,2 + 20,3	36,7
102,5 + 36,8	105,55
25,9 + 10,8	20,36
11,34 + 9,02	139,3
45,2 + 60,35	33,5
	105,37

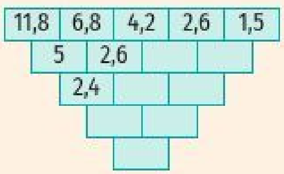
JOC

Găsește regula și completează:

A.



B.



3. Asociază fiecărei scăderi din coloana A rezultatul corespunzător din coloana B.

A	B
10,3 – 7,2	49,7
182,5 – 63,8	577,17
78 – 28,3	0,92
100,01 – 99,09	3,1
666 – 88,83	118,7
	60,3

4. Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

a) Fracția zecimală cu 2,3 mai mare decât 18,4 este ... .

b) Fracția zecimală cu 12,8 mai mică decât 28,4 este ... .

c) Fracția zecimală cu 8,23 mai mare decât 68,14 este ... .

d) Fracția zecimală cu 0,023 mai mică decât 32,6 este ... .

e) Fracția zecimală cu 2,03 mai mare decât 18,4 este ... .

f) Fracția zecimală cu 0,53 mai mică decât 100 este ... .

5. Calculează:

a) 425,32 + 102,56;
b) 100 – 68,02;
c) 405,2 – 95,02;
d) 983 – 32,04;
e) 100 + 56,01;
f) 99,9 + 99,09;
g) 201,001 – 57,6;
h) 40 404 – 9 090,9;
i) 70 707,23 + 8 383,77;
j) 201 – 20,1.

6. Transcrie pe caiet și completează tabelele de mai jos.

a	1,2	12,01	89,02	3,01	101,011	22,9
b	3,6	10,2	90,5	0,23	20,022	20,99
c	4,5	14	100	9,01	440,044	23
a + b						

c − b						
c + a						
c − a						

x	4,54	2,2354	123,14		20, 45	
y	3,235			1,052		27,563
x + y		3,251		2,14		
x − y			12,314		10,258	23,437

7. Reconstituie operațiile următoare:

a) $$\begin{array}{r} 1{,}2{*}{*}\ + \\ \underline{3{,}{*}16} \\ 4{,}961 \end{array}$$

b) $$\begin{array}{r} 1{*}{,}{*}9\ + \\ \underline{79{,}2{*}} \\ 97{,}53 \end{array}$$

c) $$\begin{array}{r} 4{,}25{*}\ - \\ \underline{2{,}0{*}9} \\ 2{,}{*}69 \end{array}$$

d) $$\begin{array}{r} 10{,}0{*}0\ - \\ \underline{3{,}97{*}} \\ =6{,}{*}28 \end{array}$$

e) $$\begin{array}{r} 100{,}{*}25\ + \\ \underline{9{*}9{,}7{*}{*}} \\ 105{*}{,}113 \end{array}$$

f) $$\begin{array}{r} 57{,}3{*}{*}\ - \\ \underline{4{*}{,}754} \\ =7{,}{*}28 \end{array}$$

8. Completează căsuțele de mai jos:

$$\boxed{42,3} \xrightarrow{+\,3,25} \boxed{} \xrightarrow{+\,3,34} \boxed{} \xrightarrow{-\,6,06} \boxed{} \xrightarrow{-\,0,9} \boxed{}$$

9. Calculează diferența dintre fracția zecimală 402,57 și suma fracțiilor zecimale 107,53 și 193,08.

10. Calculează suma dintre fracția zecimală 70,057 și diferența fracțiilor zecimale 17,53 și 13,408.

11. Determină numărul natural $\overline{abc}$, știind că $2,81 + 1,2 - 0,89 = \frac{\overline{abc}}{100}$.

12. Determină numărul natural $\overline{abcd}$, știind că $11,8 + 1,23 - 0,54 = \frac{\overline{abcd}}{100}$.

Mate practică

1. Pentru a ajunge la școală, Valentin parcurge 2,85 km cu tramvaiul și 0,45 km pe jos. Care este lungimea totală a drumului parcurs de Valentin până la școală?

2. Într-un vas sunt 6,2 l de apă. Se scot din vas 2,75 l de apă. Câtă apă a mai rămas în vas?

3. Prețul unui caiet este de 4,8 lei. Ce rest primește Ana dacă plătește un caiet cu o bancnotă de 10 lei?

4. Un elev are în cont 523,88 lei. Câți lei rămân în cont după ce face două plăți, una de 138,99 lei și una de 256 de lei?

5. Un turist parcurge în prima zi 35,2 km, iar a doua zi cu 12,5 km mai mult. Câți kilometri parcurge turistul în cele două zile?

6. Minodora primește de la bunica sa 100 de lei, din care plătește 35,75 lei pentru un sendviș și 6,5 lei pentru un suc. Câți lei îi rămân Minodorei?

7. Dintr-un balot de stofă de 40 m s-au vândut, în prima zi, 18,15 m, iar a doua zi, cu 2,75 m mai puțin decât în prima zi. Ce lungime are bucata rămasă?

8. Un tren trebuie să parcurgă 250 km în 3 ore. În prima oră parcurge 90,75 km, iar în a doua oră, cu 9,5 km mai puțin decât în prima oră. Ce distanță mai are de parcurs în timpul rămas?

9. Andrei aleargă în prima zi 1,3 km, a doua zi cu 0,4 km mai mult, iar a treia zi cu 0,5 km mai puțin decât a doua zi. Câți kilometri a alergat Andrei în cele trei zile?

10. Matei are înălțimea de 1,65 m, Paul este mai înalt decât Matei cu 0,08 m, iar Mălina este mai scundă decât Paul cu 0,19 m. Ce înălțime are Mălina?

11. La un magazin s-au adus 278,56 kg de portocale. În prima zi s-au vândut 100,32 kg, iar a doua zi cu 17,56 kg mai puțin. Câte kilograme de portocale au mai rămas?

UNITATEA 2 Fracții zecimale

4. Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Descopăr

Andrei, Dana și Matei fac parte din echipa de karting de la Palatul Copiilor. La un antrenament, Andrei parcurge 10 ture de pistă, Dana 9 ture de pistă și Matei 11 ture și jumătate de pistă. Câți kilometri a parcurs fiecare, dacă lungimea pistei este egală cu 1,25 km?

Rezolvare:

$1{,}25 \cdot 10 = \frac{125}{\cancel{100}_{10}} \cdot \cancel{10}^{1} = \frac{125}{10} = 12{,}5$ km (a parcurs Andrei)

$1{,}25 \cdot 9 = \frac{125}{100} \cdot 9 = \frac{125 \cdot 9}{100} = \frac{1\,125}{100} = 11{,}25$ km (a parcurs Dana)

$1{,}25 \cdot 11{,}5 = \frac{125}{100} \cdot \frac{115}{10} = \frac{125 \cdot 115}{100 \cdot 10} = \frac{14\,375}{1\,000} = 14{,}375$ km (a parcurs Matei)

Învăț

Pentru a înmulți o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale cu o putere a lui 10, mutăm virgula spre dreapta peste atâtea cifre câte indică exponentul puterii lui 10. Dacă nu sunt suficiente cifre, se adaugă zerouri.

EXEMPLE:

1. $5{,}205 \cdot 100 = 5{,}205 \cdot 10^{\boxed{2}} = 520{,}5$;
   peste 2 cifre
2. $45{,}23 \cdot 10 = 45{,}23 \cdot 10^1 = 452{,}3$;
3. $31{,}5 \cdot 1\,000 = 31{,}5 \cdot 10^3 = 31\,500$.

Pentru a înmulți două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule, procedăm astfel: înmulțim numerele fără să luăm în calcul virgula, iar apoi, la rezultat, vom

adăuga virgula astfel încât fracția zecimală obținută să aibă atâtea zecimale câte au împreună cei doi factori.

EXEMPLE:

1.

$$\begin{array}{r l}
3,\boxed{45}\cdot & \leftarrow \text{două zecimale} \\
2,\boxed{3} & \leftarrow \text{o zecimală} \\
\hline
1035 & \\
690 & \\
\hline
7,\boxed{935} & \leftarrow \text{trei zecimale}
\end{array}$$

2.

$$\begin{array}{r l}
0,\boxed{82}\cdot & \leftarrow \text{două zecimale} \\
12 & \\
\hline
164 & \\
82 & \\
\hline
9,\boxed{84} & \leftarrow \text{două zecimale}
\end{array}$$

Aplic

1. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect.

a) Rezultatul calculului 5,23 · 85 este egal cu:

A. 443,55; B. 434,55; C. 444,45; D. 444,55.

b) Rezultatul calculului 532,12 · 10 este:

A. 53 212; B. 5 321,2; C. 5,3212; D. 532 120.

2 Efectuează înmulțirile:

a) 7,6 · 3,5; d) 81 · 5,02; g) 1,34 · 17;

b) 0,84 · 17,3; e) 0,3 · 0,2; h) 0,23 · 100;

c) 142 · 0,01; f) 12,5 · 1 000; i) 4,89 · 6,1.

3. Înmulțește cu 10, cu 100 și cu 1 000 următoarele fracții zecimale:

a) 3,9; b) 23,05; c) 9,036; d) 0,08; e) 0,002.

4. Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

a) Rezultatul calculului 184 · 0,1 este ... .

b) Dacă a = 68,7 · 1,2, atunci partea întreagă a lui a este ... .

5. Scrie următoarele fracții zecimale ca produsul dintre o fracție zecimală și o putere a lui 10:

a) 8,35; b) 83,7; c) 300,789.

Exemplu: a) 8,35 = 0,835 · 10

6. Efectuează:

a) 123,4 · 0,1; c) 542,45 · 0,001; e) 140,23 · 0,1;

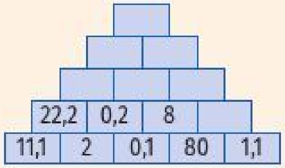
b) 1 542 · 0,01; d) 2 452,1 · 0,01; f) 105 · 0,001.

7. Transcrie pe caiet și completează tabelele de mai jos:

a	2 · a	10 · a	0,1 · a	2,25 · a	100 · a	20 · a
12,35						
[illegible]						

JOC

A. Găsește regula și completează:



B. Reconstituie înmulțirile următoare:

a)
```
 *,15 ·
  1,*
 ----
  630
 ***
 ----
 *,***
```

b)
```
  *,** ·
   2,3
 -----
  2169
 1446
 -----
 **,***
```

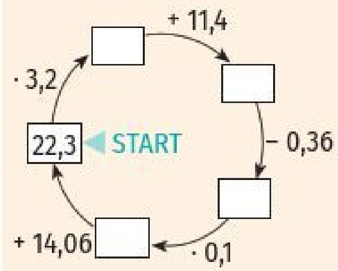
c)
```
  **,*03 ·
     4,*
 -------
  7*721
 444*2
 -------
 **,****
```

d)
```
  108,*5 ·
     9,*
 -------
   **950
  9*42*
 -------
 103*,2**
```

450						
78,6						
3,15						

x	y	z	x · y	y · z	(x · z) · y	x · x
12, 5	2,3	7,02				
4,5	1,2	6,5				
7,06	9,02	11,1				
3,15	1,4	7,003				

C. Completează casetele:



8. Unește fiecare înmulțire din coloana A cu rezultatul corespunzător din coloana B.

A	B
$1{,}3 \cdot 7{,}2$	387,4
$13 \cdot 29{,}8$	10
$102{,}5 \cdot 0{,}1$	790
$7{,}9 \cdot 100$	10,25
$11{,}3 \cdot 9{,}02$	139,3
$0{,}01 \cdot 1\,000$	9,36
	101,926

9. Determină numărul natural $\overline{abc}$, știind că $2{,}85 \cdot 1{,}2 = \dfrac{\overline{abc}}{100}$.

10. Câte numere naturale se află între $2{,}05 \cdot 1{,}4$ și $8{,}2 \cdot 1{,}15$?

Mate practică

1. Într-un sac sunt 32,5 kg de cartofi.

a) Câte kilograme de cartofi sunt în 7 saci?

b) Determină prețul unui sac de cartofi, știind că un kilogram de cartofi costă 2,45 lei.

2. La un magazin s-au vândut dimineață 40,5 kg de mere, iar după-amiază, de 2,5 ori mai multe. Câte kilograme de mere s-au vândut în total în acea zi?

3. O culegere de matematică pentru clasa a V-a cântărește 0,203 kg. Cât va cântări un pachet format din 24 culegeri, dacă ambalajul cântărește 0,25 kg?

4. Într-un anumit moment al zilei, umbra unui stâlp are lungimea de 1,8 m. Determină înălțimea stâlpului, dacă aceasta este de 2,5 ori mai mare decât umbra sa în acel moment.

5. Bunica a cumpărat 4,5 kg de mere la prețul de 2,4 lei kilogramul și 2 kg de pere la prețul de 4,99 lei kilogramul. Ce rest a primit bunica, dacă a plătit cu o bancnotă de 50 de lei?

6. Un autoturism a mers timp de 2 ore cu viteza de 72,4 km/h și 3 ore cu viteza de 84,32 km/h. Ce distanță a parcurs autoturismul în această perioadă?

Portofoliu

Mama lui David vrea să cumpere 1 250 de euro. Ea are nevoie de ajutor pentru a face cea mai bună alegere.

1) Caută cursul valutar pentru euro de la trei bănci diferite și calculează suma de bani (exprimată în lei) pe care trebuie să o plătească mama lui David în fiecare caz.

2) Compară sumele obținute anterior cu suma care ar trebui plătită dacă schimbul valutar s-ar face la cursul euro/ leu oferit de Banca Națională a României.

3) Scrie calculele pe o coală de hârtie și adaug-o la portofoliul tău!

5. Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Aplicație: media aritmetică a două sau mai multor numere naturale. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală. Periodicitate

Descopăr

1. Monica a cumpărat 4 felii de tort. Pentru a plăti, ea a dat trei bancnote de 10 lei și a primit rest 1 leu. La întoarcere, mama a întrebat-o cât a costat o felie de tort, dar Monica nu a știut să îi spună. Ajut-o pe Monica să-i răspundă corect mamei!

Rezolvare:

Patru felii de tort costă $3 \cdot 10 - 1 = 29$ lei, deci o felie de tort costă $29 : 4 = 7{,}25$ lei.

$$29 : 4 = \frac{29}{1} : \frac{4}{1} = \frac{29}{1} \cdot \frac{1}{4} = {}^{100)}\frac{29}{4} = \frac{2\,900}{400} = \frac{2\,900}{4 \cdot 100} = \frac{2\,900}{4} \cdot \frac{1}{100} = 725 \cdot 0{,}01 = 7{,}25$$

2. O echipă de muncitori trebuie să asfalteze în 3 zile un drum cu lungimea de 19 km. Câți kilometri trebuie să asfalteze în fiecare zi, dacă în cele trei zile asfaltează porțiuni egale din drum? Se poate determina în acest caz distanța exactă pe care trebuie să o asfalteze zilnic?

Rezolvare:

Reprezentăm grafic datele problemei astfel:

Pentru a determina câți kilometri trebuie să asfalteze în fiecare zi, îl împărțim pe 19 la 3.

Efectuând împărțirea, observăm că zecimala 3 se repetă la nesfârșit.

$19 : 3 = 6{,}333\ ...$

Vom scrie $19 : 3 = 6{,}(3)$ și vom citi rezultatul „șase virgulă perioadă trei”.

Obținem $\frac{19}{3} = 19 : 3 = 6{,}(3)$.

19,000 : 3 = 6,33
18
=10
9
=10
9
=1

Învăț

Atunci când efectuăm împărțirea a două numere naturale nenule, respectăm următoarele etape de lucru:

– efectuăm împărțirea așa cum am învățat la numerele naturale;

– dacă obținem un rest diferit de 0, după deîmpărțit punem virgulă, iar apoi completăm cu 0;

– după cât punem virgulă și adăugăm 0 la rest;

– continuăm împărțirea, adăugând 0 la noul rest de câte ori este nevoie.

EXEMPLE:

1.

$$\begin{array}{l} 17 : 8 = 2 \\ \underline{16} \\ =1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 17{,}0 : 8 = 2{,}1 \\ \underline{16} \\ =10 \\ \;\;\underline{8} \\ \;\;=2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 17{,}00 : 8 = 2{,}12 \\ \underline{16} \\ =10 \\ \;\;\underline{8} \\ \;\;=20 \\ \;\;\;\;\underline{16} \\ \;\;\;\;=4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 17{,}000 : 8 = 2{,}125 \\ \underline{16} \\ =10 \\ \;\;\underline{8} \\ \;\;=20 \\ \;\;\;\;\underline{16} \\ \;\;\;\;=40 \\ \;\;\;\;\;\;\underline{40} \\ \;\;\;\;\;\;== \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{l} 23{,}00 : 3 = 7{,}66 \\ \underline{21} \\ =20 \\ \;\;\underline{18} \\ \;\;=20 \\ \;\;\;\;\underline{18} \\ \;\;\;\;=2 \end{array}$$

3.

$$\begin{array}{l} 19{,}000 : 6 = 3{,}166 \\ \underline{18} \\ =10 \\ \;\;\underline{6} \\ \;\;=40 \\ \;\;\;\;\underline{36} \\ \;\;\;\;=40 \\ \;\;\;\;\;\;\underline{36} \\ \;\;\;\;\;\;=4 \end{array}$$

În exemplele 2 și 3 de la pagina 115, observăm că, la un moment dat, cifra obținută la rest se repetă. În cazul exemplului 2, notăm 23 : 3 = 7,(6) și citim „șapte virgulă perioadă șase", iar în cazul exemplului 3, notăm 19 : 6 = 3,1(6) și citim „trei virgulă unu perioadă șase".

O fracție zecimală care are după virgulă un număr finit de cifre nenule se numește **fracție zecimală finită**.

O fracție zecimală care are după virgulă o cifră sau un grup de cifre care se repetă la nesfârșit se numește **fracție zecimală periodică**.

Cifra sau grupul de cifre aflate după virgulă, care se repetă, se numește **perioadă**.

EXEMPLE:

1. 4,15151515....

perioada (partea periodică)

Scriem: 4,(15)

Citim: „patru virgulă perioadă cincisprezece".

2. 6,4252525....

partea neperiodică perioada (partea periodică)

Scriem: 6,4(25)

Citim: „șase virgulă patru perioadă douăzeci și cinci".

Fracțiile zecimale periodice se împart în două categorii:

– **fracții zecimale periodice simple** – nu au parte neperiodică. Exemple: 1,(2); 317,(05); 0,(314).

– **fracții zecimale periodice mixte** – au parte neperiodică. Exemple: 2,3(41); 0,42(5); 7,315(72).

Atunci când vrem să transformăm o fracție ordinară într-o fracție zecimală, împărțim numărătorul la numitor.

EXEMPLU:

Transformăm în fracție zecimală fracția ordinară $\frac{14}{11}$. Pentru a face acest lucru, efectuăm împărțirea 14 : 11.

14.000 : 11 = 1.27

11
=30
22
=80
77
=3

Obținem 14 : 11 = 1,(27), deci $\frac{14}{11} = 1,(27)$.

Media aritmetică a două sau mai multor numere naturale este suma numerelor date, împărțită la câte numere sunt. Se notează $\mathbf{m_a}$.

EXEMPLE:

1. Media aritmetică a numerelor 17 și 25 este $\frac{17 + 25}{2} = \frac{42}{2} = 21$.

2. Media aritmetică a numerelor 24, 62 și 91 este $\frac{24 + 62 + 91}{3} = \frac{177}{3} = 59$.

Aplic

1. Se consideră fracțiile zecimale: 14,(6); 5,236; 0,3(25); 11,78(9); 43,(40); 11,87; 3,0(2); 12,(54); 0,00(7); 11,35(80); 9,(085); 18,(75); 32,03(5); 95,3(451); 1,(12345); 73,456(5).

a) Transcrie pe caiet și completează tabelul de mai jos.

Fracții zecimale finite	Fracții periodice	
	Fracții periodice simple	Fracții periodice mixte

b) Subliniază cu o linie partea periodică și cu două linii partea neperiodică a fiecărei fracții zecimale periodice mixte.

2. Scrie în casetele de mai jos A, dacă afirmația este adevărată, sau F, dacă afirmația este falsă.

a) 139 : 5 = 27,8; ☐ d) 63 : 2 = 46,5; ☐ g) 405 : 25 = 16,2; ☐
b) 73 : 8 = 8,5; ☐ e) 978 : 5 = 195,6; ☐ h) 11 : 25 = 0,44; ☐
c) 101 : 8 = 12,625; ☐ f) 109 : 4 = 27,4; ☐ i) 85 : 25 = 3,4. ☐

3. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect.

a) Scrierea sub formă de fracție zecimală a fracției ordinare $\frac{45}{11}$ este:

A. 4,1; B. 4,(9); C. 4,0909; D. 4,(09).

b) Media aritmetică a numerelor 15, 23, 47 și 66 este:

A. 151; B. 37,75; C. 37,3; D. 37,(3).

4. Transformă următoarele fracții ordinare în fracții zecimale:
$\frac{9}{11}, \frac{70}{9}, \frac{145}{4}, \frac{37}{12}, \frac{70}{33}, \frac{101}{24}, \frac{56}{3}, \frac{9}{25}, \frac{43}{18}$.

5. Asociază fiecărei fracții ordinare din coloana A fracția zecimală corespunzătoare din coloana B:

A	B
$\frac{32}{3}$	1,91(6)
$\frac{45}{4}$	5,1(6)
$\frac{23}{12}$	5,125
31	

$\frac{[illegible]}{6}$	10,(6)
$\frac{41}{8}$	5,(72)
$\frac{63}{11}$	11,25
	5,166

6. Anca are la geografie notele 10, 9, 8, 9. Care va fi media Ancăi la geografie?

7. Determină suma a cinci numere, știind că media lor aritmetică este 32,4.

8. Determină media aritmetică a trei numere, știind că media aritmetică a primelor două este 47,5, iar al treilea număr este egal cu 32.

9. Andra a obținut la istorie notele 9, 10, 9, 10, 10. Ce medie va avea Andra la istorie, dacă aceasta reprezintă rotunjirea la întregi a mediei aritmetice a notelor?

10. Luca vrea să își mărească media la geografie. El are notele 7, 6 și 8. Doamna profesoară îl poate asculta o singura dată. Care este nota minimă pe care trebuie să o primească Luca pentru a-și mări media cu un punct? Poate Luca să își mărească media cu două puncte? Justifică răspunsul. (Media este rotunjirea la întregi a mediei aritmetice a notelor.)

6. Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul. Împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Descopăr

Radu a cumpărat un set de trei pixuri pentru care a plătit 9,75 lei și un set de 10 caiete pentru care a plătit 27,5 lei.

a) Câți lei costă un pix?

b) Câți lei costă un caiet?

Rezolvare:

a) $9,75 : 3 = \frac{975}{100} : \frac{3}{1} = \frac{\overset{325}{\cancel{975}}}{100} \cdot \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{325}{100} = 3,25$ lei

b) $27,5 : 10 = \frac{275}{10} : \frac{10}{1} = \frac{275}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{275}{100} = 2,75$ lei

975 : 3 = 325
9
=7
 6
 15
 15
 ==

⇒

9,75 : 3 = 3,25
9
=$\boxed{7}$
 6
 15
 15
 ==

Învăț

Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul se efectuează la fel ca împărțirea numerelor naturale, cu mențiunea că, înainte de a coborî prima zecimală, punem virgula la rezultat. Dacă este cazul, după ultima zecimală nenulă a deîmpărțitului vom adăuga zerouri.

EXEMPLE:

1. 37,8 : 3 = 12,6
3
=7
 6
 18
 18
 ==

2. 423,60 : 8 = 52,95
40
=23
 16
 =76
  72
  =40

-40
40
$==$

Atunci când împărțim o fracție zecimală la o putere a lui 10, mutăm virgula spre stânga, peste un număr de cifre egal cu exponentul puterii lui 10. Dacă nu sunt suficiente cifre, vom adăuga zerouri.

EXEMPLE:

1. $234{,}5 : 10^{\boxed{2}} = 2{,}345$;
2 cifre

2. $1\,892{,}75 : 10^{\boxed{4}} = 0{,}189275$;
4 cifre

3. $4\,723{,}4 : 10^{\boxed{3}} = 4{,}7234$;
3 cifre

4. $125{,}7 : 1\boxed{00} = 1{,}257$;
2 cifre 2 zerouri

5. $83{,}5 : 1\,\boxed{000} = 0{,}0835$;
3 cifre 3 zerouri

6. $3{,}1 : 1\boxed{0} = 0{,}31$.
o cifră un zero

Împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule se efectuează astfel: se înmulțesc deîmpărțitul și împărțitorul cu o putere a lui 10, astfel încât împărțitorul să devină număr natural (altfel spus, se mută virgula spre dreapta la deîmpărțit și la împărțitor, astfel încât împărțitorul să devină număr natural), iar apoi se efectuează împărțirea, care a devenit o împărțire a unei fracții zecimale finite la un număr natural nenul.

EXEMPLE:

1. 14,72 : 4,6 = 3,2;

⇓

```
147,2 : 46 = 3,2
138
==92
  92
  ==
```

2. 4,2 : 1,12 = 3,75.

⇓

```
420,00 : 112 = 3,75
336
=840
 784
 =560
  560
  ===
```

Aplic

1. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect.

a) Rezultatul calculului 11,02 : 0,1 este:

A. 1,102; B. 110,2; C. 11,02; D. 1 102.

b) Dacă 100 de pixuri de același fel costă 803,2 lei, atunci prețul unui pix este:

A. 80,32 lei; B. 8,032 lei; C. 8 032 lei; D. 0,8032 lei.

2. Calculează:

a) 138,23 : 11; d) 102,3 : 4; g) 8,25 : 5;
b) 36,25 : 15; e) 99,3 : 12; h) 100,3 : 25;
c) 968,5 : 24; f) 123,45 : 55; i) 98,5 : 6.

3. Determină numerele:

a) de 100 ori mai mici decât: 453,2; 1 001,3; 3 400,9; 1 010,1;
b) de 10 ori mai mici decât: 12,03; 65,3; 789,011; 45;
c) de 4,5 ori mai mici decât: 9; 18,5; 20,05; 31,5.

4. Calculează:

a) 45,32 : 0,1; b) 75,53 : 0,001; c) 25,001 : 0,01; d) 6 : 0,01.

JOC

Găsește regula și completează:

80	10	5	0,5	0,02
8	2			
4				

5. Calculează:

a) 56,58 : 4,6; d) 12,3 : 4,5; g) 8,5 : 1,05;
b) 362,5 : 0,15; e) 99,3 : 1,25; h) 0,3 : 0,25;
c) 909 : 2,4; f) 126,5 : 5,55; i) 0,1035 : 0,23.

6. Transcrie și completează tabelul:

a	b	a : b	b : 100	a : 10	b : 1 000
12, 5	11				
4,5	2,2				
7	4,5				
73,15	25				

7. Scrie următoarele fracții zecimale ca un cât între o fracție zecimală și o putere a lui 10 (10, 100, 1 000 etc.):

a) 12,325; b) 0,01; c) 45,12; d) 125,321; e) 11,145.

Exemplu: 12,325 = 1 232,5 : 100.

UNITATEA 2 Fracții zecimale

Mate practică

1. Un colet cu 12 cărți de același fel cântărește 5,52 kg. Știind că ambalajul cântărește 0,12 kg, cât cântărește o carte?
2. Bunica a făcut 10,75 kg dulceață de gutui și a pus-o în borcane de 0,25 kg. Câte borcane a umplut bunica cu dulceață?
3. Ana și Maria au cumpărat cartofi cu același preț. Câți lei a plătit Ana pentru cele 10 kg de cartofi pe care le-a cumpărat, dacă Maria a plătit 10,5 lei pentru 4,2 kg?

Investigație

1. Un autoturism care circulă cu viteza de 80 de kilometri pe oră consumă la fiecare kilometru parcurs 0,065 litri de benzină. Determină în cât timp parcurge autoturismul următoarele distanțe și câți litri de benzină consumă:

   a) distanța de 100 km;

   b) distanța dintre localitatea în care locuiești și reședința unuia dintre județele învecinate cu județul în care se află această localitate;

   c) distanța dintre localitatea în care locuiești și o localitate din țara noastră pe care ți-ai dori să o vizitezi;

   d) distanța dintre orașul aflat în cel mai sudic punct din țară și orașul aflat în cel mai nordic punct din țară.
2. Calculează cât durează și cât costă călătoria de la punctul c) pentru familia ta, dacă se folosesc mijloacele de transport în comun.
3. Stabilește care dintre cele două variante posibile (călătoria cu mijloace de transport în comun sau cea cu mașina personală) presupune un cost mai mic și/ sau un timp mai scurt. Argumentează-ți răspunsul.

INDICAȚIE

Pentru a putea rezolva cerințele de mai sus, vei căuta pe internet informațiile necesare și îți vei stabili un itinerariu, alegând drumul cel mai scurt. De asemenea, vei căuta cea mai avantajoasă ofertă de transport în comun (tren, autocar ș.a.m.d.).

7. Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară

Descopăr

Asociază fiecare fracție ordinară din coloana A cu fracția zecimală corespunzătoare din coloana B.

A.	B.
$\frac{3\,152 - 315}{900}$	1,(3)
$\frac{13 - 1}{9}$	2,1(24)
$\frac{212 - 2}{99}$	3,15(2)
$\frac{2\,124 - 21}{990}$	2,(12)
	2,(124)

Învăț

Transformarea unei fracții zecimale periodice simple în fracție ordinară poate fi efectuată astfel:

– partea întreagă a fracției zecimale reprezintă întregii;

– la numărător se scrie numărul natural format din partea periodică;

– la numitor se scrie numărul format din atâtea cifre de 9 câte cifre are perioada.

EXEMPLE:

1. $1,(\underbrace{4}_{\text{o cifră}}) = 1\frac{4}{\underbrace{9}_{\text{o cifră}}} = \frac{1 \cdot 9 + 4}{9} = \frac{13}{9}$;

2. $2,(\underbrace{45}_{\text{două cifre}}) = 2\frac{45^{(9}}{\underbrace{99}_{\text{două cifre}}} = 2\frac{5}{11} = \frac{2 \cdot 11 + 5}{11} = \frac{27}{11}$;

3. $12,(03) = 12\frac{3^{(3}}{99} = 12\frac{1}{33} = \frac{12 \cdot 33 + 1}{3} = \frac{397}{33}$;

4. $0,(05) = \frac{5}{99}$.

Un alt mod de transformare a unei fracții zecimale periodice simple în fracție ordinară este următorul:

– la numărător se scrie numărul natural format din toate cifrele în ordinea scrierii lor în fracția zecimală, din care se scade numărul natural format din toate cifrele care sunt înaintea perioadei;

– la numitor se scrie numărul format din atâtea cifre de 9 câte cifre sunt în perioadă.

EXEMPLE:

1. $1,(\underbrace{4}_{\text{o cifră}}) = \frac{14-1}{\underbrace{9}_{\text{o cifră}}} = \frac{13}{9}$;

2. $2,(\underbrace{45}_{\text{două cifre}}) = \frac{245-2}{\underbrace{99}_{\text{două cifre}}} = \frac{243^{(9}}{99} = \frac{27}{11}$;

3. $12,(03) = \frac{1\,203-12}{99} = \frac{1\,191^{(3}}{99} = \frac{397}{33}$;

4. $0,(3) = \frac{3^{(3}}{9} = \frac{1}{3}$.

Transformarea unei fracții zecimale periodice mixte în fracție ordinară poate fi efectuată astfel:

– partea întreagă a fracției zecimale reprezintă întregii;

– la numărător se scrie numărul natural format din partea neperiodică urmată de perioada din care se scade numărul natural format din partea neperiodică;

– la numitor se scrie numărul natural format din atâtea cifre de 9 câte zecimale sunt în perioadă urmate de atâtea cifre de 0 câte zecimale are partea neperiodică.

EXEMPLE:

1. $2,1(3) = 2\frac{13-1}{90} = 2\frac{12^{(6}}{90} = 2\frac{2}{15} = \frac{2\cdot 15+2}{15} = \frac{32}{15}$;

2. $1,\underbrace{12}_{\text{două cifre}}\underbrace{(6)}_{\text{o cifră}} = 1\frac{126-12}{900} = 1\frac{114^{(6}}{900} = 1\frac{19}{150} = \frac{1\cdot 150+19}{150} = \frac{169}{150}$;

3. $0,25(4) = \frac{254-25}{900} = \frac{229}{900}$;

4. $0,\underbrace{4}_{\text{o cifră}}\underbrace{(21)}_{\text{două cifre}} = \frac{421-4}{990} = \frac{417^{(3}}{990} = \frac{139}{330}$.

Un alt mod de transformare a unei fracții zecimale periodice mixte în fracție ordinară este următorul:

– la numărător se scrie numărul natural format din toate cifrele în ordinea scrierii lor în număr, din care se scade numărul natural format din toate cifrele aflate înaintea perioadei;

– la numitor se scrie numărul format din atâtea cifre de 9 câte cifre sunt în perioadă, urmat de atâtea zerouri câte cifre are partea neperiodică.

EXEMPLE:

1. $2,\underbrace{1}_{\text{o cifră}}\underbrace{(3)}_{\text{o cifră}} = \frac{213-21}{90} = \frac{192^{(6}}{90} = \frac{32}{15}$;

2. $1,\underbrace{12}_{\text{două cifre}}\underbrace{(6)}_{\text{o cifră}} = \frac{1126-112}{900} = \frac{1014^{(6}}{900} = \frac{169}{150}$.

Aplic

1. Asociază fiecărei fracții zecimale periodice din prima coloană fracția ordinară corespunzătoare din a doua coloană:

A. **B.**

1,6(2) . 181

1,6(2)	150
0,(36)	$\frac{7}{30}$
0,2(3)	$\frac{37}{30}$
1,2(3)	$\frac{73}{45}$
1,20(6)	$\frac{173}{100}$
1,5(72)	$\frac{4}{11}$
	$\frac{173}{110}$

2. Transformă următoarele fracții zecimale periodice simple în fracții ordinare ireductibile:

a) 0,(75); 1,(03); 2,(40); 10,(203); b) 6,(5); 0,(02); 12,(306); 11,(403).

3. Transformă următoarele fracții zecimale periodice mixte în fracții ordinare ireductibile:

a) 2,6(3); 3,2(8); 3,07(3); 1,2(417); b) 0,30(03); 12,3(07); 21,07(5); 0,010(1).

4. Determină cifrele a, b și c astfel încât:

a) $\overline{a,(bc)} = \frac{27}{11}$; b) $\overline{a,b(c)} = \frac{11}{30}$; c) $\overline{a,b(ac)} = \frac{466}{165}$.

8. Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive

Descopăr

Tiberiu, Dana și Alina trebuie să citească o carte de 120 de pagini. În prima zi, Tiberiu citește $\frac{1}{4}$ din numărul de pagini ale cărții, Dana citește 0,25 din numărul de pagini ale cărții, iar Alina citește 25% numărul de pagini ale cărții. Câte pagini a citit fiecare copil? Ce observi?

Învăț

Toate fracțiile echivalente cu fracția ordinară $\frac{a}{b}$ (unde *a* și *b* sunt numere naturale, iar *b* este nenul) formează un **număr rațional pozitiv**, iar fracția $\frac{a}{b}$ se numește reprezentantul acestui număr rațional. De fapt, fiecare dintre fracțiile echivalente cu fracția $\frac{a}{b}$ poate fi un reprezentant al acelui număr rațional.

Deoarece orice fracție ordinară se poate scrie ca fracție zecimală, putem spune că fracțiile ordinare și fracțiile zecimale sunt **forme diferite de scriere a numerelor raționale pozitive**.

Operațiile cu numere raționale se efectuează după următoarele reguli:

- Dacă toate numerele raționale sunt reprezentate de fracții zecimale finite sau fracții ordinare, le putem păstra sub această formă.
- Dacă o parte dintre numerele raționale sunt reprezentate de fracții zecimale periodice, atunci toate fracțiile zecimale se transformă în fracții ordinare.
- Ordinea efectuării operațiilor este aceeași ca la numerele naturale: întâi se efectuează operațiile de ordinul al doilea (înmulțirea și împărțirea), apoi operațiile de ordinul întâi (adunarea și scăderea).

OBSERVAȚIE

Orice număr natural este un număr rațional pozitiv.

EXEMPLU:

$\frac{1}{8}$; 0,25; 2,3(5); 12,(35); 4 sunt numere raționale pozitive.

- Operațiile de același ordin se efectuează în ordinea în care sunt scrise.
- Efectuarea operațiilor din paranteze se face în același fel ca la numerele naturale: întâi operațiile din parantezele rotunde, apoi operațiile din parantezele pătrate și la final operațiile din acolade.

Exerciții rezolvate

a) $0{,}2 \cdot 1{,}2 + 0{,}5$;

b) $(3{,}12 \cdot 1{,}5 - 1{,}08) : 0{,}6$;

c) $0{,}(3) + 0{,}25 + \frac{29}{12} - 2{,}1(6)$.

Rezolvare:

a) $0{,}2 \cdot 1{,}2 + 0{,}5 = 0{,}24 + 0{,}5 = 0{,}74$

b) $(3{,}12 \cdot 1{,}5 - 1{,}08) : 0{,}6 = (4{,}68 - 1{,}08) : 0{,}6 = 3{,}6 : 0{,}6 = 36 : 6 = 6$

ȘTIAȚI CĂ...?

Cuvântul *rațional* provine din limba latină, *ratio* însemnând *fracție*.

ȘTIAȚI CĂ...?

Există numere raționale pozitive al căror produs este egal cu suma sau cu diferența lor:

$3{,}5 \cdot 1{,}4 = 3{,}5 + 1{,}4$;

$3{,}4 \cdot 1{,}41(6) = 3{,}4 + 1{,}41(6)$;

$4{,}6 \cdot 1{,}2(7) = 4{,}6 + 1{,}2(7)$;

$1{,}5 \cdot 0{,}6 = 1{,}5 - 0{,}6$;

$0{,}2 \cdot 0{,}1(6) = 0{,}2 - 0{,}1(6)$;

$0{,}(2) \cdot 0{,}(18) = 0{,}(2) - 0{,}(18)$.

c) În acest caz, întâi transformăm fracțiile zecimale în fracții ordinare:

$0{,}(3) = \frac{3}{9}^{(3} = \frac{1}{3}$;

$0{,}25 = \frac{25}{100}^{(25} = \frac{1}{4}$;

$2{,}1(6) = \frac{216-21}{90} = \frac{195}{90}^{(5} = \frac{39}{18}^{(3} = \frac{13}{6}$;

$0{,}(3) + 0{,}25 + \frac{29}{12} - 2{,}1(6) = {}^{4)}\frac{1}{3} + {}^{3)}\frac{1}{4} + \frac{29}{12} - {}^{2)}\frac{13}{6} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{29}{12} - \frac{26}{12} = \frac{10}{12}^{(2} = \frac{5}{6} = 0{,}8(3)$.

Aplic

1. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect.

a) Suma numerelor raționale 0,2 și $\frac{3}{5}$ este:

A. 0,6; B. 0,8; C. 0,7; D. 6,2.

b) Rezultatul calculului $(2{,}15 \cdot 10 - 4{,}5) : 10$ este:

A 17; B. 0,7; C. 1,7; D. 1,65.

2. Calculează:

a) $0{,}2 + 1{,}2 \cdot 1{,}5$;

b) $(3{,}4 + 5{,}2) \cdot 1{,}6$;

c) $31{,}5 - 2{,}6 \cdot 0{,}5$;

d) $31{,}5 - 2{,}6 \cdot (0{,}5 + 1{,}3)$;

e) $12{,}6 : 3 + 2{,}1 \cdot 5$;

f) $12{,}6 : (3{,}1 - 2{,}1) - 5{,}3$;

g) $12{,}6 : 3 \cdot 5{,}2 - 1{,}8$;

h) $21{,}5 : (5{,}6 - 2{,}6)$;

i) $1{,}5 + 2{,}6 \cdot 5$;

j) $0{,}(2) + 1{,}(2) \cdot 1{,}5$;

k) $8{,}3 \cdot 1{,}5 + 3{,}12 \cdot 1{,}2 + 55{,}8 \cdot 0{,}5$;

l) $2{,}6 : 3 + 2{,}(1) \cdot 5$;

m) $2 \cdot 1{,}3 \cdot 2{,}2 - 45{,}6 : 11$;

n) $30{,}5 - 2{,}6 \cdot 0{,}(5)$.

3. Pe o axă a numerelor, fracția $\frac{4}{5}$ se reprezintă în punctul A. Scrie alte trei fracții ordinare și o fracție zecimală care se reprezintă, pe aceeași axă a numerelor, tot în punctul A.

4. Compară numerele raționale:

a) $a = 0{,}4 + 0{,}3 \cdot 1{,}2$ și $b = 5{,}25 - 1{,}44 : 1{,}2$;

INDICAȚIE

Fracțiile echivalente se reprezintă pe axa numerelor în același punct.

b) $a = 14{,}26 : 0{,}5 - 14{,}26 \cdot 0{,}5$ și $b = 11{,}3 - 7{,}2 : 0{,}5 \cdot 0{,}3$;

c) $a = 0{,}4 + \frac{1}{8} : 0{,}75$ și $b = \frac{3}{2} : 0{,}(6) - 9 \cdot 0{,}25$;

d) $a = \left(\frac{3}{2} + \frac{4}{5} - \frac{1}{10}\right) : 4 + 0{,}5 : 0{,}25$ și $b = 1{,}(6) : [3 - 1{,}(6)]$.

5. Ordonează crescător numerele raționale a, b și c.

$a = [3{,}6 - 2{,}9 : (3{,}1 + 5{,}4 : 2)] \cdot 2{,}7$;

$b = 0{,}2 \cdot [3{,}4 - 0{,}13 : (2{,}9 - 1{,}6)]$;

$c = (0{,}09 + 0{,}002) : 0{,}01 + 2{,}4 : 0{,}5$.

6. Calculează:

a) $1{,}2 \cdot 1{,}5 + 1{,}6 \cdot 2{,}3 + 4{,}52$;

b) $2{,}1 \cdot 10 : 0{,}3 + 36 \cdot 0{,}01$;

c) $0{,}6 + 0{,}(6) : 0{,}6 : 0{,}(1) - 0{,}6$;

d) $152{,}7 : 0{,}3 + 8{,}34 : 3$;

e) $\frac{1}{2} + 0{,}(3) \cdot 1{,}8$;

f) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 : \frac{3}{2} + \left(\frac{2\,021}{2\,022}\right)^0 - 2{,}25$;

g) $0{,}1(6) + \frac{2}{5}$;

h) $0{,}5 + \frac{4}{9} + 0{,}41(6)$.

Proiect: Pizza pentru familia mea

Ce veți face:

Pe o coală de hârtie veți nota:

- Rețeta de pizza preferată;
- Calculele prin care determinați prețul cantității fiecărui ingredient necesar pentru a prepara pizza;
- Calculele prin care determinați prețul total al ingredientelor necesare pentru a prepara pizza;
- Tabelul cu informațiile nutriționale ale unuia dintre ingredientele folosite (calculat pentru 100 g și pentru întreaga cantitate folosită).

De ce veți face:

Pentru a înțelege relația dintre cantitatea de ingrediente folosite pentru prepararea unui produs și prețul acestuia și pentru a afla informații referitoare la valoarea nutrițională a unui anumit produs.

Cum veți face:

- Veți căuta pe internet sau în alte surse rețeta pentru a prepara pizza preferată.
- Veți nota prețul pentru fiecare dintre ingredientele necesare, precum și informațiile nutriționale pentru unul dintre acestea. Informațiile se află pe eticheta produsului respectiv.

Cum veți ști dacă ați reușit:

Veți prezenta în clasă proiectul și veți întreba profesorul și colegii ce le-a plăcut, de ce și ce recomandări au.

9. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp și unități monetare

Îmi amintesc

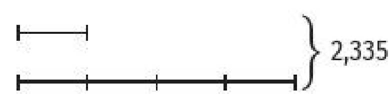
1. Elevii clasei a V-a B merg în tabăra „Educație prin aventură” în localitatea Straja, situată în inima Carpaților Meridionali. Ei află că vârful Straja are o înălțime de 4 ori mai mare decât Vârful Greci din Munții Măcinului și suma înălțimilor celor două vârfuri este 2,335 km. Care este înălțimea fiecărui vârf?
2. La festivitatea de deschidere a unei tabere, băieții au purtat cămăși confecționate din același material ca fustele fetelor. Pentru confecționarea a 5 cămăși și 3 fuste s-au folosit 9,9 m mătase naturală, iar pentru confecționarea a 7 cămăși și 6 fuste s-au folosit 15,3 m mătase naturală. Din câți metri de mătase naturală s-a confecționat o cămașă? Dar o fustă?
3. Într-o zi, s-au adus 7,4 kg de mere pentru gustarea de la ora 10 a copiilor dintr-o grădiniță. Dacă 5,2 kg de mere au costat 19,50 lei, câți lei s-au plătit pentru merele aduse?
4. Călin a cumpărat un pix cu 10,75 lei și o înghețată cu 8,25 lei. Câți lei a avut Călin la el, știind că s-a întors acasă cu 15 lei?
5. Pentru micul dejun, la restaurantul unui hotel s-au adus în total 5,92 kg de dulceață de prune, în 20 borcane de 0,23 kg și 0,35 kg. Câte borcane de 0,23 kg au fost aduse? Dar de 0,35 kg?

Rezolvări:

1. Folosim **metoda figurativă**:

înălțimea vârfului Greci:

înălțimea vârfului Straja:



Cinci părți egale înseamnă 2,335, deci o parte este egală cu 2,335 : 5= 0,467.

Așadar, înălțimea vârfului Greci este 0,467 km, iar înălțimea vârfului Straja este $0{,}467 \cdot 4$ (km) = 1,868 km.

2. Folosim **metoda comparației**:

5 cămăși....... 3 fuste ...... 9,9 m

7 cămăși....... 6 fuste .... 15,3 m

Pentru a obține același număr de fuste în ambele situații procedăm astfel:

5 cămăși....... 3 fuste ...... 9,9 m | $\cdot$ 2

Obținem: 10 cămăși..... 6 fuste ...... $9{,}9 \cdot 2 = 19{,}8$ m

7 cămăși....... 6 fuste .... 15,3 m

Deci 3 cămăși se vor confecționa din $19{,}8 - 15{,}3 = 4{,}5$ m de mătase și o cămașă se va confecționa din $4{,}5 : 3 = 1{,}5$ m de mătase.

Deoarece 5 cămăși .... 3 fuste ...... 9,9 m, obținem că

$5 \cdot 1{,}5 = 7{,}5$ m .... 3 fuste .... 9,9 m.

Așadar, 3 fuste se vor confecționa din $9{,}9 - 7{,}5 = 2{,}4$ m de mătase, iar o fustă se va confecționa din $2{,}4 : 3 = 0{,}8$ m de mătase.

3. Folosim **metoda reducerii la unitate**:

5,2 kg .... 19,5 lei

1 kg .... 19,5 : 5,2 = 3,75 (lei)

7,4 kg .... 3,75 · 7,4 = 27,75 (lei).

4. Folosim **metoda mersului invers**:

$$\boxed{\text{Suma inițială a lui Călin}} \xrightarrow{-\,10{,}75} \bigcirc \xrightarrow{-\,8{,}25} (15)$$

15 + 8,25 = 23,25 lei

23,25 + 10,75 = 34 lei

Călin a avut 34 de lei.

5. Folosim **metoda falsei ipoteze**:

Presupunem că au fost aduse numai borcane de 0,23 kg. În acest caz, cantitatea de dulceață ar fi egală cu 20 · 0,23 = 4,6 kg, diferența față de cantitatea de dulceață adusă fiind de 5,92 – 4,60 = 1,32 kg, de unde deducem că au fost aduse și borcane de 0,35 kg.

0,35 – 0,23 = 0,12 kg (un borcan de 0,35 kg are cu 0,12 kg mai mult decât unul de 0,23 kg)

Vom avea 1,32 : 0,12 = 11 borcane de 0,35 kg și 20 – 11 = 9 borcane de 0,23 kg.

Aplic

1. Pentru ambalarea a 2,97 kg de mure sunt necesare 9 casolete. Determină câte casolete sunt necesare pentru ambalarea a 5,61 kg de mure.

2. Dacă 5 cutii de vopsea au împreună capacitatea de 11,25 l, determină câți litri de vopsea au 9 cutii de vopsea de același fel.

3. Dacă 7 kg mere costă 24,15 de lei, cât costă 3,6 kg mere?

4. O piscină poate fi umplută în $4\frac{1}{2}$ ore, deschizând simultan 8 robinete cu același debit.

În câte ore umplu piscina 9 robinete cu același debit ca primele?

5. La piață, 3 kg de mere și 5 kg de pere costă 52,25 lei. Cât costă 1 kg de mere și cât costă 1 kg de pere, dacă pentru 9 kg de mere și 10 kg de pere se plătesc 115,75 lei?

6. La un magazin, 3 kilograme de piersici și 4 kilograme de caise costă 39,55 lei, iar 6 kilograme de piersici și 7 kilograme de caise costă 72,40 lei. Cât costă un kilogram de piersici? Dar unul de caise?

7. Pentru un pix și două caiete s-au plătit 11,1 lei. Știind că un caiet costă cu 1,8 lei mai mult decât două pixuri, determină prețul caietului.

8. Andrei a cumpărat 3 caiete și două pixuri pentru care a plătit 14,1 lei. Mara a plătit 19,4 lei pentru 4 caiete și 3 pixuri. Mircea cumpără 3 caiete și 5 pixuri. Ce rest primește Mircea de la o bancnotă de 200 de lei?

9. Două recipiente pline cu apă au împreună capacitatea de 13,5 l. Știind că unul dintre ele este de 5 ori mai mare decât celălalt, determină capacitatea fiecărui recipient.

10. Pentru a ajunge la bunici, Vlad merge 3 ore pe jos și 2 ore cu bicicleta, parcurgând în total 33,25 km. Știind că atunci când merge cu bicicleta parcurge în același interval de timp o distanță de două ori mai mare decât atunci când merge pe jos, determină câți kilometri parcurge Vlad într-o oră atunci când merge pe bicicletă.

11. Lungimea gardului care înconjoară un teren dreptunghiular este egală cu 154,35 m. Determină dimensiunile terenului, știind că lățimea este jumătate din lungime.

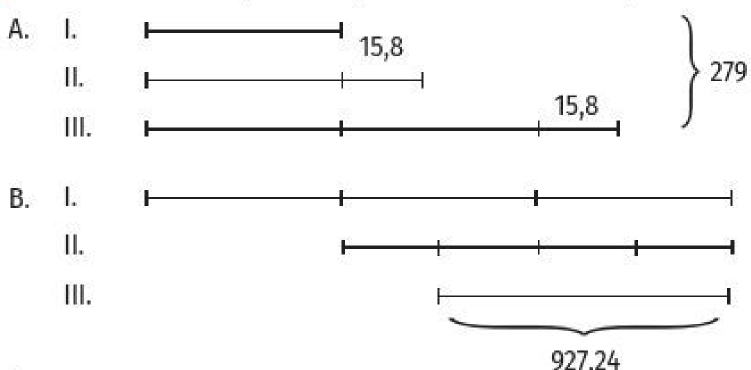
12. Un kilogram de banane costă de două ori mai mult decât un kilogram de mere, iar un kilogram de pere costă cu 2,5 lei mai mult decât un kilogram de banane. Remus a cumpărat trei kilograme de mere, un kilogram de banane și două kilograme de pere. El a achitat cu o bancnotă de 50 de lei și a primit rest 19,8 lei. Câți lei costă un kilogram de mere? Dar unul de pere?

13. Luca are în pușculiță 100 de monede de 0,50 lei și de 0,10 lei, în valoare de 40 de lei. Câte monede de 0,50 lei sunt în pușculița lui Luca? Dar de 0,10 lei?

14. Pentru a ambala cele 7,2 kg dulceață de gutui, bunica a folosit 13 borcane de 0,45 kg și de 0,72 kg. Câte borcane de 0,45 kg a folosit bunica? Dar de 0,72 kg?

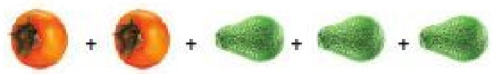
15. Un floricultor a plantat în grădina sa lalele astfel: pe $\frac{1}{2}$ din suprafața grădinii a plantat lalele roșii, pe $\frac{1}{4}$ din suprafața rămasă a plantat lalele mov, iar pe restul de 763,03125 metri pătrați a plantat lalele galbene. Ce suprafață are grădina?

16. i) Formulează câte o problemă pentru fiecare dintre reprezentările grafice de mai jos.



C.

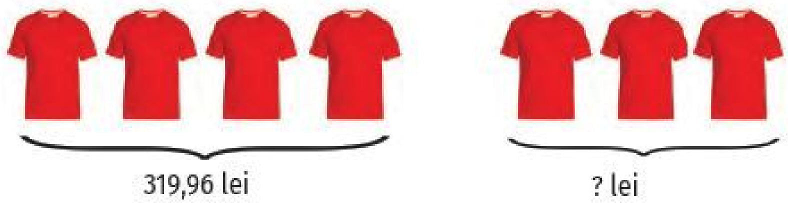
 = 11,5 lei

 = 10,4 lei

 = ?

D. $\boxed{} \xrightarrow{:\,1,5} \boxed{} \xrightarrow{-\,0,2} \boxed{} \xrightarrow{-\,5,75} \boxed{} \xrightarrow{+\,2,35} \boxed{6}$

E.



ii) Rezolvă problemele compuse de tine.

10. Probleme de organizare a datelor. Frecvență, date statistice organizate în tabele, grafice cu bare și/ sau cu linii, media unui set de date statistice

Descopăr

Situația notelor de la teza la matematică a elevilor clasei a V-a A este următoarea: un elev a obținut nota 3, un elev a obținut nota 4, 2 elevi au obținut nota 5, 2 elevi au obținut nota 6, 5 elevi au obținut nota 7, 6 elevi au obținut nota 8, 5 elevi au obținut nota 9, 3 elevi au obținut nota 10.

Folosindu-te de informațiile din text, rezolvă cerințele următoare:

a) Completează tabelul de mai jos.

Nota	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	1							3

b) Câți elevi au luat note mai mari sau egale decât 7?

c) Care este media notelor obținute la teza la matematică de elevii clasei a V-a A?

d) Cunoști și altă modalitate prin care puteau fi reprezentate datele problemei?

Învăț

Organizarea datelor reprezintă o succesiune de operații prin care anumite informații sunt structurate în tabele, grafice sau diagrame. Organizarea datelor se face astfel încât ele să poată fi interpretate, ordonate, selectate după anumite criterii precizate, cât mai ușor.

Frecvența apariției unei proprietăți este numărul natural care arată de câte ori apare proprietatea respectivă în studiul realizat.

Media unui set de date statistice este media aritmetică a datelor respective.

Exerciții rezolvate

În tabelul de mai jos sunt prezentate notele obținute la teza la matematică de elevii unei clase:

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	2	8	6	4	4	3	3

a) Care este frecvența notei 10? Dar a notei 7?

b) Care este media notelor obținute de elevi la teza la matematică?

c) Reprezintă datele folosind graficele cu bare și cu linii.

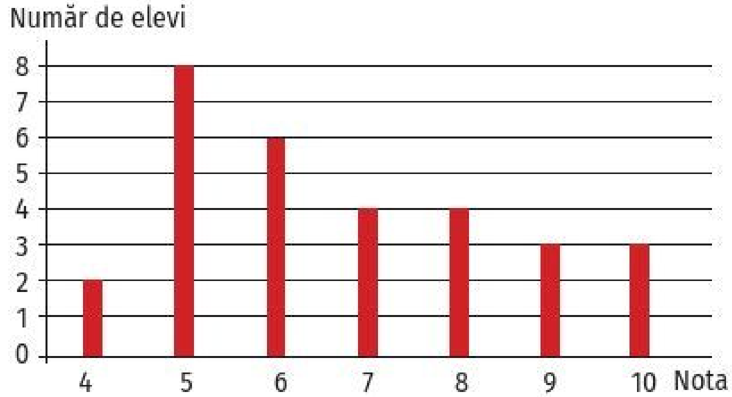
Rezolvare:

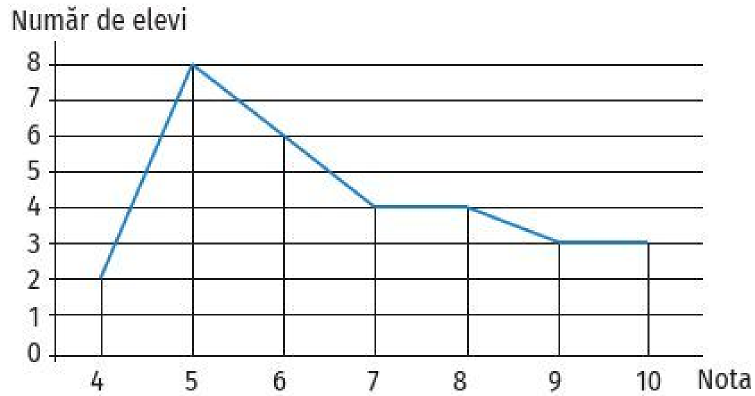
a) Nota 10 a fost obținută de 3 elevi, deci spunem că nota 10 are frecvența 3. Nota 7 a fost obținută de 4 elevi, deci spunem că nota 7 are frecvența 4.

b) Media notelor obținute la teza la matematică se calculează aflând media lor aritmetică. Observăm că sunt 30 de note, deci media aritmetică este suma notelor, împărțită la 30. Din moment ce fiecare notă apare de mai multe ori (are frecvența mai mare decât 1), suma notelor reprezintă suma produselor dintre fiecare notă și frecvența sa. Astfel,

$$m_a = \frac{2 \cdot 4 + 8 \cdot 5 + 6 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 3 \cdot 9 + 3 \cdot 10}{2 + 8 + 6 + 4 + 4 + 3 + 3} = 6{,}70$$

c) Reprezentarea datelor problemei folosind grafice cu bare sau cu linii se face astfel:





Aceste grafice pot fi create în Word sau Excel selectând tipul de grafic dorit (cu bare sau cu linii) din bara de instrumente (Insert, apoi Chart).

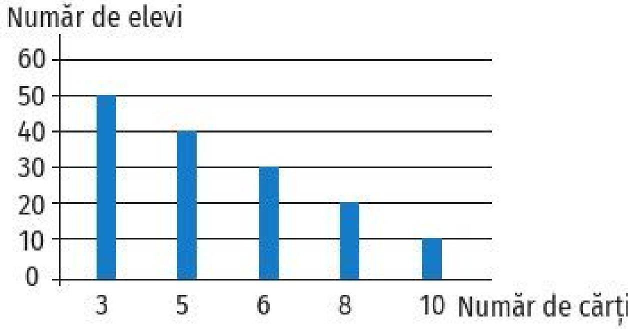
OBSERVAȚIE

Pentru a putea reprezenta un fenomen sau o tendință procedăm astfel:

- culegem datele necesare;
- notăm datele într-un tabel;
- reprezentăm datele prin grafice;
- rezolvăm cerințele studiului.

Aplic

1. Elevii claselor a V-a dintr-o școală au donat cărți pentru bibliotecă. În graficul de mai jos este reprezentat numărul de cărți donate bibliotecii de fiecare elev.



a) Câți elevi au donat mai mult de 5 cărți?

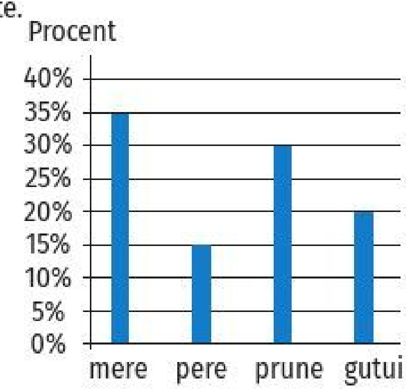
b) Câți elevi au donat 10 cărți?

2. În tabelul de mai jos, este reprezentat numărul de elevi din ciclul gimnazial care participă la olimpiada de matematică. Studiază tabelul și completează afirmația de mai jos.

Clasa	a V-a	a VI-a	a VII-a	a VIII-a
Număr de elevi	50	24	16	10

Conform datelor din tabel, 24% din numărul total de participanți la olimpiada de matematică sunt elevi din clasa a ... .

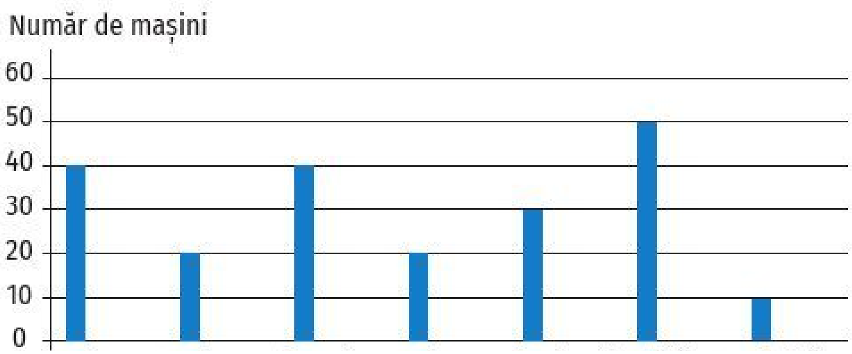
3. Într-un depozit sunt în total 2 500 kg de fructe. În graficul de mai jos sunt reprezentate toate cele patru tipuri de fructe din depozit, împreună cu procentul corespunzător din cantitatea totală de fructe.



a) Conform graficului, cantitatea de gutui din depozit este de ... kg.

b) Conform graficului, cantitatea de mere este mai ... cu ... kg decât cantitatea de pere din depozit.

4. În graficul de mai jos este reprezentat numărul de autoturisme care au intrat într-o parcare.

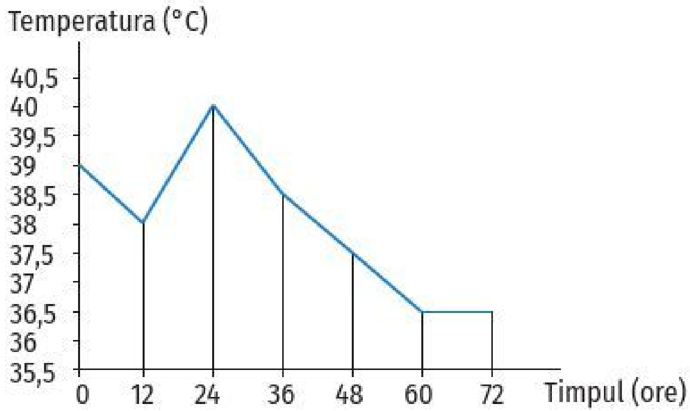


Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică

a) Indică ziua săptămânii în care a intrat în parcare cea de-a 121-a mașină.

b) Calculează câte mașini au intrat în parcare, în medie, pe zi.

5. În graficul de mai jos este înregistrată temperatura unui pacient pe parcursul a 72 ore.



Conform informațiilor din grafic, temperatura înregistrată pentru acest pacient a scăzut sub 37,5 °C după ... ore.

6. La un concurs de gimnastică, participanții au obținut următoarele rezultate:

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Număr participanți	1	3	5	6	4	4	2

a) Câți participanți au obținut note mai mari decât 8?

b) Reprezintă datele problemei cu ajutorul unui grafic cu bare.

7. În tabelul de mai jos sunt notate temperaturile înregistrate la o stație meteorologică pe parcursul unei zile, la diferite ore.

Ora	6	9	11	13	15	17	19
Temperatura (°C)	11	12	13	15	17	16	14

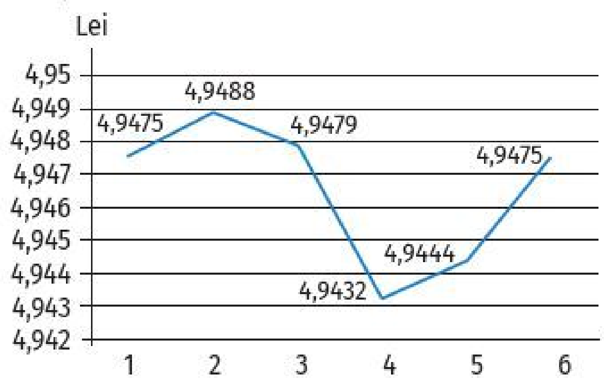
a) Conform informațiilor din tabel, diferența dintre cea mai mare temperatură și cea mai mică temperatură înregistrate este egală cu ... °C.

b) Pe baza temperaturilor înregistrate în tabel, estimează temperatura medie în intervalul orar 6-19.

c) Pe baza temperaturilor înregistrate în tabel, calculează temperatura medie în intervalul orar 6-19.

d) Compară temperatura medie estimată cu valoarea ei determinată prin calcule la punctul c).

8. În graficul de mai jos este înregistrat cursul valutar euro-leu pe parcursul a 6 zile (în luna septembrie 2021).



Conform informațiilor din grafic, diferența dintre cea mai mare și cea mai mică valoare a monedei euro este de ... lei.

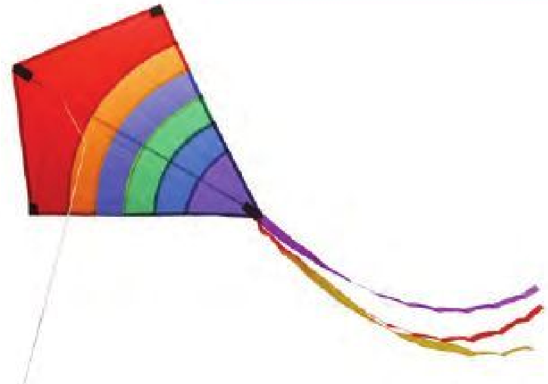
Portofoliu

Realizează un sondaj printre colegii tăi pe o temă la alegere: genul muzical preferat, sportul sau sporturile practicate, culoarea preferată. Sondajul va avea o singură întrebare și mai multe variante de răspuns, iar fiecare participant va alege o singură variantă.

Reprezintă informațiile obținute printr-un grafic. Realizează graficul în Word sau în Excel.

Adaugă totul la portofoliu.

Exerciții recapitulative



1. Scrie sub formă de fracție zecimală următoarele numere raționale:

a) cinci sute douăzeci și patru de sutimi;

b) cinci mii o sută unu sutimi;

c) opt sute patruzeci și nouă de zecimi;

d) trei mii șaptezeci și patru de miimi;

e) trei sute șapte mii opt sute șaizeci și două de sutimi.

2. Transformă următoarele fracții ordinare în fracții zecimale:

a) $\frac{17}{5}$; c) $\frac{17}{8}$; e) $\frac{11}{25}$; g) $\frac{1}{5^3}$; i) $\frac{5^3}{2^2}$; k) $\frac{831}{5^5 \cdot 2^2}$.

b) $\frac{9}{4}$; d) $\frac{38}{5}$; f) $\frac{12}{5^2}$; h) $\frac{3^3}{2^3}$; j) $\frac{1501}{2^2 \cdot 5}$;

3. Scrie aproximările prin lipsă și prin adaos la sutimi și rotunjirea la sutimi și la zecimi pentru următoarele fracții zecimale: 423,028; 14,072; 9,822; 1,705; 4,806; 56,172.

4. Transformă următoarele fracții zecimale în fracții ordinare ireductibile:

a) 3,1(5); c) 3,25; e) 17,75; g) 21,25; i) 1,5; k) 0,2(8);

b) 1,2; d) 9,(125); f) 1,17(5); h) 30,2(25); j) 80,(08); l) 1,1(6).

5. Ordonează crescător fracțiile zecimale:

a) 3,141; 31,41; 3,41; 3,14; c) 19,32; 99,322; 19,3; 19,2; e) 3,06; 3,6; 30,6; 3,66;

b) 35,6; 35,06; 35,61; 3,561; d) 0,01; 0,02; 0,012; 0,2; f) 10,01; 10,1; 10,11; 10.

6. Calculează:

a) $4{,}65 + \left(0{,}5 - \frac{1}{5} + 0{,}35\right) \cdot 10$;

b) $\frac{1}{2} + 0{,}75 + \left(0{,}1 + \frac{1}{2} - 0{,}5 + 0{,}9\right) : 10$;

c) $\left(0{,}(3) + \frac{1}{4}\right) : \left(0{,}(6) - \frac{1}{2}\right)$;

d) $\left(\frac{1}{2} + 0{,}5 \cdot \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{2}$;

e) $\frac{3}{4} - 0{,}75 \cdot \left(\frac{17}{10} - 1{,}3\right)$;

f) $\frac{3}{4} + 2{,}(3) + 2{,}1(3) : 0{,}12 - 3{,}(3) : \frac{5}{3} - \frac{113}{6}$.

7. Calculează media aritmetică a numerelor naturale 3, 25, 51 și 128.

8. Dacă 3 kg de mere costă 6,60 lei, determină cât costă 7 kg de mere de același fel.

9. Un autoturism consumă 28,4 litri de benzină pentru a parcurge 400 km. Cât consumă autoturismul pentru a

9. Un autoturism consumă 28,4 litri de benzină pentru a parcurge 400 km. Cât consumă autoturismul pentru a parcurge:

a) 100 km; b) 500 km; c) 80,5 km; d) 125 km?

10. Un hanorac și un tricou costă 309,32 lei. Prețul hanoracului este de 3 ori mai mare decât prețul tricoului.

a) Determină prețul hanoracului.

b) Rotunjește la întregi prețul tricoului.

c) Cât a plătit Alin dacă a cumpărat un hanorac și 3 tricouri de același tip?

11. La o librărie, 3 cărți și 2 caiete costă 55,35 lei, iar 2 cărți și 6 caiete costă 59,3 lei. Cât costă un caiet și cât costă o carte?

12. Dintr-un depozit de legume se vând în prima parte a zilei 6,25 tone, la prânz se mai aduc 5,2 tone, iar la sfârșitul zilei în depozit mai sunt 8,35 tone. Câte tone de legume au fost în depozit la începutul zilei?

13. Determină media aritmetică a numerelor a, b și c știind că:

• media aritmetică a numerelor a și b este 2,5;

• media aritmetică a numerelor a și c este 3;

• media aritmetică a numerelor b și c este 3,5.

UNITATEA 2 Fracții zecimale

14. Media aritmetică a numerelor a, b și c este 14, iar media aritmetică a numerelor d și e este 11,5. Determină media aritmetică a numerelor a, b, c, d și e.

15. Determină cifra x astfel încât: $\overline{0,0x} + \overline{0,2x} + \overline{0,3x} = 0,59$.

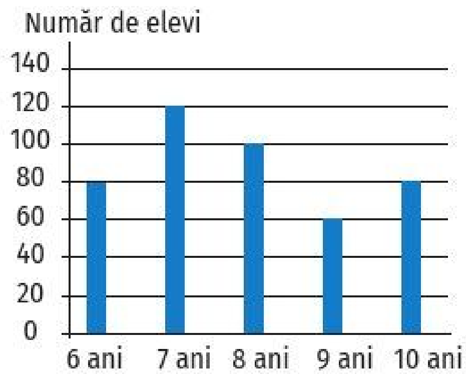
16. Determină cifrele nenule x și y astfel încât: $\overline{x,y} + \overline{y,x} = 5,5$.

17. Dacă $x + y + z = 8$, calculează:

a) $\overline{x,y} + \overline{y,z} + \overline{z,x}$;
c) $\overline{x2,y} + \overline{y2,z} + \overline{z2,x}$;
b) $\overline{x,0y} + \overline{y,0z} + \overline{z,0x}$;
d) $\overline{x,yz} + \overline{y,zx} + \overline{z,xy}$.

18. Transformă numărul $\frac{3}{7}$ în fracție zecimală. Care e a 2021-a zecimală a fracției zecimale obținute?

19. În graficul alăturat găsim informații referitoare la numărul de elevi de la un club sportiv și la vârstele acestora.

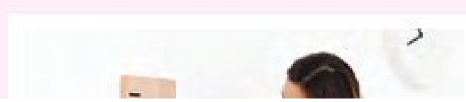


a) Conform graficului, numărul elevilor de la clubul sportiv care nu au împlinit încă vârsta de 8 ani este egal cu ... .

b) Conform graficului, numărul copiilor de 6 ani de la clubul sportiv este cu ... mai ... decât numărul copiilor de 7 ani.

Portofoliu

Indicele de masă corporală (IMC) este un număr calculat pe



baza următoarei formule:

IMC = masa corporală : (înălțime · înălțime), unde masa corporală este exprimată în kilograme, iar înălțimea în metri.

Acest indice se folosește atunci când vrem să ne evaluăm starea de sănătate, care se află în strânsă legătură cu greutatea corporală. Un IMC normal este cuprins între 18,50 și 25.

Calculează-ți indicele de masă corporală și determină cea mai mică și cea mai mare valoare posibilă a masei corporale a unei persoane de înălțimea ta, care are un IMC normal.

Evaluare

Timp de lucru: 50 de minute.

Subiectul I **60 puncte**

30 puncte

1. *Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos. Este corectă o singură variantă de răspuns.*

(10 p) **A.** Fracția zecimală egală cu fracția ordinară $\frac{7}{4}$ este:

a) 0,75; b) 7,4; c) 1,75; d) 1,5.

(10 p) **B.** Fracția ordinară ireductibilă egală cu fracția zecimală 5,2 este:

a) $\frac{52}{10}$; b) $\frac{26}{5}$; c) $\frac{52}{9}$; d) $\frac{52}{100}$.

(10 p) **C.** Dacă 2 kg de mere costă 6,60 lei, atunci 5 kg de mere de același fel costă:

a) 10 lei; b) 66 lei; c) 16,5 lei; d) 15,5 lei.

30 puncte

2. *Scrie pe foaie numai rezultatele.*

(10 p) **A.** În graficul alăturat sunt reprezentate notele obținute la un test de elevii claselor a V-a dintr-o școală. Conform informațiilor din grafic, numărul elevilor care au obținut note mai mari sau egale decât 7 la acest test este egal cu ... .

(10 p) **B.** O carte costă de 4 ori mai mult decât un caiet. Dacă o carte și un caiet costă 22,5 lei. Atunci prețul cărții este ... lei.

(10 p) **C.** Media aritmetică a numerelor 32, 52, 103 și 128 este egală cu ... .

Subiectul al II-lea **30 puncte**

Scrie rezolvările complete.

20 puncte

1. Calculează:

(10 p) **A.** $\left(0{,}2+\frac{1}{2}+0{,}02\cdot 10\right):\left[\left(0{,}35+\frac{8}{10}\right)\cdot 10-65:10\right]$;

(10 p)	**B.** $[0,1(6) + 1,8(3)] : 0,2.$
10 puncte	**2.** Într-o vitrină frigorifică sunt 40 l de suc ambalat în 50 de sticle de 0,5 l și 1,25 l. Câte sticle de fiecare tip sunt în vitrină?

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Autoevaluare. Pe o scară de la 5 la 1, notează nivelul pe care l-ai atins prin parcurgerea acestei unități de învățare, evaluând următoarele criterii:

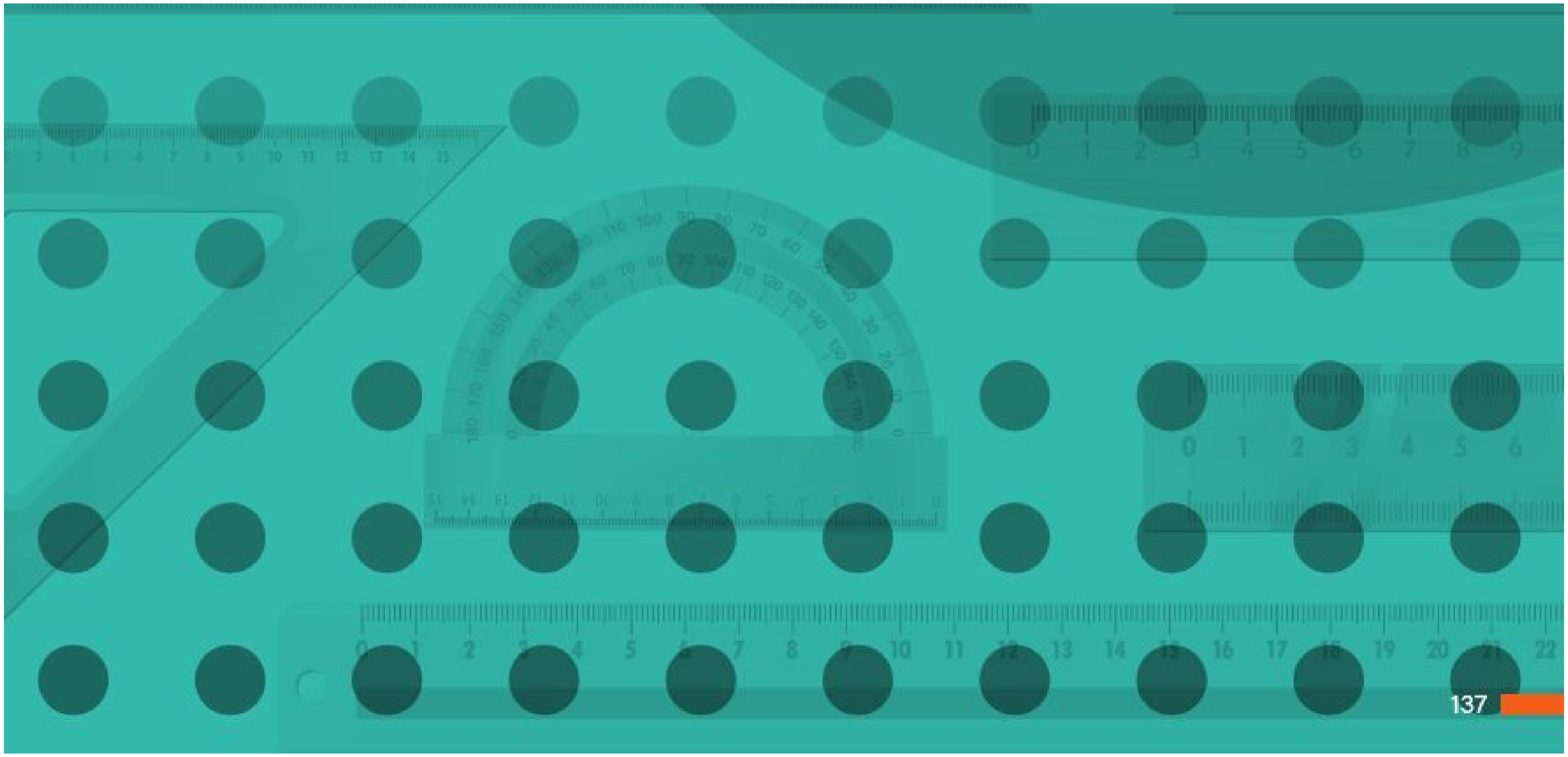
LA SFÂRȘITUL ACESTEI UNITĂȚI:	**5** în foarte mare măsură	**4** în mare măsură	**3** în oarecare măsură	**2** în mică măsură	**1** în foarte mică măsură
Pot să efectuez operații cu numere raționale exprimate sub formă de fracție zecimală și/ sau fracție ordinară.					
Pot să formulez și să rezolv probleme cu fracții folosind metodele aritmetice.					
Pot să identific date statistice din tabele sau grafice.					

Unitatea 3

Elemente de geometrie și unități de măsură

I. Elemente de geometrie

II. Unități de măsură



UNITATEA 3 Elemente de geometrie

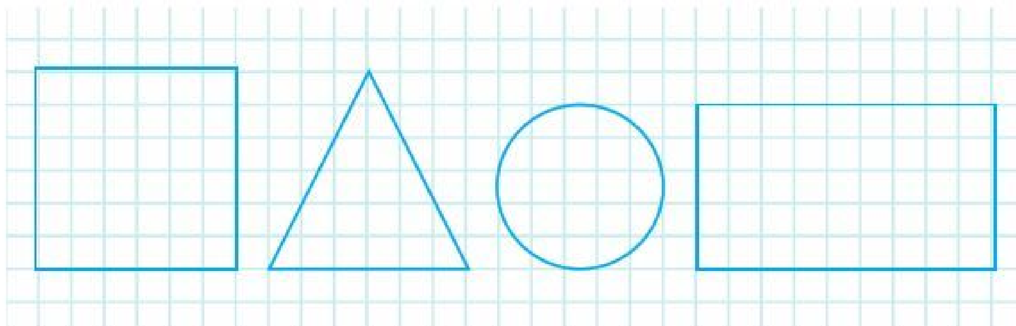
ȘTIAȚI CĂ...?

- Cuvântul *geometrie* este format din două cuvinte provenite din limba greacă: *geo* înseamnă *pământ* și *metron* înseamnă *măsură*.
- Cuvintele *punct*, *segment* și *plan* provin din limba latină: *punctum* înseamnă *înțepătură*, *segmentum* înseamnă *parte tăiată*, iar *planus* înseamnă *neted*.

1. Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment. Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă. Puncte coliniare. Pozițiile relative a două drepte

Îmi amintesc

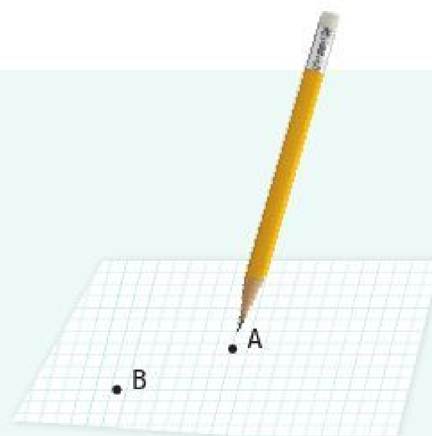
- Numește figurile geometrice de mai jos.



Învăț

Ne imaginăm **punctul** ca pe o urmă lăsată pe hârtie prin apăsarea vârfului unui creion bine ascuțit, ca înțepătura unui vârf de ac. Îl reprezentăm și îl notăm astfel:

Desenăm	Notăm	Citim
×	× A	Punctul A
•	• B	Punctul B



Dacă două puncte ocupă același loc pe foaia de hârtie, spunem că sunt **puncte identice sau puncte confundate.**

Desenăm	Notăm	Citim
A × B	A = B	Punctele A și B coincid. sau
A • B	sau	Punctele A și B sunt identice. sau

A • B	*sau*	Punctele A și B sunt identice. *sau*
	B = A	Punctele A și B sunt confundate.

Dacă două puncte ocupă locuri diferite pe foaia de hârtie, spunem că sunt **puncte diferite sau puncte distincte.**

Desenăm	Notăm	Citim
• B	A ≠ B	Punctele A și B sunt diferite.
• A	*sau*	*sau*
	B ≠ A	Punctele A și B sunt distincte.

Ne imaginăm **dreapta** ca pe un fir de ață foarte subțire și foarte bine întins, prelungit la nesfârșit în ambele sensuri. O reprezentăm în desen ca în figura 1 și o notăm cu literă mică, de exemplu: *a*, *b*, *c* etc.

(dreapta *a*)

Figura 1

Un punct și o dreaptă pot avea următoarele poziții relative:

- punctul se află pe dreaptă (aparține dreptei);
- punctul nu se află pe dreaptă (nu aparține dreptei, este exterior dreptei).

Punctul M aparține dreptei *a*, iar punctul N nu aparține dreptei *a*.

Figura 2

OBSERVAȚII

1. Dacă punctele A și B se află pe dreapta *a*, atunci dreapta *a* se poate citi și dreapta AB sau dreapta BA (figura 3).
2. Printr-un punct trec o infinitate de drepte (figura 4).
3. **Prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una** (figura 5).

Figura 3

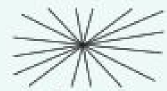


Figura 4

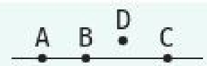
Figura 5

Trei sau mai multe puncte care aparțin aceleiași drepte se numesc **puncte coliniare** (figura 6).

Trei **puncte** sunt **necoliniare** dacă nu există o dreaptă care să le conțină.

Semidreapta este o porțiune a dreptei prelungită la nesfârșit într-o singură parte și limitată în cealaltă parte de un punct, numit **originea semidreptei** (figura 7).

Dacă O, A și B sunt trei puncte distincte pe dreapta *d* astfel încât O se află între A și B, atunci OA și OB sunt două semidrepte diferite, cu originea în punctul O. În acest caz, semidreptele OA și OB se numesc **semidrepte opuse** (figura 8).



Punctele A, B, C sunt coliniare.
Punctele A, B, D sunt necoliniare.

Figura 6

Figura 7

Figura 8

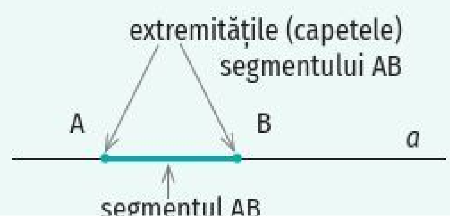
OBSERVAȚIE

Dacă punctul M se află pe semidreapta OA ($M \neq A$), atunci semidreapta OM este aceeași cu semidreapta OA (figura 9).

Figura 9

Segmentul: Fie A și B două puncte distincte pe dreapta *a*. Porțiunea din dreapta *d* situată între punctele A și B se numește segment. Se notează AB și se citește „segmentul AB“. Punctele A și B se numesc **extremitățile (capetele) segmentului AB** (figura 10).

Punctul, dreapta, semidreapta și segmentul sunt **figuri geometrice**.



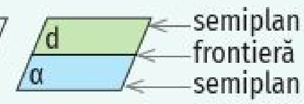
Dreapta, semidreapta și segmentul se construiesc (se desenează) cu ajutorul riglei.

Figura 10

Ne putem imagina **planul** ca suprafața unei mese, o foaie de hârtie sau tabla, toate acestea putând fi extinse în toate direcțiile la nesfârșit. Se notează, de regulă, cu o literă mică a alfabetului grecesc: α, β, γ etc.

Planul α

Figura 11



Planul α

Figura 12

O dreaptă dintr-un plan îl împarte în două **semiplane**. În acest caz, dreapta se numește **frontieră** (figura 12).

Pozițiile relative a două drepte

Două drepte care au un singur punct comun se numesc **drepte concurente** (figura 13).

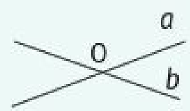


Figura 13

Două drepte care sunt în același plan și nu au niciun punct comun se numesc **drepte paralele** (figura 14).

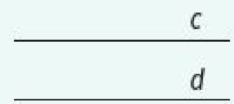


Figura 14

Două drepte care au toate punctele comune se numesc **drepte confundate (identice, drepte care coincid)** (figura 15).

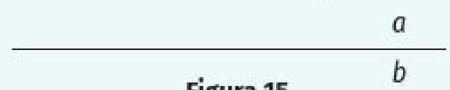


Figura 15

Elemente de geometrie

Exerciții rezolvate

1. Câte drepte trec prin punctele A, B și C, distincte două câte două?

Rezolvare:

- Dacă punctele A, B și C sunt coliniare, există o singură dreaptă care le conține (figura 16).
- Dacă punctele A, B și C sunt necoliniare, atunci putem construi trei drepte: AB, AC, BC (figura 17).

Figura 16

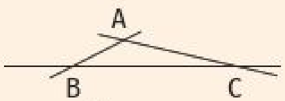


Figura 17

2. Punctele A, B și C sunt coliniare, iar punctul D nu se află pe dreapta AB.

a) Realizează un desen care să ilustreze datele problemei.

b) Câte drepte diferite trec prin cele patru puncte?

Rezolvare:

b) Punctele A, B, C și D determină dreptele distincte: AB, AD, BD și CD. Așadar, prin cele patru puncte trec patru drepte diferite (figura 18).

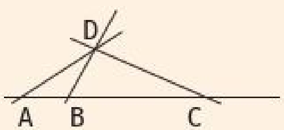


Figura 18

Aplic

1. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect:

a) Un punct este:

A. o literă; B. un număr; C. o figură geometrică.

b) Prin două puncte diferite:

A. trec două drepte diferite; B. trece o singură dreaptă;

C. trec o infinitate de drepte diferite.

2. Desenează și notează:

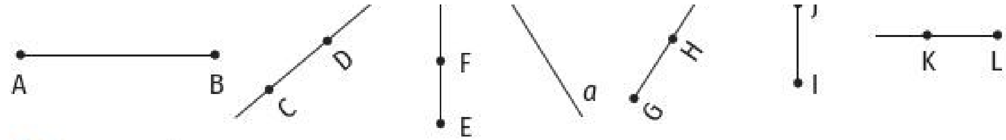
a) un punct; b) o dreaptă; c) o semidreaptă; d) un segment.

3. Desenează:

a) punctul M; b) dreapta RQ; c) semidreapta PN; d) segmentul ST.

4. Dintre următoarele reprezentări, scrie:

a) dreptele; b) semidreptele; c) segmentele.



5. Desenează:

a) trei drepte concurente într-un punct A;

b) trei drepte astfel încât, două câte două, să nu aibă niciun punct comun;

c) trei drepte care au două câte două un punct comun.

6. Numește perechi de drepte paralele și perechi de drepte concurente din figura 19.

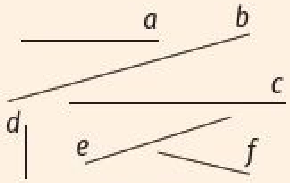


Figura 19

7. a) Desenează trei drepte, *a*, *b* și *c*, astfel încât dreptele *a* și *b* să fie paralele, iar dreptele *b* și *c* să nu fie paralele.

b) Folosind configurația geometrică de la punctul a), precizează dacă dreptele a și c sunt paralele.

8. Din figura 20, scrie:

a) segmentele;

b) dreptele care conțin punctul B;

c) semidreptele care conțin punctul A;

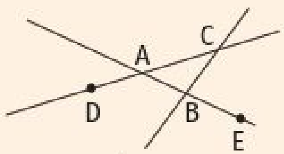


Figura 20

d) semidreptele cu originea în punctul A.

9. Se consideră punctele A, B, C și D, distincte două câte două. Ce se poate spune despre ele dacă e adevărată afirmația „Dreptele AB și CD sunt confundate.“?

10. Câte drepte diferite sunt în figura 21? Dar segmente diferite? Dar semidrepte diferite?

11. Desenează cinci semidrepte care au aceeași origine.

12. a) Scrie toate segmentele diferite care apar în corpul geometric alăturat (figura 22).

b) Câte plane apar în acest corp geometric?

13. Desenează un plan, o dreaptă *d* în acest plan și două puncte din plan, care nu sunt pe dreapta *d*, dar nici în același semiplan delimitat de dreapta *d*.

14. Observă figura 23 și stabilește valoarea de adevăr a propozițiilor următoare:

a) dreptele *a* și *b* sunt paralele;

b) dreptele *c* și *a* sunt concurente;

c) punctul A aparține dreptei *d*;

d) dreptele BC și *d* sunt confundate;

e) punctul B nu aparține dreptei *b*;

f) punctele A, B și C sunt coliniare.

15. Desenează dreptele *a*, *b*, *c* și punctele A, B, C, D, E, distincte două câte două, astfel încât să fie îndeplinite simultan condițiile:

a) dreptele *a* și *b* sunt paralele;

b) dreptele *b* și *c* sunt concurente în punctul A;

c) punctul E nu aparține niciuneia dintre dreptele *a*, *b*, *c;*

d) punctul B aparține dreptelor *a* și *c*;

e) punctul D aparține dreptei AB.

16. Desenează patru puncte diferite astfel încât numărul dreptelor determinate de acestea să fie egal cu:

a) 1; b) 4.

Figura 21

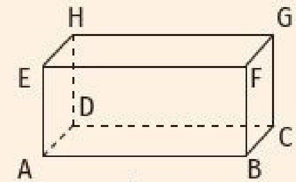


Figura 22

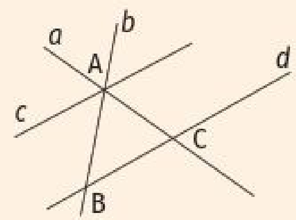
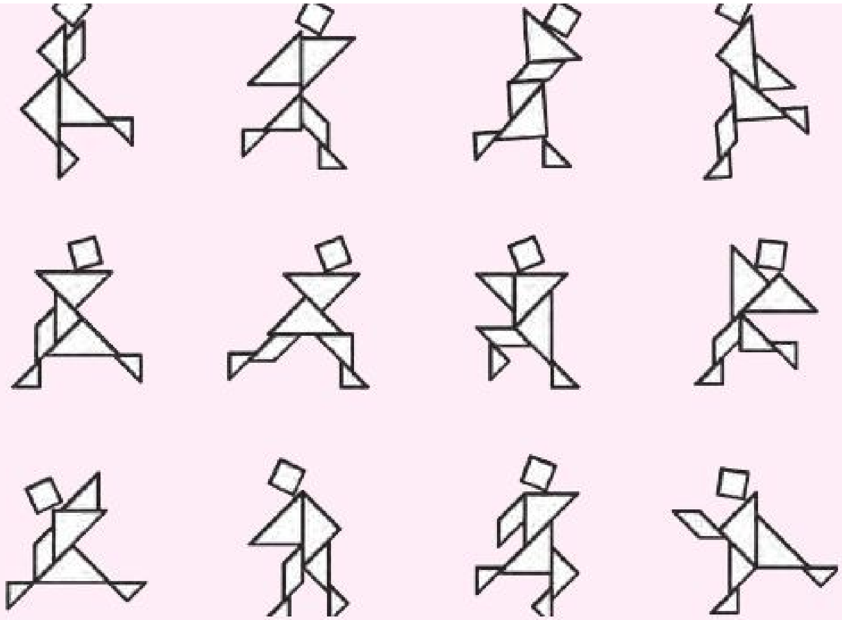


Figura 23

Portofoliu



Desenează și tu, folosindu-te de riglă, personaje în diverse posturi! Realizează o colecție.

Adaugă la portofoliu personajele create de tine.

UNITATEA 3 **Elemente de geometrie**

2. Distanța dintre două puncte. Lungimea unui segment. Segmente congruente

Descopăr

a) Desenează pe caiet două puncte. Notează-le A și B.

b) Măsoară cu rigla gradată distanța de la punctul A la punctul B.

c) Desenează punctele C și D, astfel încât distanța de la punctul A la punctul C să fie cu 3 cm mai mare decât distanța de la punctul A la punctul B, iar distanța de la punctul B la punctul D să fie de 2 ori mai mare decât distanța de la punctul A la punctul B.

d) Construiește segmentul CD și măsoară cu rigla gradată lungimea acestuia.

Învăț

Dacă alegem un segment drept unitate de măsură, atunci lungimea oricărui alt segment este exprimată de numărul care arată de câte ori se cuprinde unitatea de măsură în segmentul respectiv.

Lungimea unui segment se poate măsura cu rigla gradată și exprimă de câte ori este mai mare lungimea segmentului măsurat decât lungimea unității de măsură de pe riglă. De exemplu, spunem că lungimea segmentului AB din figura 1 este 3,2 cm.

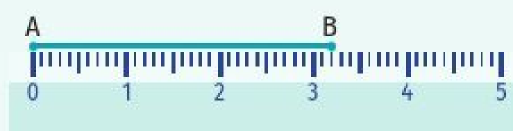


Figura 1

OBSERVAȚIE

Dacă A și B sunt două puncte, atunci notația AB reprezintă dreapta AB, segmentul AB, lungimea segmentului

AB sau distanța de la punctul A la punctul B, în funcție de context.

Două segmente care au aceeași lungime se numesc **segmente congruente.**

Notăm	Citim
$AB \equiv CD$	Segmentul AB este congruent cu segmentul CD.
$AB = CD$	Segmentul AB are aceeași lungime cu segmentul CD.

Distanța dintre două puncte este lungimea segmentului cu extremitățile în cele două puncte.

OBSERVAȚIE

Dacă A, B și C sunt trei puncte astfel încât $AB + BC = AC$, atunci punctele A, B și C sunt coliniare și B este situat între A și C.

Construcția unui segment congruent cu un segment dat (AB) se poate realiza:

- Cu ajutorul unei rigle gradate:
  - Se măsoară segmentul AB cu rigla gradată (figura 2). În cazul segmentului din desenul alăturat, AB = 6 cm.
  - Se alege un punct C, se așază rigla gradată astfel încât în dreptul punctului C să fie diviziunea care indică 0 cm și se trasează un segment care are aceeași lungime cu segmentul AB (celălalt capăt al segmentului construit fiind în dreptul diviziunii care indică 6 cm) (figura 3).
- Cu ajutorul unei rigle negradate și al compasului:
  - Se așază brațul fix al compasului în punctul A și se deschide până când vârful creionului ajunge în punctul B (figura 4). Deschiderea compasului este cât lungimea segmentului AB.
  - Se alege un punct C și se desenează o semidreaptă cu originea în acest punct. Se așază brațul fix al compasului în punctul C (păstrând distanța luată între brațele compasului), iar brațul mobil va marca pe semidreaptă un punct D (figura 5). Segmentele AB și CD vor avea aceeași lungime.

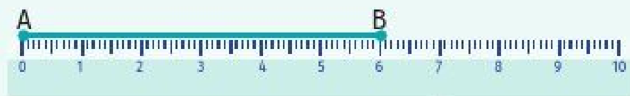


Figura 2

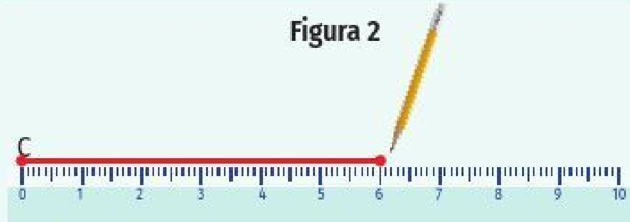


Figura 3

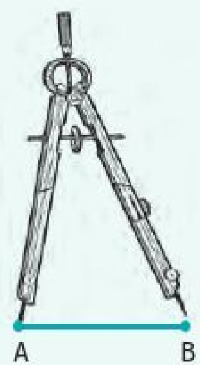


Figura 4

Figura 5

Exerciții rezolvate

1. În figura 6 sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D astfel încât AD = 19 cm, BD = 9 cm și AC = 13,5 cm. Determină lungimea segmentului BC.

Figura 6

Rezolvare:

AB = AD − BD = 19 cm − 9 cm = 10 cm

BC = AC − AB = 13,5 cm − 10 cm = 3,5 cm.

2. Punctele M, N și P sunt coliniare, MN = 17,3 cm și MP = 8 cm. Determină lungimea segmentului NP.

Rezolvare:

Deoarece în enunțul problemei nu se precizează ordinea punctelor pe dreaptă, distingem două cazuri:

Cazul I (figura 7): Ordinea punctelor este M, P, N (este posibilă această ordine deoarece MP < MN)

NP = MN − MP = 17,3 cm − 8 cm = 9,3 cm

Cazul II (figura 8): Punctul M este situat între punctele P și N (ordinea este P, M, N sau N, M, P)

NP = MN + MP = 17,3 cm + 8 cm = 25,3 cm

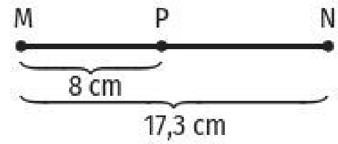


Figura 7

sau

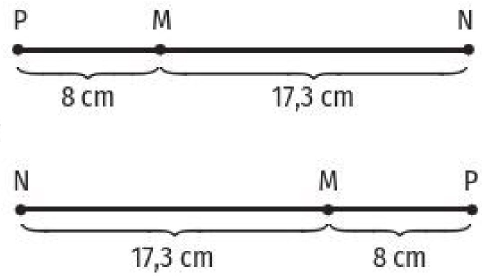


Figura 8

UNITATEA 3 Elemente de geometrie

Aplic

1. a) Desenează pe caiet două segmente, MN și PQ, măsoară-le și scrie lungimea fiecăruia exprimată în centimetri.
b) Construiește, folosind rigla gradată, un segment AB astfel încât $AB \equiv MN$.
c) Construiește, folosind rigla negradată și compasul, un segment CD astfel încât distanța de la punctul C la punctul D să fie egală cu distanța de la punctul Q la punctul P.

2. Desenează segmentele MN și MP astfel încât MN = 4 cm și MP = 3,5 cm. Analizează toate cazurile posibile.

3. a) Desenează un segment AB cu lungimea egală cu 3 cm.
b) Desenează un segment CD astfel încât CD = 2AB, iar punctele A, B, C și D să fie coliniare.
c) Fie E un punct care nu aparține dreptei AB. Pe paralela prin punctul E la dreapta AB fixează un punct F astfel încât $EF = \frac{1}{2}AB$.

4. a) Desenează un segment AB.
b) Desenează un segment CD care să aibă aceeași lungime ca segmentul AB.
c) Fie *d* o dreaptă paralelă cu dreapta AB. Pe dreapta *d* fixează punctele M și N, astfel încât lungimea segmentului MN să fie egală cu lungimea segmentului AB.
d) Fie *g* o dreaptă astfel încât dreptele AB și *g* să fie concurente în O. Pe dreapta *g* fixează punctele P, Q, R și T, astfel încât lungimea segmentelor PQ și RT să fie egală cu lungimea segmentului AB, iar punctul O să aparțină segmentului PQ, dar să nu aparțină segmentului RT.

5. Se consideră punctele coliniare A, B și C astfel încât AB = 7,2 cm, BC = 2 cm și AC = 5,2 cm. Precizează care este ordinea pe dreapta AB a punctelor A, B și C.

Figura 9

6. În figura 9 sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C, D. Precizează valoarea de adevăr a propozițiilor următoare:
a) AB + BC = AC; c) AD = AB + CD; e) CD = AD − AB − BC.
b) AB = AD − CD; d) $AC \equiv AB \equiv BC$;

7. Punctele A, B, C sunt coliniare, AB = 6 cm și AC = 8 cm. Determină lungimea segmentului

BC. Analizează toate cazurile posibile.

8. Pe dreapta *a* se consideră punctele A, B și C astfel încât AB = 3,4 cm și BC = 5 cm. Determină lungimea segmentului AC. Analizează toate cazurile posibile.

9. Fie A, B, C, D puncte coliniare în această ordine. Dacă AB = 2 cm, AC = 7 cm și BD = 10 cm, determină lungimea segmentului: a) AD; b) BC; c) CD.

10. Stabilește dacă punctele A, B și C sunt coliniare. În caz afirmativ, precizează ordinea acestora pe dreaptă:

a) AB = 3 cm, BC = 4 cm, AC = 7 cm;
b) BC = 9 cm, AB = 16 cm, AC = 7 cm;
c) AB = 7 cm, BC = 9 cm, AC = 8 cm;
d) AB = 2,52 cm, BC = 3,4 cm, AC = 5,56 cm.

Mate practică

1. Între două localități, curentul electric este transportat prin cablu de înaltă tensiune, dispus în linie dreaptă și fixat prin stâlpi instalați la fiecare 75 m. Câți stâlpi sunt, dacă lungimea cablului este 10 125 m?

2. Ana a legat patru bucăți de sfoară, fiecare având 80 cm. Determină lungimea sforii astfel obținute, știind că la fiecare nod s-au pierdut 6 cm.

3. Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de un punct

Descopăr

a) Desenează o dreaptă *d* și construiește pe aceasta două puncte, A și B, astfel încât AB = 6 cm.

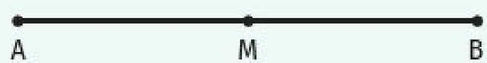
b) Construiește punctul M, situat pe dreapta *d*, la aceeași distanță de extremitățile segmentului AB și determină lungimea segmentului AM.

Învăț

Mijlocul unui segment este un punct situat pe segment, la aceeași distanță de extremitățile acestuia.

Cu alte cuvinte, punctul M este mijlocul segmentului AB dacă punctele A, M, B sunt coliniare și $AM \equiv MB$.

Figura 1

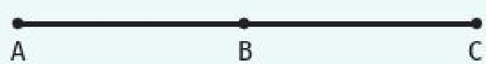


OBSERVAȚIE

Mijlocul unui segment este unic.

Simetricul unui punct A față de un punct B ($A \neq B$) este un punct C astfel încât punctul B este mijlocul segmentului AC. În acest caz, spunem că punctele A și C sunt simetrice față de punctul B.

Figura 2



Exercițiu rezolvat

În figura 3 sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C, D și E, astfel încât punctul B este mijlocul segmentului AE, punctul E e simetricul punctului C față de punctul D și AC = 24 cm.

Figura 3

a) Dacă DE = a cm ($a > 0$) și BC = b cm ($b > 0$), exprimă lungimea segmentului BE în funcție de a și b.

b) Determină lungimea segmentului BD.

Rezolvare:

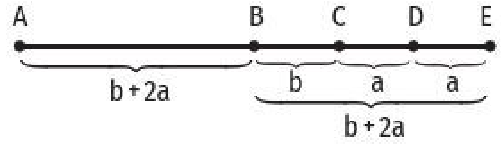


Figura 4

a) Deoarece punctul E e simetricul punctului C față de punctul D, $CD = DE = a$ cm. Obținem $BE = BC + CD + DE = (b + 2a)$ cm.

b) Punctul B este mijlocul segmentului AE, deci $AB \equiv BE$.

Așadar, $AB = (b + 2a)$ cm și $AC = AB + BC = (b + 2a) + b = 2b + 2a = 2 \cdot (b + a)$ cm.

Dar $AC = 24$ cm, deci $2 \cdot (b + a) = 24$ și $b + a = 12$.

Cum $BD = BC + CD = (b + a)$ cm, rezultă că $BD = 12$ cm.

Aplic

1. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos.

a) Fie M mijlocul segmentului AB. Dacă AB = 18 cm, atunci lungimea segmentului AM este egală cu:

A. 36 cm; B. 9 cm; C. 10 cm; D. 8 cm.

b) Fie P simetricul punctului M față de punctul N. Dacă MN = 4 cm, atunci lungimea segmentului NP este egală cu:

A. 8 cm; B. 2 cm; C. 4 cm; D. 1 cm.

2. a) Desenează un segment AB = 3 cm.

b) Construiește mijlocul segmentului AB și notează-l cu M.

c) Construiește simetricul punctului M față de punctul B și notează-l cu C.

d) Dacă punctul D este simetricul punctului A față de punctul B, arată că segmentele BC și CD sunt congruente.

3. În figura 5 sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C, D și E. Punctul B este mijlocul segmentului AC, punctul C este mijlocul segmentului AD, iar punctul D este mijlocul segmentului AE. Determină lungimea segmentului AB, știind că AE = 16 cm.

Figura 5

4. În figura 6 sunt reprezentate punctele A, B, C și D, astfel încât punctele A și C sunt simetrice față de punctul B, iar punctul D este simetricul punctului B față de punctul A. Știind că BC = 4 cm, determină lungimea segmentului AD.

Figura 6

5. Punctele coliniare A, M, B, N și C din figura 7 reprezintă locurile unde sunt așezați cinci copii în timpul unui joc. Punctul M este mijlocul segmentului AB, iar punctul N este mijlocul segmentului AC. Știind că AM = 4 m și BN = 2 m, determină distanța dintre primul și ultimul copil.

Figura 7

6. În figura 8 sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D. Dacă AC = BD = 10 cm și BC = 4 cm, arată că AB = CD = 6 cm și segmentele AD și BC au același mijloc.

Figura 8

7. În figura 9 sunt reprezentate punctele coliniare A, B și C. Punctele M și N sunt situate pe dreapta AB astfel încât punctul M este mijlocul segmentului AB, iar punctul N este mijlocul segmentului BC. Dacă AN = 6 cm și CM = 9 cm, determină lungimea segmentului MN.

Figura 9


8. Figura 10 reprezintă schița unei alei. Punctele A, B, C, D, E și F marchează locul unor copaci de pe această alee, plantați astfel încât distanța dintre oricare doi copaci consecutivi este aceeași, iar AF = 40 m.

Figura 10


a) Calculează distanța dintre primii doi copaci.

b) Arată că punctul C este mijlocul segmentului AE.

c) Arată că punctul F este simetricul punctului B față de punctul D.

d) Determină lungimea segmentului AM, unde M este simetricul punctului A față de punctul E. Completează desenul cu acest punct.

Mate practică

La 1 750 m de școală (notată cu S) se află o librărie (notată cu L). Între școală și librărie, la 400 m de librărie, se află un parc (notat cu P). Aurel (A) se află la mijlocul distanței dintre școală și parc, iar Bianca (B) se află la mijlocul distanței dintre parc și librărie.

a) Realizează un desen care să ilustreze datele problemei.

b) La ce distanță de Aurel se află Bianca?

Proiect: Schița camerei

Ce vei face:

Pe o coală de hârtie, vei realiza o schiță a camerei tale, în care vei reprezenta ușile și ferestrele încăperii prin întreruperi în liniile care indică pereții. Piesele de mobilier vor fi reprezentate prin pătrate, dreptunghiuri etc.

De ce vei face:

Pentru a înțelege cum se măsoară lungimile unor obiecte din viața de zi cu zi, folosind instrumentele de măsură adecvate, și pentru a exersa construirea unor figuri geometrice cu dimensiuni date.

Cum vei face:

- Vei observa podeaua și obiectele din camera ta, iar apoi vei identifica figurile geometrice învățate prin care le poți reprezenta.
- Vei măsura dimensiunile podelei, lungimea tocului ferestrei și a tocului ușii, precum și dimensiunile componentelor care ating podeaua, ale obiectelor de mobilier (birou, pat, dulap, bibliotecă etc.). Vei nota aceste dimensiuni (exprimate în centimetri) într-un tabel.
- Vei împărți la 25 lungimile astfel obținute și le vei trece în tabelul menționat mai sus. Astfel, ai obținut dimensiunile figurilor geometrice din schița camerei tale.

Cum vei ști dacă ai reușit:

Vei prezenta proiectul în clasă și vei întreba profesorul și colegii ce le-a plăcut, de ce și ce recomandări au.

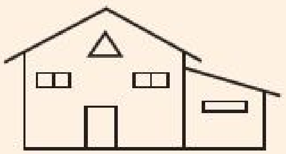


Figura 1

4. Unghi. Interiorul unui unghi. Exteriorul unui unghi. Măsura unui unghi. Unghiuri congruente. Clasificări de unghiuri

Îmi amintesc

În figura 1 este reprezentat un adăpost pentru animale. Identifică în imagine unghiuri drepte, unghiuri ascuțite și unghiuri obtuze.

Învăț

Unghi. Interiorul unui unghi. Exteriorul unui unghi

Figura geometrică formată din două semidrepte care au aceeași origine se numește **unghi**.

Elementele unui unghi sunt:

- **laturile unghiului** (cele două semidrepte);
- **vârful unghiului** (originea comună a celor două semidrepte) (figura 2).

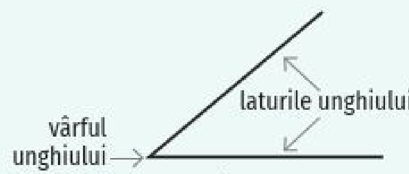


Figura 2

EXEMPLU:

În figura 3, laturile unghiului sunt semidreptele AB și AC, iar vârful unghiului este punctul A. În acest caz:

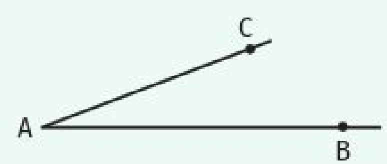


Figura 3

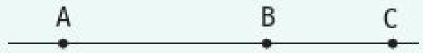
Scriu	Citesc
$\measuredangle BAC$ sau $\widehat{BAC}$	unghiul BAC
$\measuredangle CAB$ sau $\widehat{CAB}$	unghiul CAB
$\measuredangle A$ sau $\hat{A}$	unghiul A

Dacă laturile unghiului sunt semidrepte opuse, atunci unghiul se numește **unghi alungit**.

A B C Unghiul ABC este unghi alungit.

Unghiul ABC este unghi alungit.

Dacă laturile unghiului sunt semidrepte identice, atunci unghiul se numește **unghi nul**.



Unghiul BAC este unghi nul.

În cazul unghiului BAC din figura 4, partea din plan cuprinsă între laturile unghiului (partea colorată) reprezintă **interiorul unghiului** și se notează *Int*($\widehat{BAC}$). Partea necolorată din plan, fără laturile unghiului, reprezintă **exteriorul unghiului** și se notează *Ext*($\widehat{BAC}$).

Figura 4

EXEMPLU:

Punctele M și N din figura 5 se află în interiorul unghiului BAC, iar punctele P și Q se află în exteriorul unghiului BAC.

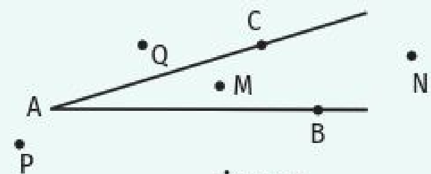


Figura 5

Măsura unui unghi

Atunci când măsurăm un unghi trebuie să măsurăm deschiderea dintre laturile lui.

Măsura unghiurilor se determină cu ajutorul unui instrument numit **raportor** (figura 6).

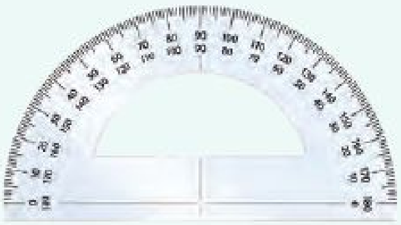


Figura 6

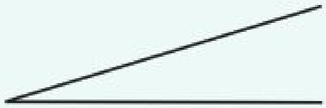
Unghiul de un **grad sexagesimal** (scris 1°) a fost ales drept unitate de măsură a unghiurilor, astfel încât unghiul alungit să aibă 180°. Toate raportoarele sunt gradate pe baza acestei unități.

Unghiul nul are 0°.

Prin convenție, unghiul de un grad are 60 de minute *(60′)*, iar unghiul de un minut are 60 de secunde *(60″)*.

Clasificarea unghiurilor

Denumirea unghiului	Măsura unghiului
unghi nul	0°
unghi ascuțit	între 0° și 90°
unghi drept	90°
unghi obtuz	între 90° și 180°
unghi alungit	180°



unghi ascuțit

unghi drept

unghi obtuz

OBSERVAȚII

1. Notația ∡BAC reprezintă atât unghiul BAC, cât și măsura unghiului BAC, în funcție de context.
2. Pentru a demonstra că **punctele A, B și C sunt coliniare** (în această ordine), în anumite probleme e suficient să demonstrăm că unghiul ABC este unghi alungit.
3. Dacă unghiul AOB este unghi drept (∡AOB = 90°), atunci dreptele OA și OB sunt **perpendiculare**.

Cum se determină măsura unui unghi cu ajutorul raportorului?

Ne propunem să măsurăm unghiul ABC din figura 7. Pentru a face acest lucru, așezăm raportorul cu centrul în vârful unghiului (în punctul B), astfel încât semidreapta BC să fie în dreptul diviziunii 0° a raportorului. Citim pe cadranul raportorului numărul de grade din dreptul laturii BA a unghiului. Spunem că unghiul ABC are 50° și scriem $\measuredangle ABC = 50°$.

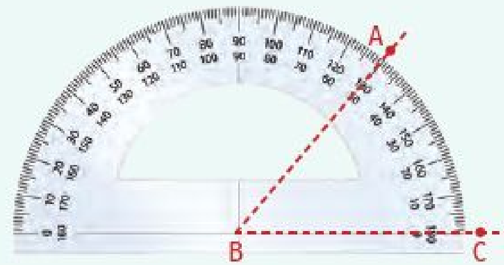


Figura 7

Cum se desenează un unghi care are măsura un număr natural de grade cu ajutorul raportorului?

Ne propunem să desenăm un unghi cu măsura de 70°. Pentru a face acest lucru, desenăm o semidreaptă, notată BA, așezăm raportorul cu centrul în punctul B, astfel încât diviziunea 0° să se găsească pe semidreapta BA și apoi însemnăm cu creionul pe caiet, în dreptul diviziunii 70°, un punct C (figura 8). Unim punctele B și C, obținând în acest mod unghiul ABC, a cărui măsură este de 70° (figura 9).

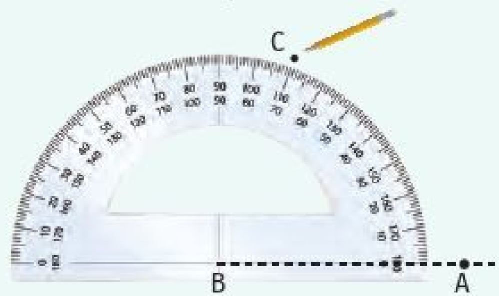


Figura 8

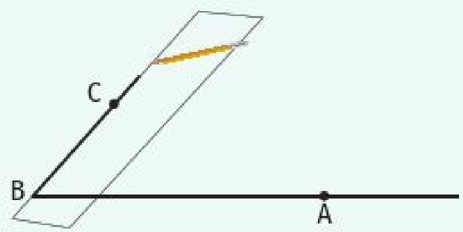


Figura 9

Unghiuri congruente

Două unghiuri cu măsurile egale se numesc **unghiuri congruente**.

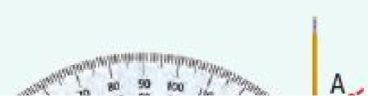
OBSERVAȚIE

Dacă unghiurile ABC și MNP sunt congruente, scriem $\measuredangle ABC \equiv \measuredangle MNP$.

Cum construim un unghi congruent cu un unghi dat, cu ajutorul raportorului?

Ne propunem să construim un unghi MNP, congruent cu unghiul dat ABC (figura 10). Pentru a face acest lucru, așezăm raportorul, astfel încât centrul acestuia să fie în vârful unghiului ABC (punctul B) și semidreapta BC să fie în dreptul diviziunii 0° a raportorului. Însemnăm pe raportor, cu creionul, un punct S, reprezentând locul unde latura BA a unghiului intersectează marginea raportorului (figura 11).

Desenăm pe caiet o semidreaptă NP, care va fi una dintre laturile unghiului, apoi așezăm raportorul cu centrul în punctul N, astfel încât diviziunea 0° să se găsească pe semidreapta NP. Însemnăm cu creionul pe caiet punctul M, în dreptul punctului S de pe raportor (figura 12). Îndepărtăm raportorul, unim punctele N și M și obținem semidreapta NM, care va fi cealaltă latură a unghiului construit (figura 13).



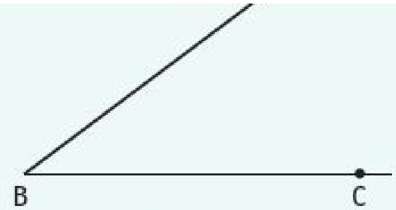


Figura 10

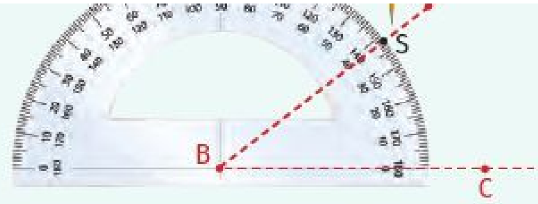


Figura 11

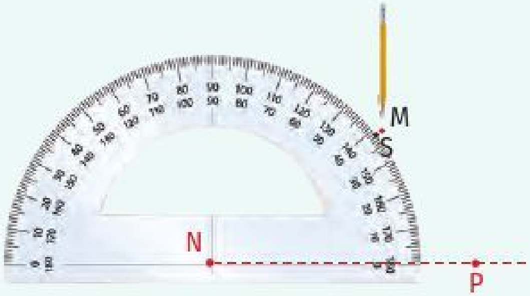


Figura 12

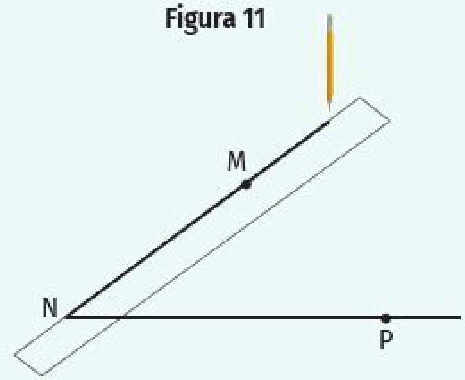


Figura 13

Aplic

1. Stabilește care dintre următoarele propoziții sunt adevărate și care sunt false:

a) Un unghi este o figură geometrică formată din două drepte concurente.

b) Laturile unui unghi sunt segmente congruente.

c) Vârful unghiului AOB este punctul O.

d) Laturile unui unghi nu se pot măsura.

e) Două unghiuri sunt congruente dacă au același vârf.

2. Folosind figura 14, completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

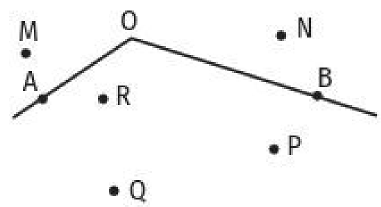


Figura 14

a) Unghiul din figură se notează ... sau ... sau ... .

b) Vârful unghiului este punctul ... .

c) Laturile unghiului sunt: ... .

d) Punctele care se află în interiorul unghiului sunt: ... .

e) Punctele care se află în exteriorul unghiului sunt: ... .

3. Unghiul AOB este congruent cu unghiul BOA? Justifică.

4. Folosind figura 15, precizează care dintre unghiuri sunt alungite și care sunt nule:

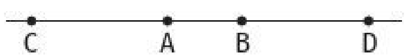


Figura 15

a) ∡ABC; c) ∡BCD; e) ∡CBD;

b) ∡BCA; d) ∡ABD; f) ∡CBA.

ȘTIAȚI CĂ...?

- Cuvintele *unghi* și *latură* provin din limba latină: *angulus* înseamnă *unghi*, iar *latus* înseamnă *margine*.
- Primul instrument de măsurare a unghiurilor a fost inventat în secolul al XVI-lea de către matematicianul și cartograful portughez Pedro Nunes.

5. Dacă $\measuredangle MNP = 180°$, determină măsura unghiului:

a) $\measuredangle PNM$; b) $\measuredangle NMP$; c) $\measuredangle NPM$.

6. Completează tabelul de mai jos, folosind figura 16:

Unghiuri ascuțite	Unghiuri drepte	Unghiuri obtuze	Unghiuri nule	Unghiuri alungite

7. Construiește un unghi cu măsura de:

a) 80°; b) 150°; c) 45°; d) 90°.

8. a) Construiește un unghi cu măsura de 30° și patru puncte distincte în interiorul acestuia.

b) Construiește un unghi cu măsura de 110° și trei puncte distincte în exteriorul acestuia.

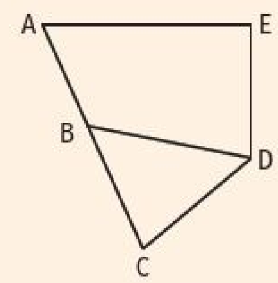
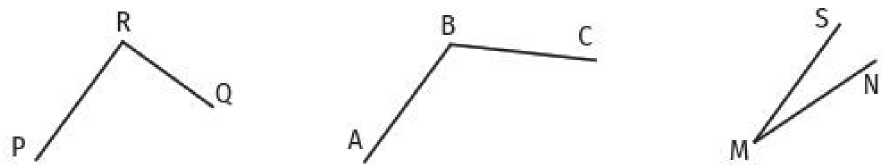


Figura 16

9. Măsoară unghiurile de mai jos și scrie pe caiet măsurile acestora.



10. Completează căsuțele pentru a obține propoziții adevărate:

a) $30° = \square'$;

b) $90° = 89° \square'$;

c) $65' = \square° \square'$;

d) $82' = \square° \square'$;

e) $10°31' = \square'$;

f) $180° = 179° \square'$.

11. Care este măsura unghiului format de orarul și minutarul unui ceas la ora:

a) 6:00; b) 9:00; c) 15:00?

12. a) Construiește punctele A, B, C și D, astfel încât $\measuredangle ABC = 40°$ și $\measuredangle CBD = 100°$.

b) Măsoară unghiul ABD. Analizează toate cazurile posibile.

13. a) Construiește punctele M, N, P și Q, astfel încât $\measuredangle MNP = 60°$ și $\measuredangle MNQ = 120°$.

b) Măsoară unghiul PNQ. Ce observi? Analizează toate cazurile posibile.

14. Construiește unghiurile ABC, BCD și CDE, astfel încât $\measuredangle ABC \equiv \measuredangle BCD \equiv \measuredangle CDE$ și $\measuredangle CDE = 30°$.

15. a) Construiește o configurație geometrică, respectând următoarele cerințe:

– unghiul AOB este unghi alungit;

– $\measuredangle AOM = 120°$;

– punctul N aparține semidreptei AB, astfel încât $\measuredangle OMN = 90°$.

b) Folosind configurația geometrică de la a), completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:

i) Punctele A, O și N sunt puncte ... .

i) Punctele A, O și N sunt puncte ... .

ii) Punctul B ... dreptei AN.

iii) nghiul OMN este unghi ... .

iv) ∡NMO = ...°, ∡ABN = ...°, ∡MOA = ...°.

16. Construiește două unghiuri care au:

a) vârful comun și nicio latură comună.

b) o latură comună, iar celelalte două sunt semidrepte opuse.

17. Construiește dreptele a, b și c astfel încât dreptele a și b și, respectiv, b și c să fie perpendiculare.

5. Calcule cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale

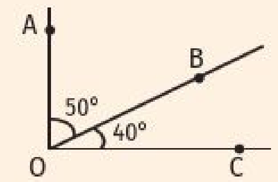


Figura 1

Descopăr

În figura 1, $\measuredangle AOB = 50°$ și $\measuredangle BOC = 40°$. Măsoară unghiul AOC. Ce observi?

Învăț

Pentru **adunarea (scăderea) măsurilor a două unghiuri** exprimate în grade și minute sexagesimale se adună (se scad) între ele unitățile de același ordin (grade, minute).

EXEMPLE:

- $27°13' + 38°10' = (27° + 38°) + (13' + 10') = 65°23'$;
- $87°35' - 35°23' = (87° - 35°) + (35' - 23') = 52°12'$.

Dacă în urma însumării se depășesc 60 de unități la minute, se transformă o grupă de 60 de minute într-un grad, care se adună la cele deja existente.

EXEMPLU:

$112°39' + 42°28' = (112° + 42°) + (39' + 28') = 154°67' = 154° + 60' + 7' = (154° + 1°) + 7' = 155°7'$.

Dacă la scăderea măsurilor a două unghiuri numărul minutelor măsurii din care scădem este mai mic decât numărul minutelor măsurii pe care o scădem, atunci la descăzut se împrumută un grad care se transformă în 60 de minute și se adaugă celor deja existente.

EXEMPLE:

- $57°15' - 10°25'$

Observăm că nu putem scădea minutele. În acest caz, luăm 1° din 57° și îl transformăm în minute. Vom avea astfel $60' + 15' = 75'$. Obținem $57°15' = 56°75'$.

astfel 60′ + 15′ = 75′. Obținem 57° 15′ = 56° 75′.

57° 15′ – 10° 25′ = 56° 75′ – 10° 25′ = (56° – 10°) + (75′ – 25′) = 46° 50′

- 175° – 120° 24′

Deoarece observăm că numărul minutelor de la descăzut este 0, deci mai mic decât numărul minutelor de la scăzător, transformăm un grad de la descăzut în minute: 1° = 60′.

175° – 120° 24′ = 174° 60′ – 120° 24′ = (174° – 120°) + (60′ – 24′) = 54° 36′.

Pentru **înmulțirea măsurii unui unghi** (exprimată în grade și minute sexagesimale) **cu un număr natural** se înmulțesc unitățile de fiecare ordin cu numărul natural dat.

EXEMPLE:

- 32° 13′ · 2 = (32° · 2) + (13′ · 2) = 64° 26′;
- 26° 34′ · 3 = (26° · 3) + (34′ · 3) = 78° 102′ = 78° + 60′ + 42′ = (78° + 1°) + 42′ = 79° 42′.

UNITATEA 3 Elemente de geometrie

Pentru **împărțirea măsurii unui unghi** (exprimată în grade și minute sexagesimale) **la un număr natural** se împarte întâi numărul de grade la numărul natural dat, obținându-se un cât exprimat în grade. Dacă la această împărțire se obține un rest nenul, acesta se transformă în minute, care se adaugă la cele deja existente. Suma obținută la minute se împarte la numărul natural dat, obținându-se un cât exprimat în minute.

EXEMPLE:

- $54°36' : 3 = (54° : 3) + (36' : 3) = 18°12'$
- $27°48' : 4 = (27° : 4) + (48' : 4) = 6° + (3°48' : 4) = 6° + (228' : 4) = 6°57'$
- $134° : 3 = 44° + (2° : 3) = 44° + (120' : 3) = 44°40'$

Aplic

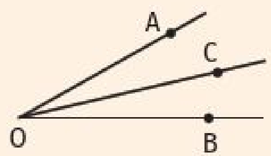


Figura 2

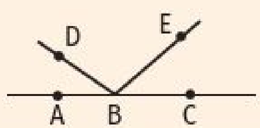


Figura 3

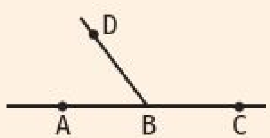


Figura 4

1. Calculează:

a) $123°25' - 90°$;
b) $15° + 29°21'$;
c) $35°29' + 20°24'$;
d) $85°46' + 23°24'$;
e) $95°26' - 83°24'$;
f) $68° - 67°24'$;
g) $130° - 45°32'$;
h) $27° \cdot 5$;
i) $95° : 2$;
j) $128° : 3$;
k) $36°21' \cdot 3$;
l) $23°20' \cdot 4$;
m) $80°25' : 5$;
n) $126°21' : 3$.

2. În figura 2 este reprezentat unghiul AOB cu măsura de $45°32'$. Semidreapta OC împarte unghiul AOB în două unghiuri cu aceeași măsură. Determină măsura unghiului AOC.

3. În figura 3 sunt reprezentate punctele coliniare A, B și C. Punctele D și E se află de aceeași parte a dreptei AB, astfel încât $\measuredangle ABD = 35°$ și $\measuredangle EBC = 55°$. Determină măsura unghiului DBE.

4. În figura 4 sunt reprezentate punctele A, B, C și D, astfel încât $\measuredangle ABD = 75°51'$, $\measuredangle DBC = 104°9'$. Arată că punctele A, B și C sunt coliniare.

5. În figura 5 sunt reprezentate punctele coliniare A, O și B. Semidreptele OC, OD, OE și

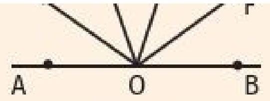


Figura 5

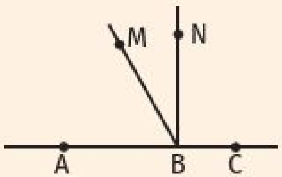


Figura 6

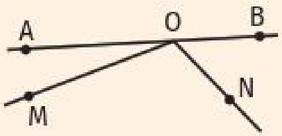


Figura 7

5. În figura 5 sunt reprezentate punctele coliniare A, O și B. Semidreptele OC, OD, OE și OF împart unghiul AOB în cinci unghiuri congruente.

a) Determină măsurile unghiurilor AOC, DOF și BOC.

b) Arată că unghiurile AOE și BOD sunt congruente.

6. În figura 6 regăsim o reprezentare a unui râu (notat AC) și a afluenților săi (notați BN și BM). Determină măsura unghiului format de cei doi afluenți (∡MBN), știind că ∡CBN = 90° și că măsura unghiului MBN este de trei ori mai mică decât măsura unghiului ABN.

7. În figura 7 sunt reprezentate punctele coliniare A, O și B. Punctele M și N sunt situate în același semiplan determinat de dreapta AB, astfel încât ∡BON = 46° 51′, iar măsura unghiului MON este de două ori mai mare decât măsura unghiului BON. Determină măsura unghiului AOM.

8. a) Desenează unghiul AOB cu măsura de 40° și unghiul BOC cu măsura de trei ori mai mare. Analizează ambele cazuri.

b) Determină măsura unghiului AOC în ambele cazuri.

6. Figuri congruente. Axa de simetrie

Descopăr

a) Desenează pe o foaie de matematică figurile geometrice alăturate (figura 1).

b) Decupează figurile geometrice și suprapune-le. Ce observi?

c) Pliază figurile după linia punctată. Ce observi?

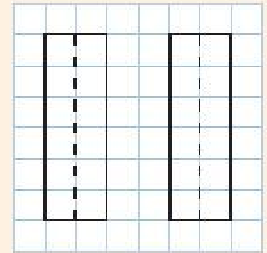


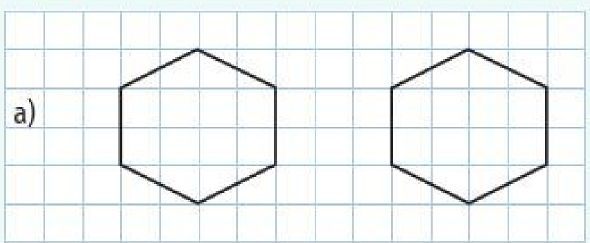
Figura 1

Învăț

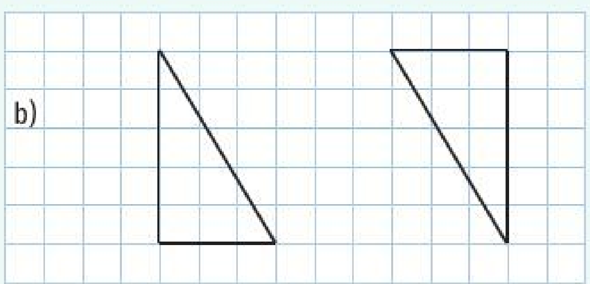
Două figuri geometrice care, prin suprapunere, coincid se numesc **figuri congruente**.

EXEMPLE:

a)

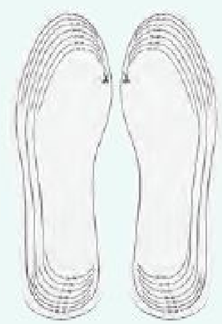


b)



IATĂ CÂTEVA APLICAȚII ALE FIGURILOR CONGRUENTE!

În atelierul de croitorie, pentru a confecționa mai multe bluze identice, croitorul confecționează un șablon.

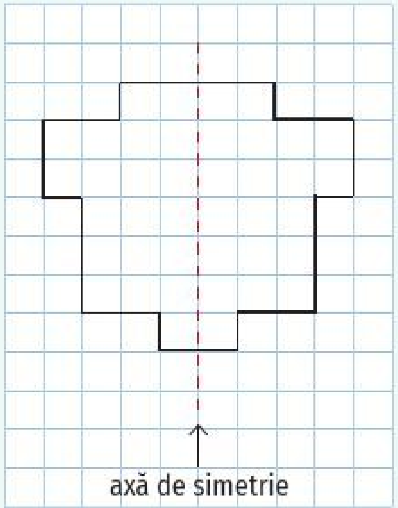


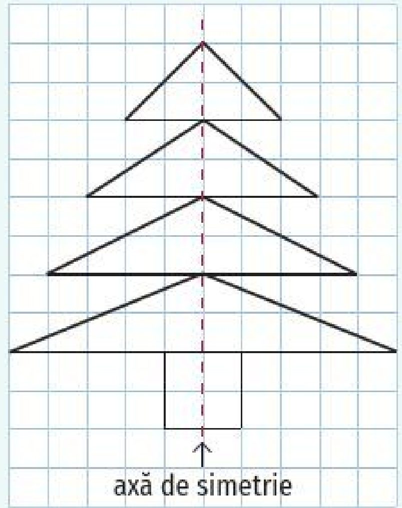
La fabrica de încălțăminte, branțurile se decupează după șablon pentru fiecare pereche de pantofi.

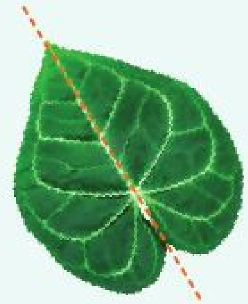
Dreapta care împarte figura în două părți ce coincid prin suprapunere dacă se îndoaie foaia de-a lungul ei se numește **axă de simetrie**.

foaia de-a lungul ei se numește **axa de simetrie.**

EXEMPLE:







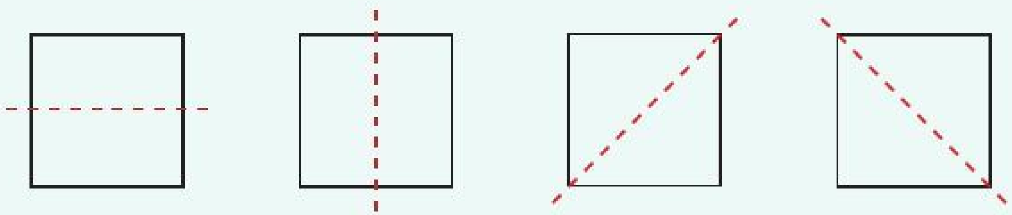
UNITATEA 3 Elemente de geometrie

Unele figuri geometrice au mai multe axe de simetrie, dar există și figuri geometrice care nu au deloc.

EXEMPLE:

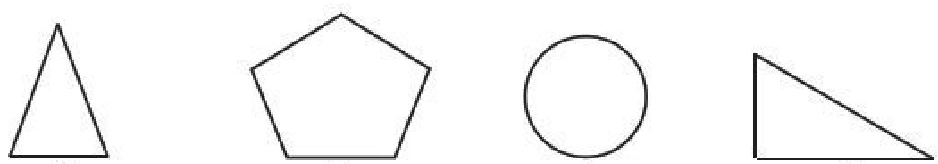
1) Dreptunghiul are două axe de simetrie.

2) Pătratul are 4 axe de simetrie.

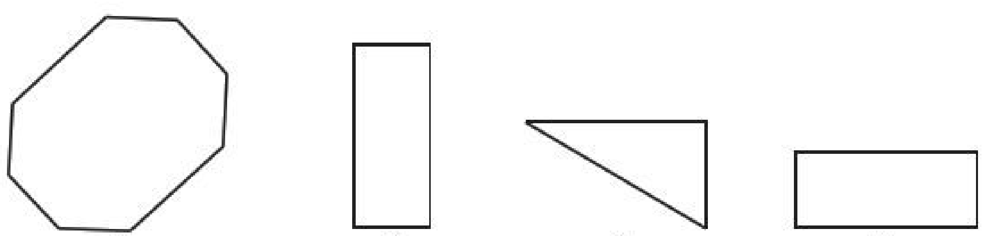


Aplic

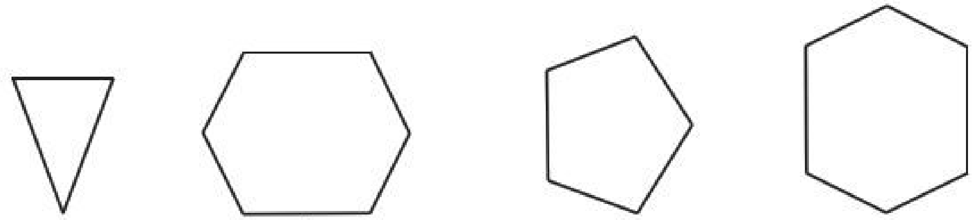
1. A. Găsește perechi de figuri congruente printre figurile geometrice de mai jos.



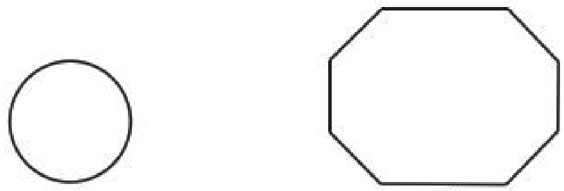
a) b) c) d)



e) f) g) h)



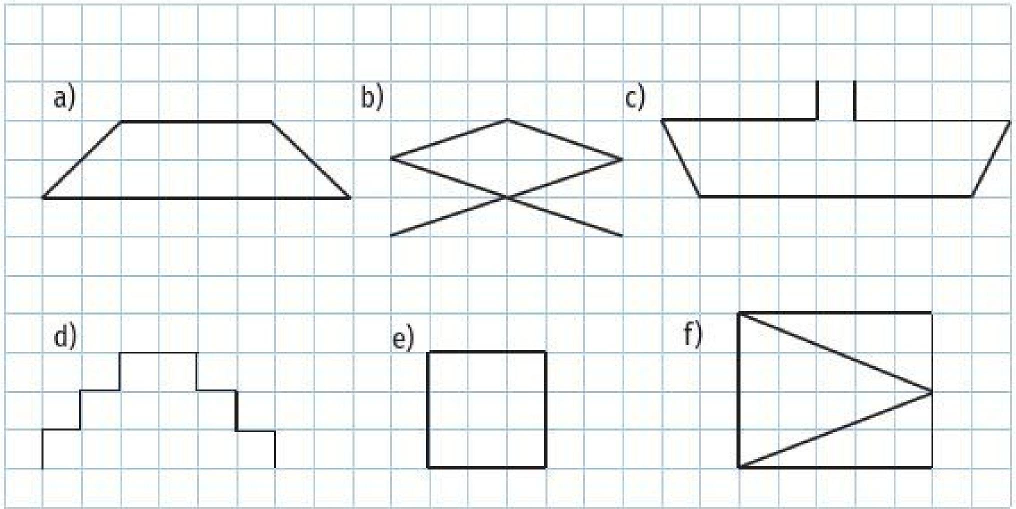
i) j) k) l)



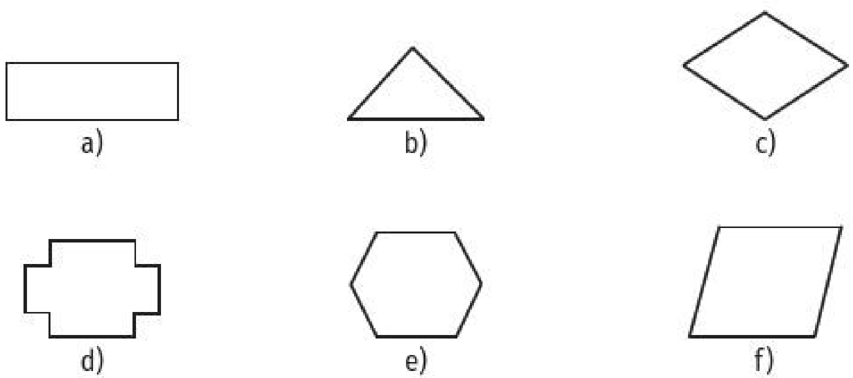
m) n)

B. Trasează axele de simetrie ale figurilor geometrice de la a), b), f), l) și n) și identifică apoi segmentele și unghiurile congruente din fiecare dintre configurațiile geometrice obținute.

2. Copiază pe caiet desenele de mai jos și trasează axa/ axele de simetrie în fiecare caz.



3. Desenează pe caiet figuri congruente cu:



4. Precizează care dintre literele de mai jos au axă de simetrie. Desenează axele de simetrie ale fiecărei litere.

A B C D E F

INDICAȚIE

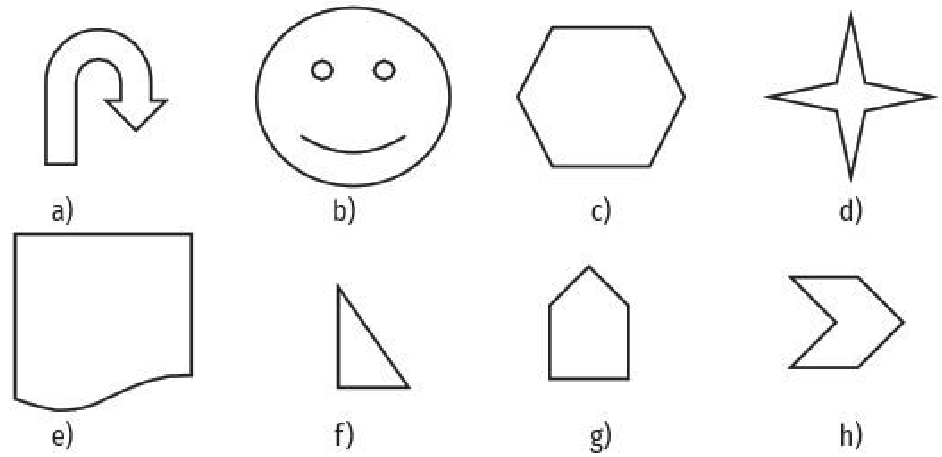
Măsoară atât segmentele, cât și unghiurile.

G	H	I	J	K	L
M	N	O	P	Q	R
S	T	U	V	W	X
Y	Z				

UNITATEA 3 Elemente de geometrie

5. Câte cifre din sistemul zecimal au axe de simetrie?

6. Stabilește dacă următoarele figuri au axe de simetrie și, în caz afirmativ, desenează aceste axe.



7. Desenează pe caiet steagul României. Câte axe de simetrie are?

Portofoliu

OPRIREA INTERZISĂ

PRESEMNALIZARE TRECERE DE PIETONI

CIRCULAȚIA INTERZISĂ ÎN AMBELE SENSURI

ACCESUL INTERZIS

LOC DE JOACĂ PENTRU COPII

a) Precizează figurile geometrice identificate în indicatoarele rutiere de mai sus.

b) Dintre indicatoarele rutiere de mai sus, precizează-le pe cele care au: 1) două axe de simetrie; 2) trei axe de simetrie; 3) patru axe de simetrie; 4) o infinitate de axe de simetrie.

c) Desenează un indicator rutier dintre cele de mai sus care are două axe de simetrie și construiește axele de simetrie ale acestuia.

d) Realizează un indicator rutier folosind figurile geometrice învățate. Scrie ce semnificație ar putea avea acesta.

Exerciții recapitulative

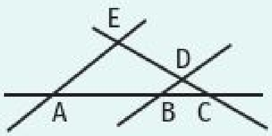


Figura 1

1. a) Copiază pe caiet figura 1 și colorează cu roșu segmentul BC, cu galben semidreapta DB și cu albastru dreapta DE.

b) Scrie două semidrepte opuse.

c) Scrie trei segmente diferite aflate pe dreapta DC.

d) Scrie laturile unghiului EAC.

e) Enumeră unghiurile ascuțite din figură.

f) Scrie un unghi nul și un unghi alungit din figură.

2. Fie o dreaptă *d* și patru puncte, A, B, C și D, astfel încât punctele A și B să fie situate pe dreapta *d* și AB = 4 cm, iar punctele C și D să fie situate în semiplane distincte, delimitate de dreapta *d*. Realizează un desen care să ilustreze datele problemei.

3. a) Construiește punctele coliniare A, B, C, astfel încât AB = 3 cm și BC = 4,5 cm. Analizează toate cazurile posibile.

b) Construiește punctele necoliniare A, B, C, astfel încât AB = 2,5 cm și BC = 2,5 cm.

c) Construiește punctele A, B, C, astfel încât AB = 2 cm, AC = 4 cm și BC = 6 cm.

4. a) Construiește o dreaptă *d* și un punct A care nu se află pe dreapta *d*.

b) Construiește paralela prin punctul A la dreapta *d* și notează-o cu *g*.

c) Construiește o dreaptă *h*, astfel încât dreptele *d* și *h* să fie concurente și punctul A să fie situat pe dreapta *h*.

Figura 2

5. Pe segmentul AB din figura 2 se consideră punctul C, astfel încât BC = 4AC și punctul M, mijlocul segmentului BC. Determină lungimea segmentului AM, știind că AB = 19 cm.

6. Arată că punctele A, B și C sunt coliniare, știind că AB = 4 cm, BC = 11 cm și AC = 15 cm.

7. Fie A, B, C trei puncte coliniare în această ordine. Se notează cu D și E simetricele punctului B față de punctul A și, respectiv, față de punctul C. Determină lungimea segmentului DE, știind că AC = 8 cm.

8. În figura 3 sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D cu AC = BD = 15 cm și BC = 6 cm.

a) Determină lungimea segmentului AD.

a) Determină lungimea segmentului AD.

b) Arată că segmentele AD și BC au același mijloc.

Figura 3

9. În figura 4 sunt reprezentate punctele coliniare A, B și C. Punctul M este mijlocul segmentului AB, iar punctul N este mijlocul segmentului BC. Determină lungimea segmentului AC, știind că MN = 8 cm.

Figura 4

10. Pe dreapta *d* se iau punctele A_1, A_2, A_3, ..., A_{10}, în această ordine, astfel încât A_1A_2 = 1 cm, A_2A_3 = 2 cm, A_3A_4 = 3 cm ș.a.m.d.

a) Determină lungimea segmentului A_1A_{10}.

b) Fie M mijlocul segmentului A_1A_{10}. Determină lungimea segmentului A_1M și demonstrează că punctul M aparține segmentului A_7A_8.

11. Calculează:

a) $75°14' + 103°52'$;

b) $135°2' - 83°24'$;

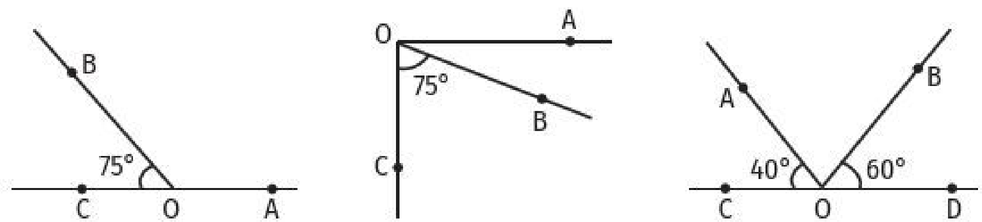
c) $26°45' \cdot 4$;

d) $134°15' : 5$.

12. Desenează un unghi cu măsura de:

a) 90°; b) 70°; c) 150°; d) 20°.

13. Determină măsura unghiului AOB pentru fiecare dintre figurile geometrice de mai jos.



a) b) c)

14. Construiește două semidrepte opuse, notate OM și ON, și precizează măsurile unghiurilor MON și OMN.

15. Desenează un unghi alungit ABC și semidreapta BD, astfel încât măsura unghiului ABD să fie egală cu 40°. Ce măsură are unghiul DBC?

16. Unghiul ABD din figura 5 are măsura egală cu 112°56′. Determină măsura unghiului DBC, știind că punctele A, B și C sunt coliniare.

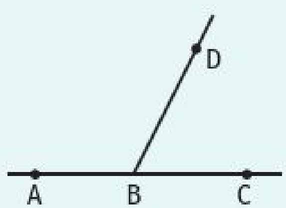


Figura 5

17. a) Construiește o configurație geometrică, care să respecte următoarele cerințe:

– unghiul MNP este unghi alungit;

– $\sphericalangle MNQ = 100°$;

– punctul R se află în interiorul unghiului QNP, astfel încât $\sphericalangle PNR = 60°$.

b) Determină măsura unghiului QNR din configurația geometrică realizată la punctul a).

18. În figura 6 este reprezentat unghiul AOB cu măsura egală cu 90°39′. Semidreptele OC și OD împart unghiul AOB în trei unghiuri congruente. Determină măsura unghiului AOD.

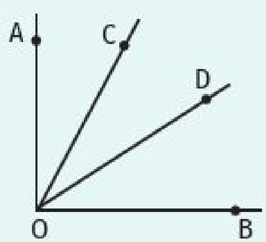


Figura 6

19. a) Desenează unghiul MNP cu măsura egală cu 110° și unghiul MNO cu măsura de două ori mai mică. Analizează toate cazurile posibile.

b) Determină măsura unghiului PNO.

20. În figura 7 sunt reprezentate punctele coliniare A, O și C. Unghiurile AOB și COD sunt

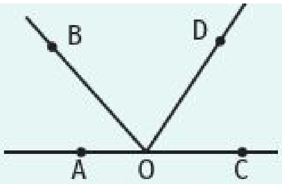


Figura 7

congruente, iar măsura unghiului BOD este de două ori mai mare decât măsura unghiului COD.

a) Arată că unghiurile AOD și COB sunt congruente.

b) Determină măsurile unghiurilor AOB și AOD.

21. Se consideră un unghi AOB cu măsura egală cu 50°, un punct M în interiorul unghiului și un punct N în exteriorul acestuia, astfel încât măsura unghiului AOM să fie egală cu 40°, măsura unghiului AON să fie egală cu 140°, iar punctele M și N să fie situate în semiplane diferite delimitate de dreapta AO.

a) Realizează un desen care să respecte datele problemei.

b) Determină măsura unghiului BOM.

c) Arată că punctele M, O și N sunt coliniare.

Evaluare

Timp de lucru: 50 de minute

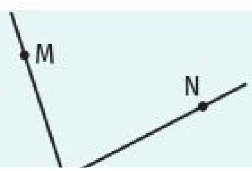
Subiectul I **50 puncte**

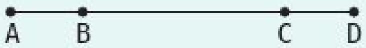
20 puncte	**1.** *Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos. Este corectă o singură variantă de răspuns.*
(10 p.)	**A.** Fie C mijlocul segmentului AB. Dacă AB = 20 cm, atunci lungimea segmentului AC este egală cu: a) 40 cm; b) 20 cm; c) 10 cm; d) 30 cm.
(10 p.)	**B.** Dacă punctele A, B și C sunt coliniare în această ordine, atunci măsura unghiului ABC este egală cu: a) 90°; b) 180°; c) 0°; d) 45°.
20 puncte	**2.** *Scrie pe foaie numai rezultatele.*
(10 p.)	**A.** Dacă $\measuredangle AOB = 48°15'$ și $\measuredangle BOC = 90°13'$, atunci suma măsurilor unghiurilor AOB și BOC este egală cu ... °.
(10 p.)	**B.** Dacă punctul P este simetricul punctului M față de punctul N și MN = 3 cm, atunci lungimea segmentului MP este egală cu ... cm.
10 puncte	**3.** *Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect.* Afirmația „Prin două puncte distincte trec o infinitate de drepte." este: a) adevărată; b) falsă.

Subiectul al II-lea **40 puncte**

Scrie rezolvările complete.

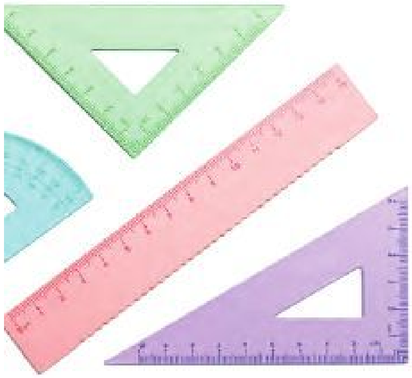
10 puncte	**1.** În figura alăturată, punctele A, O și B sunt coliniare, $\measuredangle BON = 23°21'$ și măsura unghiului MON este de trei ori mai mare decât măsura unghiului BON. Determină măsura unghiului AOM.



	
15 puncte	**2.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C și D, astfel încât AC = BD = 7 cm și AB = 2 cm. 
(5 p.)	**A.** Arată că AB ≡ CD.
(10 p.)	**B.** Determină lungimea segmentului AM, știind că punctul M este mijlocul segmentului BC.
15 puncte	**3.** Se consideră punctele A, B, C și D, astfel încât punctul C este simetricul punctului A față de punctul B, iar punctul D este simetricul punctului A față de punctul C. Determină lungimea segmentului AB, știind că BD = 9 cm.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

UNITATEA 3 Unități de măsură



1. Unități de măsură pentru lungime. Perimetre. Transformări ale unităților de măsură

Îmi amintesc

Veți lucra în grupe de câte patru. Fiecare membru din grupă va măsura lungimea și lățimea unei bănci astfel: trei dintre cei patru elevi vor măsura cu palma, iar cel de-al treilea va folosi rigla. Dimensiunile obținute se vor nota într-un tabel și se vor compara. Ce observați?

Învăț

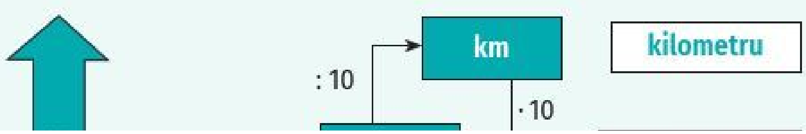
Pentru a măsura o lungime trebuie să alegem întâi o unitate de măsură pentru lungime și apoi un instrument de măsurat.

Prin convenție internațională, principala unitate de măsură pentru lungime este **metrul** (m).

Multiplii și submultiplii metrului

Cuvintele ce desemnează *multiplii și submultiplii metrului* se formează adăugând un prefix, ce indică de câte ori este multiplul mai mare sau submultiplul mai mic, la cuvântul *metru*. Astfel:

- ***kilo-*** de 1 000 de ori mai mare,
- ***hecto-*** de 100 de ori mai mare,
- ***deca-*** de 10 ori mai mare,
- ***deci-*** de 10 ori mai mic,
- ***centi-*** de 100 de ori mai mic,
- ***mili-*** de 1 000 de ori mai mic.



ATENȚIE!

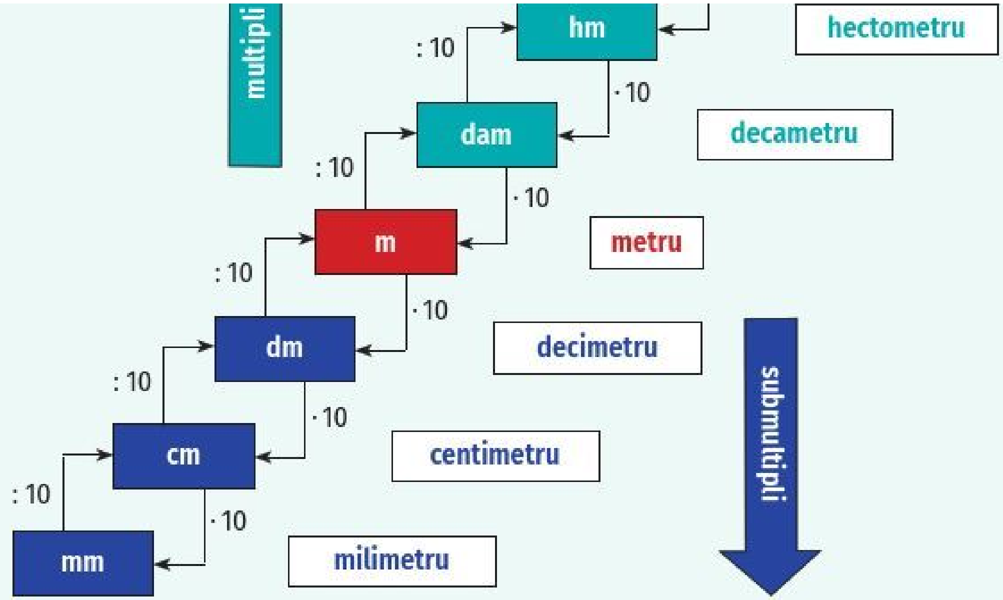


Figura 1

1 km = 1 000 m

1 hm = 100 m

1 dam = 10 m

1 dm = 0,1 m

1 cm = 0,01 m

1 mm = 0,001 m

1 m = 0,001 km

1 m = 0,01 hm

1 m = 0,1 dam

1 m = 10 dm

1 m = 100 cm

1 m = 1 000 mm

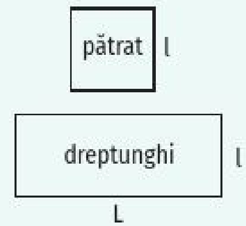
Suma lungimilor laturilor unei figuri geometrice se numește **perimetrul figurii geometrice**.

- Perimetrul pătratului de latură l se calculează astfel:

$$P_{pătrat} = 4 \cdot l.$$

- Perimetrul dreptunghiului cu lungimea L și lățimea l se calculează astfel:

$$P_{dreptunghi} = 2 \cdot (L + l)$$



Exerciții rezolvate

1. Completează spațiile libere pentru a obține enunțuri adevărate:

a) 12,5 dam = _____ m; c) 450 cm = _____ m;

b) 1,23 km = _____ m; d) 1 020 mm = _____ m.

Rezolvare:

Vom rezolva exercițiul cu ajutorul diagramei cu multiplii și submultiplii metrului (figura 1).

a) $12{,}5 \text{ dam} = 12{,}5 \cdot 10 \text{ m} = 125 \text{ m}$;

b) $1{,}23 \text{ km} = 1{,}23 \cdot 10 \text{ hm} = 12{,}3 \cdot 10 \text{ dam} = 123 \cdot 10 \text{ m} = 1\,230 \text{ m}$ sau

$1{,}23 \text{ km} = 1{,}23 \cdot 10^3 \text{ m} = 1\,230 \text{ m}$;

c) $450 \text{ cm} = 450 : 10 \text{ dm} = 45 : 10 \text{ m} = 4{,}5 \text{ m}$;

sau

$450 \text{ cm} = 450 : 10^2 \text{ m} = 4{,}5 \text{ m}$;

d) $1\,020 \text{ mm} = 1\,020 : 10^3 \text{ m} = 1{,}02 \text{ m}$.

2. Un dreptunghi are lungimea egală cu 12 cm și lățimea cu 3 cm mai mică. Calculează perimetrul dreptunghiului.

Rezolvare:

$L = 12$ cm și $l = 12 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 9$ cm

Perimetrul dreptunghiului este $P = 2 \cdot (L + l)$, $P = 2 \cdot (12 \text{ cm} + 9 \text{ cm}) = 42$ cm.

ȘTIAȚI CĂ...?

În 1875 s-a semnat la Paris un tratat diplomatic internațional numit „Convenția metrului". Acesta urmărea menținerea uniformității unităților de măsură și a măsurătorilor la nivel mondial.

Aplic

1. Care este cea mai potrivită unitate de măsură pentru a determina:

a) lungimea unui creion;

b) distanța de la București până la Iași;

c) lungimea terenului de sport;

d) înălțimea unui munte;

e) dimensiunile unei cărți?

2. Completează spațiile libere pentru a obține enunțuri adevărate:

a) 1 m = ____ cm;
1 dam = ____ m;
1 hm = ____ m;
1 m = ____ dm;
1 km = ____ dm;
1 hm = ____ dam;

b) 1 km = ____ m;
1 m = ____ mm;
1 dm = ____ mm;
1 dam = ____ dm;
1 hm = ____ cm;
1 km = ____ mm.

ȘTIAȚI CĂ...?

La început, metrul a fost definit ca a zecea milioană parte din lungimea meridianului terestru între Pol și Ecuator. Din 1983, metrul a fost definit ca distanța parcursă de lumină în vid în $\frac{1}{299\,792\,458}$ secunde.

3. Transformă în metri:

a) 2,5 dam; c) 220 dm; e) 1,2 hm; g) 0,21 hm;
b) 1 000 cm; d) 0,74 km; f) 1 200 cm; h) 1,342 dam.

4. Transformă 150 m în:

a) dam; b) cm; c) dm; d) mm.

5. Calculează perimetrul pătratului care are latura egală cu 12 cm.

6. Determină perimetrul dreptunghiului care are lungimea egală cu 12 cm și lățimea egală cu 8 cm.

7. Completează spațiile libere pentru a obține enunțuri adevărate:

a) 11,2 dam = _____ m; d) 1 205 mm = _____ m;
b) 113 cm = _____ m; e) 8,25 hm = _____ m;
c) 25 dm = _____ m; f) 0,23 km = _____ m.

8. Compară:

a) 11,3 dam și 113 m; e) 2,3 cm și 2,4 mm;
b) 123 mm și 12,4 cm; f) 2 dam și 200 cm;
c) 1,02 km și 102 m; g) 4,3 km și 3 900 dam;
d) 56,3 dm și 3 m; h) 83 mm și 8 dm.

9. Stabilește dacă următoarele afirmații sunt adevărate sau false:

a) 45,2 dam = 459 m; e) 4,9 cm = 49 mm;
b) 123 mm = 1,23 cm; f) 3 dam = 300 cm;
c) 2,04 km = 204 m; g) 3,7 km = 3 700 dam;
d) 27,5 dm = 275 m; h) 72 mm = 0,72 dm.

10. Determină perimetrele poligoanelor de mai jos. Exprimă rezultatele în centimetri.

24,5 cm 0,9 dm

11. Completează spațiile libere pentru a obține enunțuri adevărate:

a) $\frac{1}{20}$ hm = ____ m;

b) $\frac{7}{250}$ km = ____ m;

c) $\frac{42}{125}$ dam = ____ m;

d) $\frac{2\,570}{5}$ mm = ____ m;

e) $\frac{405}{9}$ dam = ____ m;

f) $\frac{289}{500}$ hm = ____ m.

12. Calculează și exprimă rezultatul în metri:

a) 56,3 dam + 203 m + 1,05 hm – 0,2 km;

b) 2,01 m + 303 cm + 0,5 dam – 0,001 km;

c) 8 000 mm – 700 cm + 1,2 dam + 10 dm;

d) 500 dam + 2 000 m + 11,45 hm – 2,5 km;

e) 0,23 km + 2 000 dm + 705 dam – 100 m;

f) 5 000 cm + 20 m + 1,5 hm + 0,002 km.

13. Transcrie pe caiet și completează tabelul de mai jos.

Perimetrul dreptunghiului	____ hm	24 m	____ dam	1 hm	2 m
Lungimea	2,5 km	96 dm	3,2 m	____ dam	690 mm
Lățimea	18,5 hm	____ cm	28 dm	18 m	____ cm

14. Determină lungimea laturii unui pătrat al cărui perimetru este egal cu perimetrul unui dreptunghi cu dimensiunile de 8 cm și, respectiv, 10 cm.

Mate practică

1. Pentru a-l primi pe Moș Crăciun, elevii din clasa a V-a vor să cumpere o beteală pe care să o pună de jur împrejurul tablei.

a) Cum pot afla copiii câtă beteală trebuie să cumpere? Explică.

b) Dimensiunile tablei sunt 1,20 m și, respectiv, 2 m.

i) Câți metri de beteală trebuie să cumpere copiii?

ii) Câte bucăți de beteală trebuie să cumpere, dacă o bucată de beteală are 15 dm?

iii) Cât costă bucățile de beteală cumpărate, dacă o bucată costă 5,2 lei?

2. Curtea unei școli, având formă de dreptunghi cu lungimea de 36 dam și lățimea egală cu trei pătrimi din lungime, este împrejmuită cu gard. Ce lungime are gardul?

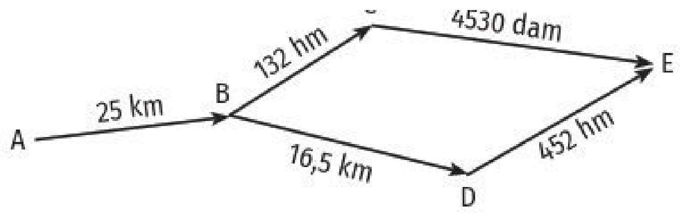
3. Un spațiu amenajat cu flori are forma unui triunghi. Pentru îngrădirea acestuia s-au folosit 0,18 hm de gard. Determină lungimile laturilor triunghiului, știind că, exprimate în metri, sunt numere naturale consecutive.

4. O grădină în formă de dreptunghi, cu lungimea de 22,5 m și lățimea de 18,5 m, va fi îngrădită cu 2 rânduri de sârmă. Determină cât costă sârma necesară, știind că 1 m de sârmă costă 12,50 lei și se lasă 3 m pentru poartă.

5. O mașină pleacă din orașul A spre orașul E. Distanțele dintre localități sunt indicate în figura de mai jos:

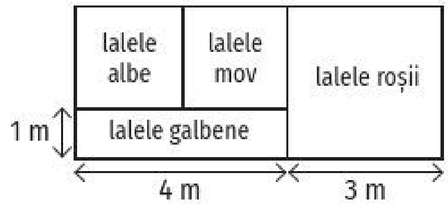
ȘTIAȚI CĂ...?

Pe teritoriul țării noastre s-a introdus un sistem metric, ca unic sistem de măsură, în anul 1864.



Determină cel mai scurt traseu și lungimea lui în kilometri.

6. În cadrul unei expoziții s-au amenajat 4 spații cu lalele (3 pătrate și un dreptunghi), ca în figura de mai jos. Pe toate laturile figurilor geometrice din schiță se montează garduri. Care e lungimea gardului folosit?



ȘTIAȚI CĂ...?

Pentru măsurarea distanțelor, în astronomie se folosesc:

- anul lumină = $9{,}5 \cdot 10^{12}$ km, echivalent cu distanța străbătută de lumină într-un an;
- unitatea astronomică = $1{,}496 \cdot 10^{8}$ km, echivalentă cu distanța medie Pământ – Soare.

7. Alina dorește să cumpere o față de masă pentru o masă în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 1 m și, respectiv, 0,8 m. Ce dimensiuni trebuie să aibă fața de masă astfel încât pe fiecare parte a mesei să rămână 25 cm de material?

8. Un floricultor mărește lungimea unui răzor dreptunghiular cu 3 m și lățimea cu 4 m, obținând un răzor în formă de pătrat cu perimetrul egal cu 64 m.

a) Determină perimetrul inițial al răzorului.

b) Determină dimensiunile inițiale ale răzorului.

9. Un lot agricol are forma unui dreptunghi cu perimetrul de 1,23 hm și lungimea mai mare decât lățimea cu 16,5 m.

a) Determină lungimile laturilor lotului.

b) Pe una dintre laturile dreptunghiului care reprezintă lungimea, la distanțe egale de capete, se fixează o poartă cu lungimea de 3 m. Câte scânduri cu lățimea egală cu 1,5 dm sunt necesare pentru a îngrădi terenul?

10. Pe un teren în formă de dreptunghi, cu lungimea egală cu 700 m și lățimea egală cu trei cincimi din lungime, se cultivă roșii. Pe un alt teren, în formă de pătrat, al cărui perimetru este egal cu jumătate din perimetrul terenului cultivat cu roșii, se cultivă cartofi. Determină lungimea laturii terenului pe care se cultivă cartofi.

11. a) Estimează dimensiunile tablei și ale ușii sălii de clasă.

b) Măsoară dimensiunile tablei și ale sălii de clasă și compară-le cu estimările făcute.

Portofoliu

Pentru a face măsurători avem nevoie de diverse instrumente de măsură.

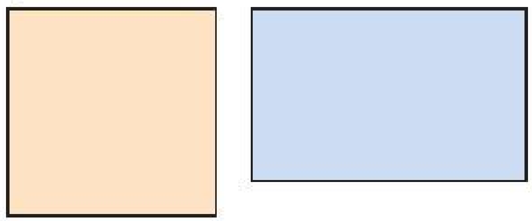
Realizează o fișă cu instrumente de măsură pentru lungime și notează câte două

întrebuințări pentru fiecare. Poți include și imagini. Adaug-o la portofoliu!

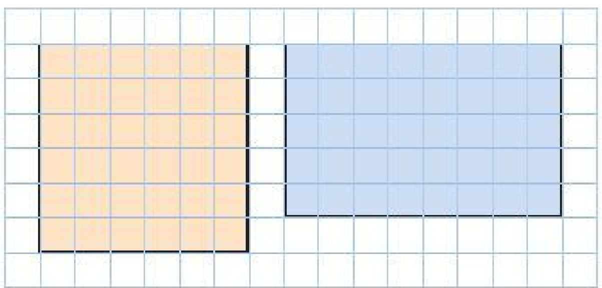
2. Unități de măsură pentru arie. Aria pătratului și aria dreptunghiului. Transformări ale unităților de măsură

Îmi amintesc

1. Care dintre suprafețele delimitate de poligoanele de mai jos este mai mare?



2. În desenul de mai jos am suprapus cele două figuri geometrice pe un caroiaj.



a) Răspunde la întrebarea de la exercițiul 1 folosind noul desen. Compară cele două răspunsuri.

b) Dacă fiecare pătrățel din caroiaj reprezintă o unitate de arie, precizează câte unități de arie are fiecare suprafață.

ȘTIAȚI CĂ...?

Pentru măsurarea suprafeței unui teren agricol se folosesc ca unități de măsură arul (ar) și hectarul (ha):

1 ar = 1 dam^2

1 ha = 1 hm^2 = 10 000 m^2

Învăț

Pentru măsurarea suprafeței delimitate de o figură geometrică, de regulă, se divizează aceasta în pătrate cu latura egală cu o unitate de măsură pentru lungime. Suprafața unui astfel de pătrat reprezintă o unitate de arie. Numărul care arată de câte ori este cuprinsă o unitate de arie în suprafața măsurată reprezintă aria acestei suprafețe.

În Sistemul Internațional de unități de măsură, unitatea principală de măsură pentru arie este **metrul pătrat (m^2)**, care reprezintă suprafața pe care o ocupă un pătrat cu latura de un metru.

Metrul pătrat are multipli și submultipli, care cresc și descresc conform diagramei alăturate.

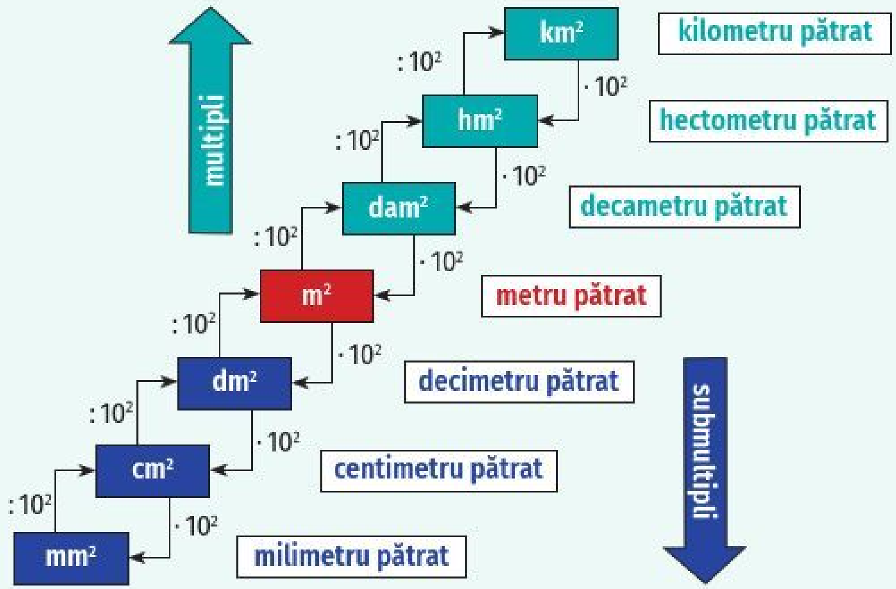


Figura 1

UNITATEA 3 Unități de măsură

ATENȚIE!

$1\ km^2 = 1\ 000\ 000\ m^2$

$1\ hm^2 = 10\ 000\ m^2$

$1\ dam^2 = 100\ m^2$

$1\ dm^2 = 0{,}01\ m^2$

$1\ cm^2 = 0{,}0001\ m^2$

$1\ mm^2 = 0{,}000001\ m^2$

$1\ m^2 = 0{,}000001\ km^2$

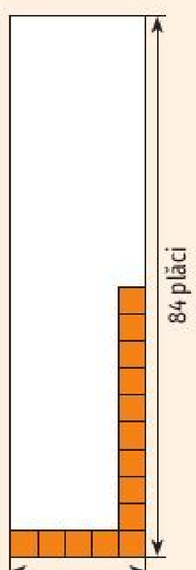
$1\ m^2 = 0{,}0001\ hm^2$

$1\ m^2 = 0{,}01\ dam^2$

$1\ m^2 = 100\ dm^2$

$1\ m^2 = 10\ 000\ cm^2$

$1\ m^2 = 1\ 000\ 000\ mm^2$



Aria pătratului cu latura l este:

$$A_{pătrat} = l^2.$$

Aria dreptunghiului cu laturile L și, respectiv, l este:

$$A_{dreptunghi} = L \cdot l$$

Exerciții rezolvate

1. Completează spațiile libere pentru a obține enunțuri adevărate.

a) $1\ 250\ dm^2 =$ _____ m^2;   c) $250\ 000\ m^2 =$ _____ hm^2;

b) $0{,}023\ m^2 =$ _____ cm^2;   d) $2\ km^2 =$ _____ m^2.

Rezolvare:

Vom rezolva exercițiul cu ajutorul diagramei de la pagina 167 (figura 1).

a) $1\ 250\ dm^2 = 1\ 250 : 100\ m^2 = 12{,}5\ m^2$;

b) $0{,}023\ m^2 = 0{,}023 \cdot 10^4\ cm^2 = 230\ cm^2$;

c) $250\ 000\ m^2 = 250\ 000 : 10^4\ hm^2 = 25\ hm^2$;

d) $2\ km^2 = 2 \cdot 10^6\ m^2 = 2\ 000\ 000\ m^2$.

2. Calculează aria unui dreptunghi cu lungimea egală cu 1,2 dam și lățimea egală cu 80 dm. Exprimă aria în m^2.

Rezolvare:

$L = 1{,}2\ dam = 1{,}2 \cdot 10\ m = 12\ m$.

$l = 80\ dm = 80 : 10\ m = 8\ m$.

Aria dreptunghiului este $A = L \cdot l = 12\ m \cdot 8\ m = 96\ m^2$.

3. Pentru a pava o alee se folosesc plăci pătratice de granit cu suprafața de $2\ 500\ cm^2$, așezate în 5 de rânduri a câte 84 de plăci fiecare. Determină aria suprafeței pavate (în m^2).

Rezolvare:

Deoarece sunt 5 rânduri a câte 84 de plăci fiecare, numărul total de plăci folosite este $84 \cdot 5 = 420$ (figura 2).

Figura 2

Suprafața aleii este S = 420 · 2 500 cm^2 = 1 050 000 cm^2 = 105 m^2.

Aplic

1. Care este cea mai potrivită unitate de măsură pentru a determina:
a) aria suprafeței unei coli de hârtie;
b) suprafața continentului Europa;
c) aria suprafeței terenului de sport;
d) suprafața țării noastre;
e) aria suprafeței sălii de clasă?

2. Completează spațiile libere pentru a obține enunțuri adevărate:

a)
1 m^2 = _____ cm^2;
1 dam^2 = _____ m^2;
1 hm^2 = _____ m^2;
1 m^2 = _____ dm^2;
1 km^2 = _____ dm^2;
1 hm^2 = _____ dam^2;

b)
1 km^2 = _____ m^2;
1 m^2 = _____ mm^2;
1 dm^2 = _____ mm^2;
1 dam^2 = _____ dm^2;
1 hm^2 = _____ cm^2;
1 km^2 = _____ dam^2.

3. Transformă în metri pătrați:

a) 2 500 dm²; d) 0,000004 km²

b) 100 000 cm²; e) 0,02 hm²;

c) 0,003 hm²; f) 52 000 cm².

4. Transformă 320 000 m² în:

a) dam²; b) km²; c) dm².

5. Completează spațiile libere pentru a obține enunțuri adevărate:

a) 1,2 hm² = _____ m²; d) 10 200 mm² = _____ m²;

b) 2 300 cm² = _____ m²; e) 0,025 hm² = _____ m²;

c) 2,5 dm² = _____ m²; f) 0,000023 km² = _____ m².

6. Calculează aria pătratului cu latura egală cu 18 m.

7. Calculează aria pătratului care are perimetrul egal cu 24 m.

8. Calculează perimetrul pătratului care are aria egală cu 64 m².

9. Terenul de sport al unei școli are lungimea egală cu 12 dam și lățimea egală cu 62 m. Calculează suprafața terenului de sport.

10. Compară:

a) 11,3 dm² cu 0,113 m²; d) 32 cm² cu 2 400 mm²;

b) 2 300 mm² cu 230 cm²; e) 2 dam² cu 2 000 dm²;

c) 4,3 km² cu 3 900 hm²; f) 6,3 m² cu 0,063 dam².

11. Stabilește dacă următoarele afirmații sunt adevărate sau false:

a) 2,3 cm² = 23 mm²; d) 83 mm² = 0,83 dm²;

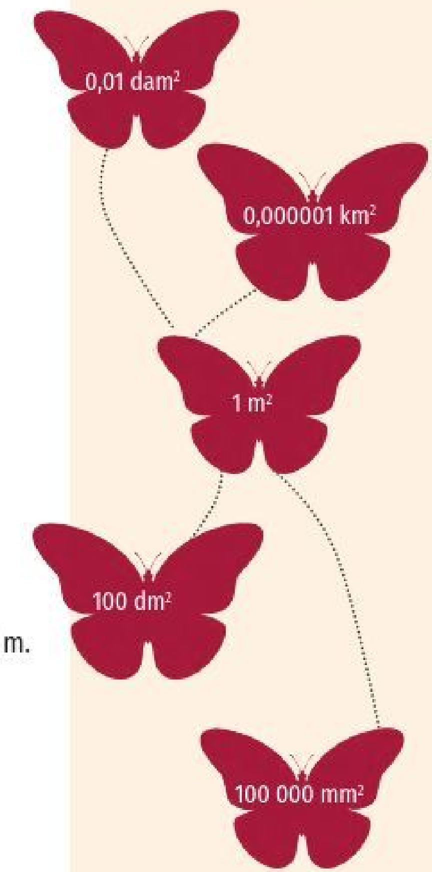
b) 123 mm² = 1,23 cm²; e) 2 dam² = 2 000 dm²;

c) 1,02 km² = 102 hm²; f) 56,3 dm² = 563 m².

12. Completează spațiile libere pentru a obține enunțuri adevărate:

a) $\frac{1}{2\,000}$ hm² = _____ m²; d) $\frac{25\,700}{5}$ mm² = _____ m²;

GĂSEȘTE INTRUSUL!



b) $\frac{7}{100\,000}$ km² = _____ m²;

c) $\frac{2}{125}$ dam² = _____ m²;

e) $\frac{2\,025}{9}$ m² = _____ dam²;

f) $\frac{289}{50\,000}$ hm² = _____ dm².

13. Calculează și exprimă rezultatul în metri pătrați:

a) $56{,}3\ \text{dam}^2 + 2\,030\ \text{m}^2 + 0{,}5\ \text{hm}^2 - 0{,}002\ \text{km}^2$;

b) $20{,}1\ \text{m}^2 + 33\,000\ \text{cm}^2 + 0{,}05\ \text{dam}^2 - 0{,}00001\ \text{km}^2$;

c) $820\,000\ \text{mm}^2 - 4\,000\ \text{cm}^2 + 0{,}27\ \text{dam}^2 + 1\,000\ \text{dm}^2$;

d) $0{,}02\ \text{dam}^2 + 200\ \text{m}^2 + 0{,}0045\ \text{hm}^2 - 10\,000\ \text{cm}^2$;

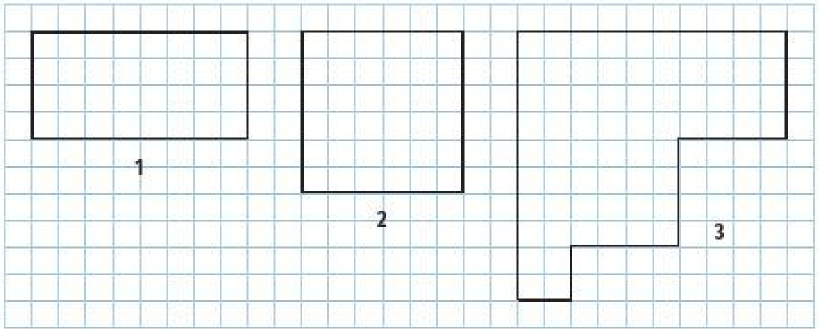
e) $0{,}00033\ \text{km}^2 + 20\,000\ \text{dm}^2 + 1\ \text{hm}^2 - 10\,000\ \text{m}^2$;

f) $50\,000\ \text{cm}^2 + 20\ \text{dm}^2 - 0{,}00005\ \text{hm}^2 + 0{,}8\ \text{m}^2$.

14. Desenează pe caiet poligoanele de mai jos. Măsoară cu rigla dimensiunea unui pătrățel din caroiajul de pe caiet, apoi determină:

a) perimetrul fiecărui poligon desenat;

b) ariile suprafețelor delimitate de fiecare poligon.



15. Cum se modifică aria unui pătrat dacă latura acestuia:

a) se dublează; b) se înjumătățește; c) se triplează?

16. Calculează aria unui pătrat care are semiperimetrul egal cu 50 cm.

17. Calculează aria unui dreptunghi dacă:

a) perimetrul dreptunghiului este egal cu 210 cm, iar lățimea reprezintă $\frac{3}{4}$ din lungime.

b) perimetrul dreptunghiului este egal cu 96 cm, iar lungimea este de trei ori mai mare decât lățimea.

INDICAȚIE

Semiperimetrul unui pătrat reprezintă jumătatea perimetrului acestuia.

18. Un dreptunghi are dimensiunile de 16 cm și, respectiv, 10 cm. Cum se modifică aria dreptunghiului dacă:

a) lungimea se micșorează cu 3 cm și lățimea se mărește cu 3 cm?

b) lățimea se micșorează cu 3 cm și lungimea se mărește cu 3 cm?

19. Un dreptunghi cu lungimea de 18 cm și lățimea de 12 cm are același perimetru cu un pătrat. Care dintre cele două poligoane are aria mai mare?

Mate practică

INDICAȚIE

1 hectar = 10 000 m^2

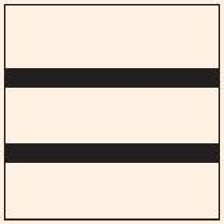


Figura 3

1. Pe un teren în formă de dreptunghi cu lungimea de 50 m și lățimea de 40 m se construiește o cabană în formă de pătrat cu latura de 25 m. Pe suprafața rămasă se amenajează spațiu verde. Care este suprafața spațiului verde?

2. Măsurând terenul de sport, care are forma unui dreptunghi, Radu găsește 108 pași pe lungime și 72 de pași pe lățime. Care este aria terenului de sport, dacă 9 pași măsoară 7 m?

3. Pentru a pava o alee se folosesc plăci de mozaic cu suprafața de 225 cm^2, așezate în 100 de rânduri a câte 8 plăci fiecare. Exprimă aria suprafeței pavate în m^2.

4. Pe un teren agricol în formă de dreptunghi se cultivă cartofi. Perimetrul terenului este egal cu 140 m, iar lățimea este trei pătrimi din lungime. Câți lei a obținut proprietarul terenului prin vânzarea cartofilor recoltați, dacă producția de cartofi a fost de 25 tone la hectar și prețul unui kilogram de cartofi este de 0,9 lei?

5. Pe un teren în formă de pătrat, un fermier construiește două canale de irigație ca în figura 3. Dacă terenul are latura de 800 m, iar un canal are lățimea egală cu 90 cm, care e suprafața terenului arabil?

6. Prețul de vânzare al apartamentului familiei Popescu, reprezentat în figura 4, este cuprins între 900 și 1 200 de euro pe metrul pătrat.

a) Cât costă apartamentul familiei Popescu dacă este vândut cu valoarea minimă a prețului? Dar dacă este vândut cu valoarea maximă?

b) Știind că familia Popescu a vândut apartamentul cu 96 600 de euro, care a fost prețul pe metru pătrat?

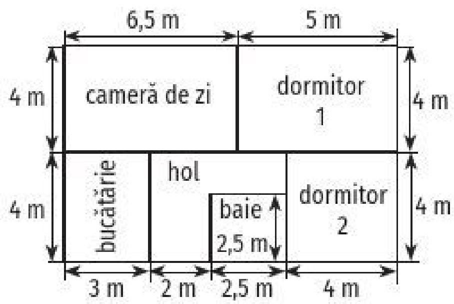


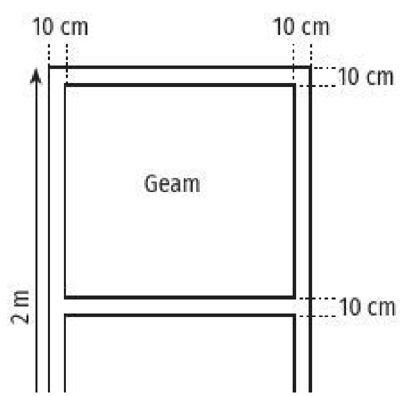
Figura 4

7. Un tractor ară într-o zi 9 hm^2. În câte zile vor ara 11 tractoare un teren în formă de dreptunghi cu lungimea de 420 dam și lățimea de 3,3 km?

8. O combină treieră într-o zi grâul de pe o suprafață de 1,5 hm^2. În câte zile va treiera grâul de pe un teren în formă de pătrat cu latura de 300 m?

9. Ușa unei încăperi este de sticlă, încadrată în contururi metalice, ca în figura 5. Exprimă suprafața geamului și suprafața contururilor metalice în m^2.

10. Tatăl lui Andrei pune faianță pe unul dintre pereții de la bucătărie. Lungimea peretelui este de 3 m, iar placarea cu faianță se face pe toată lungimea acestuia, până la înălțimea de 1,5 m. El a găsit la magazin plăci de faianță în formă de pătrat cu latura de 30 cm, ambalate în pachete de 12 bucăți, la prețul de 65 de lei pachetul.



a) Care este suprafața peretelui ce trebuie

a) Care este suprafața peretelui ce trebuie acoperită cu faianță?
b) De câte plăci de faianță are nevoie pentru a acoperi întreaga suprafață?
c) Cât costă faianța, știind că nu se vând decât pachete întregi? Câte plăci de faianță rămân nefolosite?

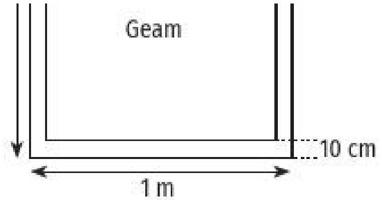


Figura 5

11. Pentru pavarea unei alei dreptunghiulare cu dimensiunile 12 m și, respectiv, 1,8 m se folosesc 720 de plăci de pavaj. Estimează aria unei plăci folosite pentru pavare.

12. a) Estimează aria tablei și a ușii sălii de clasă.

b) Folosind dimensiunile obținute prin măsurare, calculează aria tablei și a ușii și compară-le cu cele estimate.

INVESTIGAȚIE

Caută și notează informații despre unitățile de măsură pentru lungime și suprafețe folosite din cele mai vechi timpuri și până în prezent (atât în țara noastră, cât și în alte țări). Care sunt dezavantajele folosirii acestora? De ce s-a adoptat o unitate de măsură unică?

3. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și volumul paralelipipedului dreptunghic. Transformări ale unităților de măsură

Îmi amintesc

Figura 1

Andra și Matei construiesc corpuri geometrice din cuburi de lemn cu muchia egală cu 1 dm. Andra construiește un cub cu muchia egală cu 4 dm, iar Matei construiește un paralelipiped dreptunghic cu lungimea egală cu 5 dm, lățimea egală cu 3 dm și înălțimea egală cu 4 dm.

a) Câte cuburi folosește fiecare dintre cei doi copii?

b) Care dintre corpurile construite are volumul mai mare?

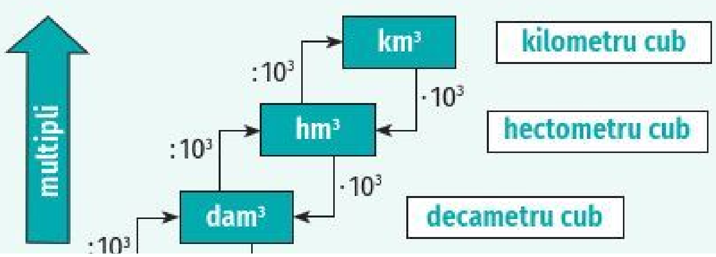
c) Ținând cont de modul în care au așezat cuburile cei doi copii, determină formulele de calcul pentru volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic.

Învăț

A măsura volumul unui corp înseamnă a afla numărul care arată de câte ori este cuprinsă o unitate de măsură pentru volum în corpul respectiv. Acest număr reprezintă volumul corpului în unitatea respectivă.

În Sistemul Internațional de unități de măsură, principala unitate de măsură pentru volum este **metrul cub (m^3)**, care reprezintă volumul pe care îl ocupă un cub cu latura de un metru.

Metrul cub are multipli și submultipli, care cresc și descresc conform diagramei de mai jos (figura 2).



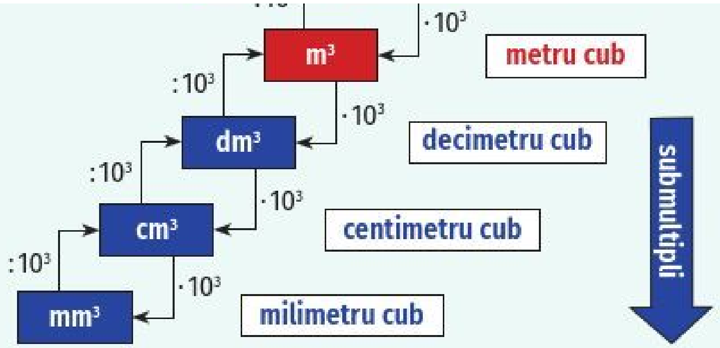


Figura 2

ATENȚIE!

$1\ km^3 = 1\,000\,000\,000\ m^3$

$1\ hm^3 = 1\,000\,000\ m^3$

$1\ dam^3 = 1\,000\ m^3$

$1\ dm^3 = 0{,}001\ m^3$

$1\ cm^3 = 0{,}000001\ m^3$

$1\ mm^3 = 0{,}000000001\ m^3$

Volumul cubului cu muchia l este:

$$V_{cub} = l^3.$$

Volumul paralelipipedului dreptunghic cu lungimea L, lățimea l și înălțimea h este:

$$V_{paralelipiped} = L \cdot l \cdot h.$$

Exerciții rezolvate

1. Completează spațiile libere pentru a obține enunțuri adevărate:

a) $1\,500$ dm^3 = _____ m^3;

b) $0{,}002$ dam^3 = _____ m^3;

c) $0{,}00045$ hm^3 = _____ m^3;

d) $100\,000\,000$ mm^3 = _____ m^3.

Rezolvare:

a) $1\,500\text{ dm}^3 = 1\,500 : 1\,000\text{ m}^3 = 1{,}5\text{ m}^3$;

b) $0{,}002\text{ dam}^3 = 0{,}002 \cdot 1\,000\text{ m}^3 = 2\text{ m}^3$;

c) $0{,}00045\text{ hm}^3 = 0{,}00045 \cdot 1\,000\text{ dam}^3 = 0{,}45\text{ dam}^3 = 0{,}45 \cdot 1\,000\text{ m}^3 = 450\text{ m}^3$;

d) $100\,000\,000\text{ mm}^3 = 100\,000\,000 : 1\,000\text{ cm}^3 = 100\,000\text{ cm}^3 = 100\,000 : 1\,000\text{ dm}^3 =$
$= 100\text{ dm}^3 = 100 : 1\,000\text{ m}^3 = 0{,}1\text{ m}^3$.

2. Suma muchiilor unui cub este egală cu 48 cm. Determină volumul cubului.

Rezolvare:

Un cub (figura 3) are 12 muchii cu aceeași lungime, deci lungimea unei muchii este $48 : 12 = 4$ cm. Volumul cubului este $V = l^3$, deci $V = 4^3\text{ cm}^3 = 64\text{ cm}^3$.

3. Câte cuburi cu muchia de 2 cm încap într-o cutie în formă de paralelipiped dreptunghic cu lungimea egală cu 10 cm, lățimea egală cu 8 cm și înălțimea egală cu 6 cm?

Rezolvare:

Conform desenului alăturat (figura 4), pentru a pune un rând de cuburi pe fundul cutiei avem nevoie de 5 cuburi pe lungime (10 cm : 2 cm = 5 cuburi) și 4 cuburi pe lățime (8 cm : 2 cm = 4 cuburi), deci de $5 \cdot 4 = 20$ cuburi. Pentru a umple cutia trebuie să așezăm cuburile pe 3 rânduri (6 cm : 2 cm = 3 rânduri). În concluzie, în cutie încap $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ cuburi.

4. Șerban are un acvariu în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 50 cm, 40 cm și, respectiv, 30 cm. Pentru a umple acvariul cu apă, el folosește un bidon cu capacitatea de 5 l. Câte bidoane de apă încap în acvariu?

Rezolvare:

OBSERVAȚIE

Un vas care are volumul egal cu 1 dm^3 are capacitatea de 1 litru.

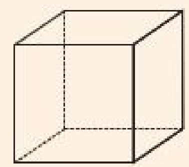


Figura 3

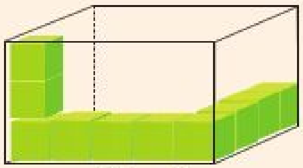


Figura 4

Calculăm volumul acvariului:

$V = 50\ cm \cdot 40\ cm \cdot 30\ cm = 60\ 000\ cm^3 = 60\ dm^3$

Deci capacitatea acvariului este 60 l.

Șerban are nevoie de 60 : 5 = 12 bidoane cu apă pentru a umple acvariul.

Aplic

1. Care este cea mai potrivită unitate de măsură pentru a determina:

a) volumul unei cutii de chibrituri;
b) volumul unei săli de clasă;
c) volumul clădirii școlii;
d) volumul unei cutii de pantofi?

2. Completează spațiile libere pentru a obține enunțuri adevărate:

a) $1\ m^3 = \_\_\_\_\ dm^3$;
$1\ dam^3 = \_\_\_\_\ m^3$;
$1\ hm^3 = \_\_\_\_\ dam^3$;
$1\ hm^3 = \_\_\_\_\ m^3$;

b) $1\ km^3 = \_\_\_\_\ hm^3$;
$1\ m^3 = \_\_\_\_\ cm^3$;
$1\ m^3 = \_\_\_\_\ mm^3$;
$1\ dm^3 = \_\_\_\_\ cm^3$.

GĂSEȘTE INTRUSUL!

3. Transformă în metri cubi:

a) 34 000 dm^3;

b) 10 000 000 cm^3;

c) 0,00007 hm^3;

d) 0,000000008 km^2;

e) 2 dam^3;

f) 62 000 dm^3;

g) 1 000 000 000 mm^3.

4. Transformă 1 000 000 m^3 în:

a) km^3; b) hm^3; c) dam^3.

5. a) Calculează volumul unui cub cu latura de 4 m.

b) Calculează volumul unui cub care are suprafața unei fețe egală cu 25 cm^2.

c) Calculează volumul unui cub care are suma muchiilor egală cu 24 m.

6. Compară:

a) 113 dm^3 cu 0,113 m^3;

b) 23 000 mm^3 cu 230 cm^3;

c) 0,102 km^3 cu 10,2 hm^3;

d) 63 m^3 cu 0,063 dam^3;

e) 25 cm^3 cu 240 000 mm^3;

f) 2 dam^3 cu 2 000 dm^3;

g) 4,3 km^3 cu 39 000 hm^3;

h) 90 200 000 cm^3 cu 10 m^3.

7. Stabilește dacă următoarele afirmații sunt adevărate sau false:

a) 2,3 dam^3 = 2 300 m^3;

b) 123 mm^3 = 1,23 cm^3;

c) 1,02 km^3 = 1 020 hm^3;

d) 563 dm^3 = 5,63 m^3;

e) 2,7 cm^3 = 2 700 mm^3;

f) 2 dam^3 = 2 000 000 dm^3;

g) 3,07 km^3 = 30 700 hm^3;

h) 83 000 mm^3 = 0,83 dm^3.

8. Completează:

a) $\frac{9}{3\,000\,000}$ hm³ = _____ m³;

b) $\frac{7}{10\,000\,000}$ km³ = _____ m³;

c) $\frac{1}{500}$ dam³ = _____ m³;

d) $\frac{257\,000}{5}$ cm³ = _____ m³;

e) $\frac{225\,000}{9}$ m³ = _____ dam³;

f) $\frac{289}{500\,000}$ hm³ = _____ dm³.

9. Calculează volumul unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile:
a) 4 m; 300 cm; 20 dm;
b) 1,5 m; 8 dm; 0,5 m;
c) 10 cm; 0,3 dm; 100 mm.

10. Ce se întâmplă cu volumul unui cub dacă lungimea muchiei acestuia se dublează? Dar dacă se triplează?

11. Calculează volumul unui paralelipiped dreptunghic, știind că lungimea acestuia este egală cu 48 cm, lățimea este $\frac{5}{8}$ din lungime, iar înălțimea este $\frac{1}{3}$ din lățime.

Mate practică

1. Calculează volumul unei săli de clasă, știind că are forma unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 10 m, 6 m și respectiv 2,5 m.

2. O piesă mecanică în formă de paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 0,03 dm, 80 mm, respectiv 0,5 dm. Determină volumul piesei (în cm^3).

3. Un dulap dintr-o sală de clasă are dimensiunile 1,8 m, 12 dm și 50 cm. Calculează volumul dulapului (în m^3).

4. O fabrică de săpun produce zilnic 1 000 de săpunuri. Fiecare săpun este ambalat într-o cutie în formă de cub cu latura de 10 cm. Atunci când distribuie către magazine, fabrica ambalează cutiile cubice cu săpun în cutii paralelipipedice cu dimensiunile de 50 cm, 40 cm și 30 cm. Câte cutii paralelipipedice sunt necesare pentru a ambala producția obținută în trei zile?

5. Un container are forma unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 1,5 m, 1,2 m și 0,8 m. În interiorul său sunt cărămizi având dimensiunile 25 cm, 12 cm și 10 cm. Câte cărămizi sunt în container când este plin?

6. Un robinet are debitul de 3 200 l pe oră. În câte ore poate umple o piscină în formă de paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 6 m, lățimea de 4 m și adâncimea de 2 m?

7. David are un acvariu în formă de paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 0,6 m, lățimea de 0,5 m și înălțimea de 40 cm. Câți litri de apă sunt în acvariu, știind că înălțimea apei este de 32 cm?

APLICAȚIE PRACTICĂ

Estimează capacitatea unui pahar prin raportare la capacitatea unei sticle de 1 litru.

Pentru a face acest lucru, vei umple paharul cu apă și-l vei goli în sticlă până când aceasta se va umple, notând de câte ori ai făcut acest lucru.

8. Se pot pune 200 l de apă într-un vas în formă de cub cu muchia egală cu 60 cm?

9. În figura alăturată e reprezentat un acvariu în formă de cub cu muchia egală cu 30 cm. În acvariu se află 15 l de apă. Câți litri de apă trebuie adăugați pentru a umple acvariul?

10. a) Estimează volumul dulapului din sala de clasă. Folosind dimensiunile obținute prin măsurare, calculează volumul dulapului și compară-l cu cel estimat.

b) Estimează numărul de mingi de tenis de masă care încap într-o cutie în formă de cub cu latura egală cu 1 m.

c) Estimează numărul de mingi de tenis de câmp care încap într-o cutie cubică imaginară cu latura egală cu 100 m.

UNITATEA 3 Unități de măsură

Investigație

Bunicii lui Darius vor să cumpere o locuință cât mai aproape de cea a lui Darius. Au dat anunț la mica publicitate, primind astfel mai multe oferte. După ce au analizat toate ofertele, au selectat două apartamente identice ca suprafață și configurație, aflate la același etaj. Figura 1 reprezintă planul acestora.

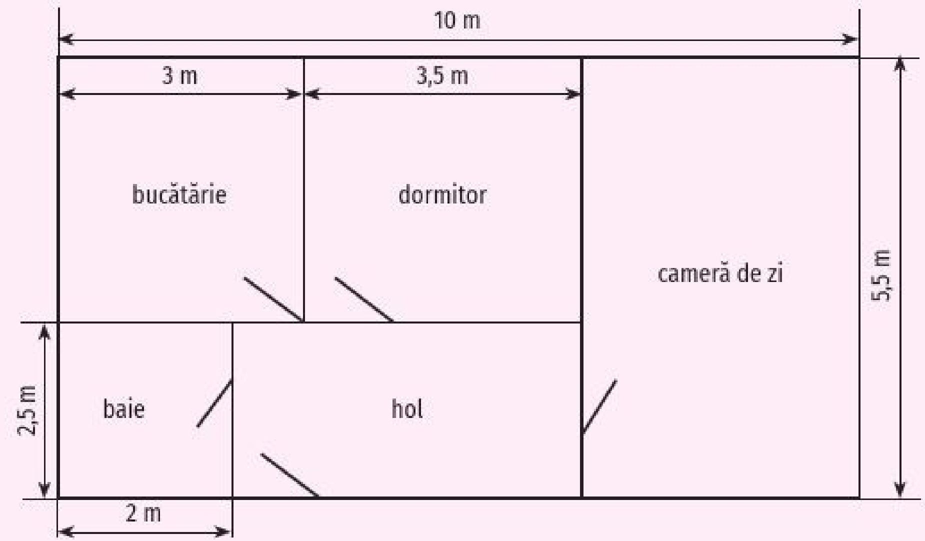


Figura 1

Apartamentul **A** , care are prețul de vânzare de 62 000 euro, nu necesită reparații. Apartamentul **B** are prețul de vânzare de 50 000 euro, dar necesită reparații astfel:

- holul trebuie zugrăvit;
- pe hol și în bucătărie trebuie schimbată

Grupa 1

Va determina suma necesară pentru a zugrăvi holul. Astfel că:

1. Va determina suprafața totală (pereții și tavanul) care trebuie zugrăvită (în m²), știind că înălțimea pereților

gresia;

- în camera de zi trebuie schimbat parchetul.

Bunicii lui Darius vor să știe care este cea mai avantajoasă ofertă din punct de vedere financiar.

Pentru o mai bună organizare, clasa se va împărți în patru grupe. Sarcinile vor fi efectuate astfel:

este de 2,5 m, iar o ușă are lățimea de 90 cm și înălțimea de 2 m.

2. Va calcula prețul manoperei, știind că prețul zugrăvirii unui metru pătrat este de 7,5 lei.
3. Va calcula prețul vopselei lavabile necesare, folosindu-se de prețul afișat de un magazin de specialitate și de informațiile oferite de producător în ceea ce privește cantitatea de vopsea necesară acoperirii unei anumite suprafețe.
4. Va prezenta informațiile grupei 4.

Grupa 2

Va determina suma necesară pentru a înlocui gresia din hol și din bucătărie. Astfel că:

1. Va determina suprafața totală pe care se montează gresie (în m^2);
2. Va calcula prețul gresiei necesare, folosindu-se de prețul afișat de un magazin de specialitate (se va cumpăra cu 10% mai multă gresie decât suprafața care se acoperă).
3. Va calcula prețul manoperei, știind că acesta reprezintă 80% din prețul gresiei.
4. Va prezenta aceste informații grupei 4.

Grupa 3

Va determina suma necesară pentru a schimba parchetul în camera de zi. Astfel că:

1. Va determina suprafața totală pe care se montează parchet (în m^2);
2. Va calcula prețul parchetului necesar, folosindu-se de prețul afișat de un magazin de specialitate (se va cumpăra cu 10% mai mult parchet decât suprafața care se acoperă).
3. Va calcula prețul manoperei, știind că acesta reprezintă 60% din prețul parchetului.
4. Va determina lungimea totală a plintei care se montează pe margine (plinta nu se montează în dreptul ușii, care are lățimea de 90 cm);
5. Va prezenta informațiile grupei 4.

Grupa 4

1. Va determina diferența de preț dintre cele două apartamente (în euro).
2. Va determina diferența dintre prețul de vânzare al apartamentului **A** și prețul de vânzare al apartamentului **B** (în lei). Se va documenta cu privire la cursul oficial euro-leu de pe site-ul BNR (Banca Națională a României).
3. Va determina costul total al reparațiilor necesare în apartamentul **B** pe baza informațiilor primite de la celelalte echipe.
4. Va decide dacă valoarea lucrărilor de renovare din apartamentul **B** este mai mare sau mai mică decât diferența de preț dintre cele două apartamente.
5. Folosind informațiile obținute de la celelalte trei grupe, va formula o concluzie și le va prezenta bunicilor lui Darius cea mai avantajoasă ofertă.

Exerciții recapitulative

1. Completează spațiile libere pentru a obține enunțuri adevărate:

a) 150 mm = _____ m; 150 mm^2 = _____ m^2; 150 mm^3 = _____ m^3;

b) 2,7 km = _____ m; 0,003 hm^2 = _____ m^2; 0,004 cm^3 = _____ dm^3;

c) 0,008 km = _____ dm; 0,0025 dam^3 = _____ dm^3; 1 200 cm^2 = _____ m^2;

d) 0,15 km = _____ dm; 1 000 000 dam^3 = _____ km^3; 141 000 m^2 = _____ km^2.

2. Completează spațiile libere pentru a obține enunțuri adevărate.

a) 0,52 m – 120 mm + 3,4 dm = _____ cm;

b) 25 dam^2 + 0,012 km^2 + 3,4 hm^2 = _____ m^2;

c) 0,003 dam^3 – 1 200 dm^3 + 300 000 cm^3 = _____ m^3.

3. Un triunghi are o latură de 5,2 dam și alta de 0,04 km. Câți metri are a treia latură a triunghiului, dacă perimetrul acestuia este egal cu 1,3 hm?

4. Un dreptunghi are lungimea egală cu 28 cm, iar lățimea cu 12 cm mai mică. Determină perimetrul și aria dreptunghiului.

5. Figura 1 reprezintă schița unui teren agricol. De câți metri de gard este nevoie pentru a împrejmui terenul? Dacă un metru liniar de gard costă 25 de lei, care va fi costul total?

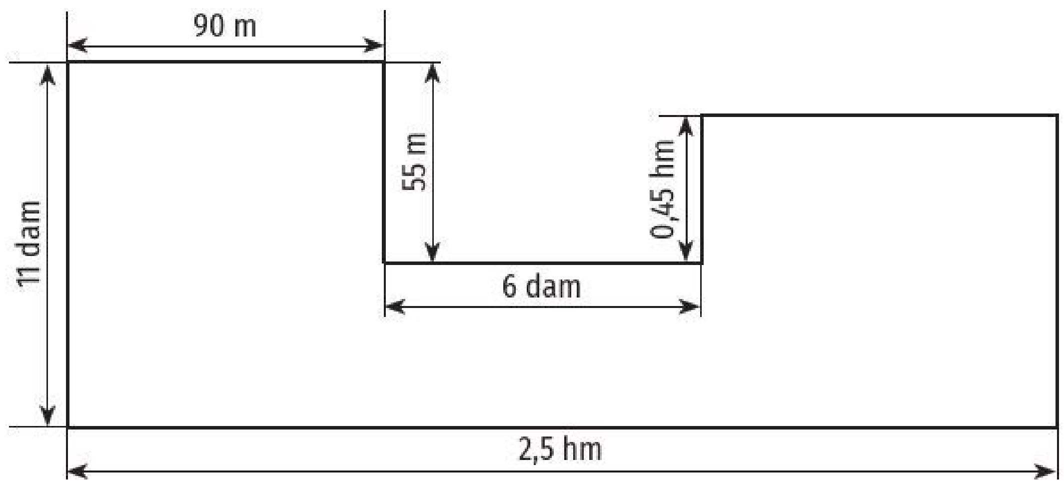


Figura 1

6. Un pătrat și un dreptunghi au același perimetru. Dreptunghiul are lățimea egală cu două treimi din lungime. Dacă perimetrul fiecăruia este egal cu 24 m, precizează care dintre ele are cea mai mare arie.

7. Calculează aria unui dreptunghi știind că:

a) dacă se dublează lungimea, aria sa crește cu 20 cm^2;

b) dacă se triplează lungimea și se dublează lățimea, aria crește cu 225 m^2.

8. Un dreptunghi are lungimea egală cu dublul lățimii. Știind că aria este egală cu 50 cm^2, calculează perimetrul dreptunghiului.

9. Radu pune gresie pe un hol în formă de dreptunghi cu lungimea de 3,6 m și lățimea de 2,4 m. El a găsit la magazin plăci de gresie în formă de pătrat cu latura de 40 cm, ambalate în pachete a câte 8 bucăți. Fiecare pachet costă 36 de lei.

a) Care este suprafața holului?

b) De câte plăci de gresie are nevoie pentru a acoperi întreaga suprafață a holului?

c) Cât costă gresia, știind că nu se vând decât pachete întregi? Câte plăci de gresie rămân nefolosite?

10. Pentru a vopsi un cub din lemn cu latura de 3 dm sunt necesare 720 g de vopsea. Ce cantitate de vopsea este necesară pentru a vopsi un cub (din același material) cu latura de 6 dm?

11. Care este volumul unui cub cu suma muchiilor de 36 dm?

12. Spiridușii lui Moș Crăciun confecționează globuri pentru a împodobi bradul de Crăciun, fiecare glob fiind ambalat într-o cutie în formă de cub cu latura de 8 cm. Pentru a le transporta mai ușor, cutiile cubice sunt puse în cutii paralelipipedice cu dimensiunile de 80 cm, 64 cm și 40 cm. Câte cutii paralelipipedice sunt necesare pentru a ambala 12 000 de globuri?

13. Câți litri de apă încap într-un acvariu în formă de paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 60 cm, lățimea de 40 cm și înălțimea de 35 cm?

14. Cantitatea medie de precipitații înregistrată pe parcursul unei zile a fost de 35 l/m^2 (litri pe metru pătrat). Grădina lui Marius are formă de dreptunghi cu lungimea de 40 m și lățimea de 30 m. Câți litri de precipitații au căzut în grădina lui Marius?

15. O piscină are formă de paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 16 m și lățimea de 12 m. Într-o zi cu temperaturi foarte ridicate, apa din piscină a scăzut cu 1 cm. Câți litri de apă s-au evaporat?

16. Bazinul de înot de la Clubul Copiilor trebuie renovat. Acesta are formă de paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 25 m, lățimea de 15 m și adâncimea de 1,75 m. Renovarea constă în placarea cu faianță a bazei și a pereților laterali ai bazinului. Se vor folosi plăci pătratice de faianță, cu latura de 25 cm, ambalate în pachete a câte 20 de bucăți.

a) Care este suprafața totală ce trebuie acoperită cu faianță?

b) De câte plăci de faianță este nevoie pentru a acoperi întreaga suprafață?

c) Cât costă faianța, știind că nu se vând decât pachete întregi și un pachet costă 42 de lei ? Câte plăci de faianță rămân nefolosite?

d) Câți metri cubi de apă sunt necesari pentru a umple bazinul cu apă?

Evaluare

Timp de lucru: 50 de minute

Subiectul I **60 puncte**

30 puncte	**1.** *Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos. Este corectă o singură variantă de răspuns.*
(10 p.)	**A.** În Sistemul Internațional de unități de măsură, principala unitate de măsură pentru arie este: a) metrul; b) metrul cub; c) litrul; d) metrul pătrat.
(10 p.)	**B.** Volumul unui cub cu lungimea muchiei egală cu 20 cm este: a) 400 cm^3; b) 800 cm^3; c) 8 000 cm^3; d) 8 dam^3.
(10 p.)	**C.** Aria unui pătrat cu perimetrul egal cu 12 m este: a) 16 m^2; b) 9 m^2; c) 144 m^2; d) 9 m.
30 puncte	**2.** *Scrie pe foaie numai rezultatele.*
(10 p.)	**A.** Dacă dublăm lungimea muchiei unui cub, atunci volumul cubului se mărește de ____ ori.
(10 p.)	**B.** Rezultatul calculului 230 dm + 100 cm + 1,6 dam – 0,008 km este ____ m.
(10 p.)	**C.** Aria unui dreptunghi cu lungimea egală cu 45 cm și lățimea egală cu $\frac{4}{5}$ din lungime este ____ cm^2.

Subiectul al II-lea **30 puncte**

Scrie rezolvările complete.

30 puncte	**1.** O alee în formă de dreptunghi cu lungimea de 12,4 m și lățimea de 1,6 m este pavată cu plăci pătratice de mozaic. O placă de mozaic are latura de 40 cm, iar plăcile sunt ambalate în cutii de 12 bucăți.
(10 p.)	**A.** Care este suprafața ce trebuie pavată?
(10 p.)	**B.** Câte plăci de mozaic sunt necesare pentru a pava aleea?

(10 p.)	**C.** Cât costă plăcile de mozaic necesare pavării aleii, dacă un pachet costă 32 lei și magazinul vinde doar pachete întregi?

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Autoevaluare

Pe o scară de la 5 la 1, notează nivelul pe care l-ai atins prin parcurgerea acestei unități de învățare, evaluând următoarele criterii:

LA SFÂRȘITUL ACESTEI UNITĂȚI:	**5** în foarte mare măsură	**4** în mare măsură	**3** în oarecare măsură	**2** în mică măsură	**1** în foarte mică măsură
Pot să utilizez instrumentele geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice.					
Pot să determin perimetrul și aria pătratului și ale dreptunghiului și să le exprim în unități de măsură corespunzătoare.					
Pot să determin volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic și să le exprim în unități de măsură corespunzătoare.					

Recapitulare finală

1. Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos.

a) Rezultatul calculului $0^{2022} + 1^{2023} + 3^2 - 2^3$ este:

A. 1; B. 2 025; C. 2; D. 2 024.

b) Dintre seriile următoare, cea care conține toți divizorii lui 8 este:

A. 0, 2, 4, 8; B. 1, 2, 4, 8; C. 0, 8, 16, 24; D. 0, 1, 2, 4.

c) Dacă 5 pixuri costă 30 de lei, atunci 8 pixuri de același fel costă:

A. 5 lei; B. 48 de lei; C. 24 de lei; D. 240 de lei.

d) Dacă fracțiile $\frac{3}{a}$ și 1,5 reprezintă același număr rațional, atunci a este egal cu:

A. 1; B. 2; C. 3; D. 4.

e) Dacă punctul C este mijlocul segmentului AB și AC = 4,06 cm, atunci lungimea segmentului AB este egală cu:

A. 2,3 cm; B. 9,2 cm; C. 2,03 cm; D. 8,12 cm.

2. Completează spațiile punctate, astfel încât să obții propoziții adevărate:

a) Dintre numerele 3^{16} și 27^5 mai mare este ... .

b) 4 muncitori pot termina o lucrare în 12 zile. 6 muncitori pot termina aceeași lucrare în ... zile.

c) Numărul 16 este un ... al numărului 2.

d) Prin amplificarea cu 4 a fracției $\frac{8}{20}$ se obține fracția ... .

e) Dacă $\measuredangle AOB = 36°30'$ și $\measuredangle BOC = 2 \cdot \measuredangle AOB$, atunci măsura unghiului BOC este egală cu ... °.

3. Precizează valoarea de adevăr a următoarelor enunțuri:

a) 1 este număr prim.

b) Rezultatul calculului $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$ este 1,1.

c) Numerele a = 7,25 – 3,4 și b = 421 : 10 sunt egale.

d) Perimetrul unui pătrat cu latura egală cu 5 cm este egal cu 25 cm.

4. Dintre numerele 102, 2 534, 28, 42 382, 1 324, 10 284 , 52, 182 923, scrie-le pe cele:

a) care au cifra zecilor egală cu 2;

b) care au suma cifrelor mai mare decât 15;

c) care au produsul cifrelor egal cu 0.

5. Estimează rezultatele calculelor următoare, apoi efectuează calculele și compară rezultatele obținute cu estimările făcute:

a) $25\,320 + 38\,400$;

b) $1\,925 - 598$;

c) $382 \cdot 5$;

d) $5\,248 \cdot 893$.

6. Calculează:

a) $279 + 493 + 4\,001 + 12\,005 + 495 + 17$;

b) $49\,325 - 42\,991 + 2\,505 + 495$;

c) $25\,335 : 15 - 24 \cdot 10 - 3\,214 \cdot 0{,}01$;

d) $(1{,}32 \cdot 10{,}3 + 1{,}404) : 0{,}1$;

e) $(2^2)^4 \cdot 4^3 : 8^4$;

f) $(3^3 + 3^2 + 3 + 1) : (2^3 + 2^1)$.

Recapitulare finală

7. Cei patru prieteni, Alin, Diana, Horia și Radu, doresc să cumpere împreună un obiect care costă 100 de lei. Alin are 24 de lei, Diana are cu 9 lei mai mult, Horia are de 3 ori mai puțini lei decât Alin, iar Radu are de 2 ori mai mulți lei decât Horia.

a) E posibil ca Alin să aibă 5 bancnote de 5 lei? Justifică.

b) Arată că suma de bani pe care o au împreună cei patru copii nu e suficientă pentru a cumpăra obiectul.

c) De câți lei mai au nevoie copiii pentru a cumpăra obiectul?

8. a) Transformă fracțiile ordinare $\frac{15}{4}$, $\frac{7}{6}$ și $\frac{10}{3}$ în fracții zecimale.

b) Transformă fracțiile zecimale 1,2; 0,1(6) și 0,(45) în fracții ordinare ireductibile.

9. a) Scrie divizorii numărului 48.

b) Determină divizorii comuni ai numerelor 48 și 60.

c) Determină cel mai mare divizor comun al numerelor 48 și 60.

10. a) Scrie cinci multipli ai numărului 8.

b) Scrie doi multipli comuni ai numerelor 8 și 12.

c) Determină cel mai mic multiplu comun al numerelor 8 și 12.

11. Compară numerele:

a) $a = \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ și $b = \frac{6}{5} - \frac{7}{10}$; b) $a = \frac{24}{25} \cdot \frac{15}{32}$ și $b = \frac{6}{45} : \frac{8}{33}$; c) $a = \left(\frac{2}{3}\right)^3$ și $b = \frac{8}{25}$.

12. Determină suma numerelor care dau câtul 20 prin împărțire la 3.

13. Compară numerele:

a) 2^{64} și 16^{15}; b) 9^{17} și 27^{12}; c) 2^{50} și 5^{20}.

14. Calculează, folosind metoda factorului comun:

a) $102 \cdot 28 + 102 \cdot 173 - 102$; c) $(2^{100} + 2^{99} + 2^{98}) : 2^{98}$;

b) $1\,435 \cdot 105 - 1435 \cdot 61 - 1\,435 \cdot 44$; d) $(10^{10} - 10^9 \cdot 2 - 3 \cdot 10^8) : 10^7$.

15. Diferența a două numere este 93. Împărțind numărul mai mare la cel mai mic se obține câtul 6 și restul 3. Determină cele două numere.

16. Determină numerele naturale de forma $\overline{ab}$, cu proprietatea $\overline{ab} + \overline{ba} = 66$.

17. a) Determină numerele naturale de forma $\overline{a3b}$ divizibile cu 5.

b) Calculează suma numerelor de forma $\overline{49a}$ divizibile cu 2.

c) Determină valorile numărului natural x pentru care numărul $\overline{12x4x}$ este divizibil cu 3.

d) Determină numerele de forma $\overline{27a}$ divizibile cu 9.

18. Cinci stilouri și două creioane costă 101,5 lei, iar cinci stilouri și patru creioane de același fel costă 108,5 lei.

a) Care este prețul unui creion?

b) Cu câți lei costă mai mult un stilou decât un creion?

19. Mă gândesc la un număr. Îl adun cu 6, înmulțesc rezultatul cu 2 și obțin 16. Care e numărul la care m-am gândit?

20. Într-o gospodărie sunt 38 de animale, rațe și porci, având în total 94 de picioare.

a) Pot fi în gospodărie 30 de rațe? Justifică.

b) Determină numărul de porci din gospodărie.

c) Cu cât este mai mare numărul rațelor decât numărul porcilor?

21. Dacă 4 lăzi cu căpșuni și 5 lăzi cu roșii cântăresc 62 de kilograme, iar 5 lăzi cu căpșuni și 8 lăzi cu roșii cântăresc 88 de kilograme, determină câte kilograme cântărește o ladă cu roșii și câte kilograme cântărește o ladă cu căpșuni.

22. La magazin s-au adus 598 de pixuri și stilouri. După ce s-au vândut 132 de pixuri și 107 stilouri, în magazin au rămas cu 77 mai multe stilouri decât pixuri. Câte stilouri au fost aduse?

23. La un magazin s-au vândut într-o zi 150 de kilograme de mere. A doua zi s-a vândut $\frac{2}{3}$ din cantitatea de mere vândută în prima zi, iar a treia zi s-a vândut $\frac{3}{5}$ din cantitatea de mere vândută în primele două zile.

a) Câte kilograme de mere s-au vândut în cele trei zile?

b) Câți lei s-au încasat pe merele vândute, dacă un kilogram de mere costă 2,99 lei?

24. Un turist și-a propus să străbată un traseu montan în trei zile. În prima zi străbate o cincime din lungimea traseului, a doua zi străbate o pătrime din traseul rămas, iar a treia zi străbate ultimii 15 km. Ce lungime are traseul?

25. Arată că numărul $2\,023 \cdot 2\,024 - 2\,023 \cdot 2\,022 + 2\,023 \cdot 2\,021$ este pătratul unui număr natural.

26. Arată că numărul $2^{100} + 3^{101} + 4^{102} + 5^{103}$ e divizibil cu 10.

27. Arată că $4^n + 4^{n+1} + 4^{n+2} \;\vdots\; 3$, pentru oricare număr natural n.

28. Calculează perimetrul și aria unui dreptunghi cu lungimile laturilor egale cu 1,5 dam și, respectiv, 4 dm.

29. Pe un teren în formă de pătrat cu latura egală cu 100 m se plantează lalele.

a) De câți metri de gard are nevoie proprietarul pentru a îngrădi terenul, dacă se lasă o poartă de 2,5 m?

b) Care e aria suprafeței terenului?

b) Știind că pe 1 m^2 sunt 126 de lalele, determină numărul lalelelor de pe întreaga suprafață.

30. Ana are un acvariu în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 40 cm, 30 cm și, respectiv, 35 cm. Câți litri de apă încap în acvariu?

31. Punctele A, B și C sunt coliniare în această ordine și AB = 0,025 m, BC = 0,4 dm.

a) Construiește punctele A, B și C.

b) Calculează lungimea segmentului AC.

c) Calculează lungimea segmentului AM, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.

d) Calculează lungimea segmentului AN, unde punctul N este simetricul punctului M față de punctul B.

32. În figura 1 sunt reprezentate punctele coliniare A, B și C. Punctul M este mijlocul segmentului AB, iar punctul N este mijlocul segmentului AC. Știind că AM = 6,5 cm și BN = 3,2 cm, determină lungimile segmentelor AC, BC și MC.

Figura 1

33. Fie punctele A, B și C, astfel încât $\measuredangle AOB = 30°$ și $\measuredangle BOC = 3 \cdot \measuredangle AOB$.

a) Construiește cele două unghiuri și calculează măsura unghiului AOC, știind că punctul A se află în interiorul unghiului BOC.

b) Construiește cele două unghiuri și calculează măsura unghiului AOC, știind că punctul A se află în exteriorul unghiului BOC.

34. Pentru a-și desfășura activitatea în condiții optime, 3 lucrători au nevoie de un spațiu de 45 m^3. Câți metri cubi trebuie să aibă spațiul în care își desfășoară activitatea 5 lucrători?

Evaluare finală

Evaluare finală

Timp de lucru: 50 de minute

Subiectul I **50 puncte**

20 puncte	**1.** *Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos. Este corectă o singură variantă de răspuns.*
(10 p)	**a)** Rezultatul calculului $10^3 - 25^2$ este: A. 5; B. 55; C. 975; D. 375.
(10 p)	**b)** Dacă punctele A, B și C sunt coliniare în această ordine și AB = 27,6 cm, iar AC = 38,25 cm, atunci lungimea segmentului BC este egală cu: A. 65,85 cm; B. 10,65 cm; C. 11,19 cm; D. 65,31 cm.
20 puncte	**2.** *Scrie pe foaie numai rezultatele.*
(10 p)	**a)** Fracția ireductibilă echivalentă cu fracția $\frac{50}{75}$ este ... .
(10 p)	**b)** Dacă $\measuredangle AOB = 48°37'$ și $\measuredangle BOC = 90°48'$, atunci suma măsurilor unghiurilor AOB și BOC este egală cu ... .
10 puncte	**3.** *Scrie litera corespunzătoare răspunsului corect.* Afirmația „Dintre numerele $a = 2^8 \cdot 2^5$ și $b = 2^{25} : (2^5)^3$, mai mare este a." este: a) adevărată; b) falsă.

Subiectul al II-lea **40 puncte**

Scrie rezolvările complete.

15 puncte	**1.** Bogdan citește o carte care are 250 de pagini în patru zile. În prima zi citește o cincime din ea și încă 10 pagini, a doua zi citește 30% din ce i-a rămas și încă 13 pagini, iar a treia și a patra zi

	citește același număr de pagini. Câte pagini a citit a patra zi?
10 puncte	**2.** Un producător a vândut la piață 150 de kilograme de mere și prune și a încasat 490 de lei. Știind că a vândut merele cu 3 lei kilogramul și prunele cu 4 lei kilogramul, determină câte kilograme de mere a vândut.
15 puncte	**3.** Pe un teren în formă de dreptunghi cu dimensiunile 2,5 hm și 0,6 km se cultivă roșii.
(5 p)	**a)** Determină lungimea gardului care împrejmuiește terenul, știind că se lasă o poartă de 3 m.
(5 p)	**b)** Care e aria suprafeței terenului?
(5 p)	**c)** Dacă de pe întreaga suprafață s-au recoltat 600 000 de kilograme de roșii, determină câte kilograme de roșii s-au recoltat pe 1 m^2.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Indicații și răspunsuri

Unitatea 1. Numere naturale

I. Operații cu numere naturale

2. Reprezentarea pe axa numerelor. Compararea și ordonarea numerelor naturale. Aproximări. Estimări

15. c) Dacă $b = 5$, a poate fi 6, 7, 8 sau 9. Dacă b este 0, 1, 2, 3 sau 4, a poate fi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sau 9; **d)** $a = 9$ și $b = 0$; **e)** a poate fi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sau 9, iar b poate fi 6, 7, 8 sau 9; **f)** $a = 1$, b poate fi 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sau 9. **16.** Dacă a este 0, 1, 2, 3, 4 sau 5, atunci $x < y$. Dacă $a = 6$ și $b = 0$ sau $b = 1$, atunci $x > y$. Dacă $a = 6$ și $b = 2$, atunci $x = y$. Dacă $a = 6$ și b este 3, 4, 5, 6, 7, 8 sau 9, atunci $x < y$. Dacă a este 7, 8 sau 9, atunci $x > y$. **18.** 99 230. **19. a)** oricare trei dintre numerele: 1 740, 1 741, ..., 1 749; **b)** oricare două dintre numerele: 368 000, 368 001, ..., 368 999; **c)** oricare trei dintre numerele: 4 879 450, 4 879 451, ..., 4 879 549; **d)** oricare două dintre numerele: 14 001, 14 002, ..., 14 499; **e)** oricare două dintre numerele: 4 550, 4 551, ..., 4 599. **20. a)** 10 numere (140, 141, ..., 149); **b)** 100 de numere (3 100, 3 101, ..., 3 199); **c)** 10 numere (355, 356, ..., 364). **22.** 49 999.

3. Adunarea și scăderea numerelor naturale

12. $b < c < a$ ($b = a - 7$, $c = a - 3$). **16.** $c < a < b$ (deoarece $b = a + 10$ și $b = c + 15$) și $a < d < b$ (deoarece $d = a + 9$ și $b = a + 10$). Așadar, $c < a < d < b$.

4.1. Înmulțirea numerelor naturale. Proprietăți

11. 10 numere: 118, 181, 811, 124, 142, 241, 214, 412, 421, 222. **12.** 198, 918, 338. **14. a)** Dacă $(a - 3) \cdot (b - 8) = 0$, atunci $a - 3 = 0$ sau $b - 8 = 0$; **b)** Dacă $(a + 1) \cdot (b - 6) = 12$, atunci $a + 1 = 1$ și $b - 6 = 12$ sau $a + 1 = 2$ și $b - 6 = 6$ sau $a + 1 = 3$ și $b - 6 = 4$ sau $a + 1 = 4$ și $b - 6 = 3$ sau $a + 1 = 6$ și $b - 6 = 2$ sau $a + 1 = 12$ și $b - 6 = 1$. **17.** $2a + 3b + c = 2 \cdot (a + b) + (b + c) = 57$. **18.** $5a + 7b + 2c = 5 \cdot (a + b) + 2 \cdot (b + c) = 152$.

4.2. Factor comun

1. i) $2022 \cdot (1\,010 + 1\,013) - 2\,023 \cdot 2\,012 = 2\,022 \cdot 2\,023 - 2\,023 \cdot 2\,012 = 2\,023 \cdot (2\,022 - 2\,012)$; **j)** $15 \cdot 19 \cdot (5 + 6 - 1)$. **2.** $2\,023 \cdot (1\,012 + 1\,014) + 2\,026 = 2\,023 \cdot 2\,026 + 2\,026 = 2\,024 \cdot 2\,026$. **3. d)** $12 \cdot x - 9 \cdot y + 8 = 3 \cdot (4 \cdot x - 3 \cdot y) + 8 = 38$. **5. b)** $[10 \cdot (1 + 2 + 3 + ... + 200)] : [5 \cdot (1 + 2 + 3 + ... + 200)] = 2$.

5.1. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale

5. a) $a = 12 \cdot b$ și $b = 5 \cdot c$, deci $c < b < a$; **b)** $a = 7 \cdot b$ și $a = 10 \cdot c$, deci $a > b > c$; **c)** $a < c < b < d$.

5.2. Împărțirea cu rest a numerelor naturale

6. Împărțitorul este 9 și deîmpărțitul este 125. **10.** $0 + 1 + 2 + ... + 10 = 55$. **11. a)** 43 de numere (restul împărțirii poate fi 0, 1, 2, ..., 42); **b)** Suma este $(10 \cdot 100 + 0) + (10 \cdot 100 + 1) + ... + (10 \cdot 100 + 9) = 10\,045$; **c)** $12 \cdot 104 + 11 = 1\,259$; **d)** $1\,003 \cdot 152 + 0 = 152\,456$. **12.** $c \cdot î = 35$ și $î > 4$. Obținem $î = 5$ și $c = 7$ sau $î = 7$ și $c = 5$ sau $î = 35$ și $c = 1$. **13.** $d = 8 \cdot r$, iar restul poate fi 1, 2, ..., 6. **15.** Dacă $d : 6 = c_1$, rest 3, atunci $d = 6 \cdot c_1 + 3 = 3 \cdot (2c_1 + 1)$ și restul împărțirii lui d la 3 este 0. Dacă $d : 3 = c_2$, rest 1, atunci $d = 3 \cdot c_2 + 1$ și restul împărțirii lui d la 3 este 1. Așadar, nu există numere naturale cu proprietățile date. **16.** Restul împărțirii este 15 deoarece $a = 100 \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 99 \cdot 101 \cdot ... \cdot 2020) + 15$.

6.1. Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul unui număr natural

11. Ultima cifră a lui a este 2. **12.** Ultima cifră a lui a este 3. **13.** $a = 2\,023 \cdot (2\,023 - 1) - 2\,022 = 2\,023 \cdot 2\,022 - 2\,022 = 2\,022^2$. **14.** $a = 405 \cdot (405 + 2 - 1) = 405 \cdot 406$. $405^2 < a < 406^2$. **15. a)** 6; **b)** 6; **c)** 9; **d)** 3. **16.** Ultima cifră a numărului este 2. **17.** Restul împărțirii este 3, deoarece ultima cifră a numărului este 3. **18.** Ultima cifră a numărului este 7, deci restul împărțirii este 2.

Indicații și răspunsuri

6.2. Reguli de calcul cu puteri

6. a) $2^{50}\cdot(1+2^1+2^2)=2^{50}\cdot 7$; **e)** $3^9\cdot 5^{11}\cdot(3\cdot 5-4+3^3\cdot 5\cdot 2)=3^9\cdot 5^{11}\cdot 281$; **f)** $2^{24}\cdot 5^{22}-5^{20}\cdot 2^{22}\cdot 3-2^{20}\cdot 5^{20}\cdot 2=$ $=2^{20}\cdot 5^{20}\cdot(2^4\cdot 5^2-2^2\cdot 3-2)=10^{20}\cdot 386$. **7. a)** $10^{20}\cdot 144=(10^{10}\cdot 12)^2$; **b)** $a=5^{90}\cdot 64=(5^{30}\cdot 4)^3$. **8.** $x=5^{2n}\cdot(1+2\cdot 5+$ $+5^2)=5^{2n}\cdot 36=(5^n\cdot 6)^2$, pentru oricare număr natural n. **9.** $2^{n+3}\cdot 3^{n+1}+5\cdot 2^n\cdot 3^n\cdot 6^n+2^{n+2}\cdot 3^n=2^n\cdot 3^n\cdot(2^3\cdot$ $\cdot 3^1+5+2^2)=2^n\cdot 3^n\cdot 33=2^n\cdot 3^{n+1}\cdot 11$, pentru oricare număr natural n. **10.** $(2\cdot 3^n\cdot 5^n+4\cdot 3^{n+1}\cdot 5^n+5^{n+2}\cdot 3^n):39=$ $=3^n\cdot 5^n\cdot(2+4\cdot 3+5^2):39=15^n$, pentru oricare număr natural n. **11. a)** $5^{102}=5^{100}\cdot 25=5^{100}\cdot(9+16)=5^{100}\cdot 3^2+$ $+5^{100}\cdot 4^2=(5^{50}\cdot 3)^2+(5^{50}\cdot 4)^2$; **b)** $13^{101}=13^{100}\cdot 13=13^{100}\cdot(4+9)=13^{100}\cdot 2^2+13^{100}\cdot 3^2=(13^{50}\cdot 2)^2+(13^{50}\cdot 3)^2$.

6.3. Compararea puterilor

8. a) $8^{100}=2^{300}$, $32^{70}=2^{350}$, $64^{45}=2^{270}$; **b)** $30^{30}=3^{30}\cdot 10^{30}=27^{10}\cdot 10^{30}$, $20^{50}=2^{50}\cdot 10^{50}=32^{10}\cdot 10^{50}$ și $50^{20}=5^{20}\cdot 10^{20}=$ $=25^{10}\cdot 10^{20}$. **9. a)** $a=10^{90}=2^{90}\cdot 5^{90}=32^{18}\cdot 5^{90}$, $b=5^{126}=5^{36}\cdot 5^{90}=25^{18}\cdot 5^{90}$; **b)** $a=2^{250}=2^{50}\cdot 2^{200}=2^{50}\cdot 32^{40}$, $b=2^{50}\cdot 5^{50}\cdot 5^{30}=2^{50}\cdot 25^{40}$. **10. a)** $a=3^{100}\cdot 13$, $b=3^{104}=3^{100}\cdot 81$; **b)** $a=2^{120}\cdot 25=32^{24}\cdot 25$, $b=5^{49}\cdot 5=5^{50}=25^{24}\cdot 5^2$; **c)** $a=3^n\cdot 8$ și $b=2^n$, pentru oricare număr natural n; **d)** $a=3^{35}-3^{34}=3^{34}\cdot 2=9^{17}\cdot 2$, $b=2^1\cdot 2^4\cdot 2^9\cdot 2^{16}\cdot 2^{25}:2^3=$ $=2^{52}=2^{51}\cdot 2=8^{17}\cdot 2$.

7. Scrirea în baza 10. Scrierea în baza 2

7. $11\cdot(a+b)=88$ și $a+b=8$. Numerele sunt: 17, 26, 35, 44, 53, 62, 71. **9. a)** $110\cdot a+11\cdot b=187$, de unde $11\cdot(10\cdot a+b)=187$ și $10\cdot a+b=17$. Obținem $\overline{ab}=17$. **12.** Numărul $\overline{ab}+\overline{ba}=11\cdot(a+b)$ este pătratul unui număr natural dacă $a+b=11$. Numerele sunt: 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83, 92.

8. Ordinea efectuării operațiilor. Utilizarea parantezelor: rotunde, pătrate și acolade

9. $a=2^n\cdot 3^n\cdot(3+2^2-1):6^n=6$, $b=(5^{2n}\cdot 3^n+4\cdot 3^n\cdot 5^n\cdot 5^{n+1}+2^{n+1}\cdot 3^{n+1}:2^n\cdot 5^{2n+1}):51=(5^{2n}\cdot 3^n+4\cdot 3^n\cdot 5^{2n+1}+$ $+2^1\cdot 3^{n+1}\cdot 5^{2n+1}):51=5^{2n}\cdot 3^n$, pentru oricare număr natural n. $2^n\cdot a^n\cdot b=2^n\cdot 6^n\cdot 5^{2n}\cdot 3^n=(2\cdot 6\cdot 5^2\cdot 3)^n=(30^n)^2$, pentru oricare număr natural n.

Exerciții recapitulative

11. Ultima cifră a numărului a este 6, deci restul împărțirii lui a la 5 este 1. **12. a)** $7^{200}=(7^{100})^2$, $9^{73}=(3^2)^{73}=(3^{73})^2$; **b)** Ultima cifră a numărului $2^{20}+9^{10}$ este 7.

II. Divizibilitatea numerelor naturale

1. Divizor, multiplu. Divizori comuni. Multipli comuni

21. $\overline{ab}+\overline{ba}=11\cdot(a+b)$ **22.** $a=2\cdot(n+2)+1$, deci $a\not\vdots\, 2$; $b=2(4n+2)$, deci $b\,\vdots\, 2$; c e produsul a două numere naturale consecutive, deci $c \vdots 2$. **23.** $n = 101 \cdot (11a + b + 11c)$. **24.** Produsul a două numere naturale consecutive este divizibil cu 2, deci și produsul $n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)$ este divizibil cu 2. Orice număr natural n se poate scrie 3k, 3k + 1 sau 3k + 2, unde k este un număr natural. Înlocuind n pe rând cu 3k, 3k + 1, 3k + 2, obținem că produsul $n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)$ e divizibil cu 3. **25. a)** $2^{n+1} \cdot 5 + 2^{n+2} \cdot 7 - 2^{n+3} \cdot 3 = 7 \cdot 2^{n+1}$; **b)** $3^{n+2} \cdot 2^n + 6^{n+1} + 3^n \cdot 2^{n+3} = 6^n \cdot 23$.

2. Criteriul de divizibilitate cu 2. Criteriul de divizibilitate cu 5. Criteriul de divizibilitate cu 10^n ($n \geq 1$)

9. 200, 205, 210, 215, ..., 295. **10.** 2 342, 8 348. **11.** 45 de numere (a poate fi 1, 2, ..., 9, iar b poate fi 0, 2, 4, 6 sau 8). **13.** 135, 630. **14.** 265, 275, 285, 295. **15.** Se calculează ultima cifră a numerelor.

3. Criteriul de divizibilitate cu 3. Criteriul de divizibilitate cu 9

6. 402, 432, 462, 492, 804, 834, 864, 894. **7.** 411, 441, 471; $441 \vdots 9$. **8.** 3 222. **9.** Nu, deoarece suma cifrelor numerelor este 14. **11.** 342, 345, 348; $342 \vdots 9$; $342 \vdots 2$, $348 \vdots 2$. **12.** 1 020, 1 323, 1 626, 1 929. **13.** y poate fi 0 sau 5 și $(5 + x + 1 + y) \vdots 3$. Numerele sunt 5 010, 5 310, 5 610, 5 910, 5 115, 5 415, 5 715. **14.** x poate fi 0, 3, 9. Pentru fiecare valoare a lui x îl aflăm pe y. **15.** Suma cifrelor numărului $2^{12} \cdot 5^{13} + 1 = 5 \cdot 10^{12} + 1$ este 6. **16.** $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 3 \cdot 37 \cdot (a + b + c)$; s poate fi 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27. **17.** $a = 111 \cdot 10^{10} + 321 = 111\underbrace{0 \ldots 0}_{\text{de 7 ori}}321$.

18. $a = 10^n - 1 = 1\underbrace{00 \ldots 0}_{\text{de n ori}} - 1 = \underbrace{99 \ldots 9}_{\text{de n ori}}$.

4. Numere prime. Numere compuse

12. a) $a = n \cdot (n + 10)$ e număr prim, deci $n = 1$; **c)** $n + 1 = 1$, deci $n = 0$. **13.** $a = 2$, $b = 5$. **14.** $a = 3$, $b = 5$. **15.** $a = 3$, $b = 2$, $c = 5$ sau $a = 7$, $b = 2$, $c = 3$. **16.** a este un număr mai mare decât 2 și ultima sa cifră este 2.

Exerciții recapitulative

8. Cel mai mic multiplu de trei cifre al numărului 29 este 116, cel mai mare multiplu de trei cifre al numărului 29 este 986. Numărul 29 are 31 de multipli de trei cifre și suma lor este 17 081. **14. a)** 315; **b)** 4 030, 4 535; **c)** 3 120, 3 420, 3 720, 3 225, 3 525, 3 825. **15.** 22 422, 32 433, 52 455, 62 466, 82 488, 92 499. **21.** Autocare cu 35 sau 42 de locuri. **23.** $n = 2\,021 \cdot 1\,010$. **24.** $n = 7$. **25.** $a = 2$. **26.** $\overline{xx0xx} = 11 \cdot 1\,001 \cdot x$. **27.** $\overline{x77x} = 77 \cdot (13 \cdot x + 10)$. **28.** Ultima cifră a numărului A este 0. **29.** $x = 15 \cdot 2^n$. **0.** $x = 14 \cdot 3^n$. **31.** $2^{n+2} \cdot 5^n - 1 = 4 \cdot 10^n - 1 = 3\underbrace{99\ldots9}_{\text{de } n-1 \text{ ori}}$. **32.** $a = 3$, $b = 7$.

Indicații și răspunsuri

Unitatea 2. Fracții ordinare. Fracții zecimale

I. Fracții ordinare

1. Fracții ordinare. Fracții subunitare, echiunitare, supraunitare. Procente. Fracții echivalente

16. a) $\frac{8^6}{2^{20}} = \frac{(2^3)^6}{2^{20}} = \frac{2^{18}}{2^{20}}, \frac{3^3}{2^5}, \frac{(4^3)^2}{2^{14}} = \frac{4^6}{2^{14}} = \frac{2^{12}}{2^{14}}$; **b)** $\frac{5^4}{25^2} = \frac{5^4}{(5^2)^2} = \frac{5^4}{5^4}, \frac{1^{2\,022}}{2\,022^0} = \frac{1}{1}$; **c)** $\frac{2^2 \cdot 2^3}{5^2} = \frac{32}{25}$. **17.** $\overline{1x}$ e număr prim dacă x este 1, 3, 7 sau 9. Pentru aceste valori ale lui x, numărul $\overline{x1}$ este 11, 31, 71 sau 91. Dintre acestea, prime sunt 11, 31 și 71. Fracțiile care îndeplinesc condițiile sunt: $\frac{11}{11}, \frac{13}{31}, \frac{17}{71}$. **18. a)** $x = 0$; **b)** $x - 2 = 0$, $x = 2$. **19. a)** $x < 5$, x poate fi 1, 2, 3 sau 4; $y - 2 < 8$, y poate fi 3, 4, 5, ..., 9; $z + 1 < 4$, z poate fi 0, 1 sau 2; $t + 8 < 13$, t poate fi 0, 1, 2, 3 sau 4; **b)** $a = 12$, $b = 10$. **20.** $3a = 2 \cdot (17 - 2b)$, deci $3a \vdots 2$, de unde $a \vdots 2$. Cum a e număr prim și $a \vdots 2$, obținem $a = 2$. Vom avea $6 + 4b = 34$, de unde $b = 7$. **21.** Sunt posibile cazurile: $x - 2 = 1$ și $y + 3 = 12$, $x - 2 = 2$ și $y + 3 = 6$, $x - 2 = 3$ și $y + 3 = 4$, $x - 2 = 4$ și $y + 3 = 3$. **22.** Fracții supraunitare: $\frac{3^{36}}{2^{54}} = \frac{(3^2)^{18}}{(2^3)^{18}} = \frac{9^{18}}{8^{18}}, \frac{3^{30}}{5^{20}} = \frac{27^{10}}{25^{10}}, \frac{3^{104}}{4^{78}} = \frac{3^{104}}{2^{156}} = \frac{9^{52}}{8^{52}}$. Fracții subunitare: $\frac{27^{15}}{9^{23}} = \frac{3^{45}}{3^{46}}, \frac{5^{300}}{2^{700}} = \frac{125^{100}}{128^{100}}$. Fracții echiunitare: $\frac{2^{64}}{4^{32}} = \frac{2^{64}}{2^{64}}, \frac{5 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot \ldots \cdot 5^9}{125^{15}} = \frac{5^{1+2+3+\ldots+9}}{(5^3)^{15}} = \frac{5^{45}}{5^{45}}$.

2. Compararea fracțiilor cu același numitor/ numărător. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare

9. a) n poate fi 6, 7, 8, ...; **b)** n poate fi 0, 1 sau 2; **c)** n poate fi 1, 2, 3 sau 4; **d)** n poate fi 10 sau 11; **e)** n poate fi 0, 1, 2, ..., 6; **f)** n poate fi 1, 2 sau 3; **g)** n poate fi 4, 5 sau 6; **h)** n poate fi 6, 7, 8, ..., 12. **10.** $2n + 3 < 7$, $n = 0$ sau $n = 1$. **11.** $3n - 5 > 13$, n poate fi 7, 8, 9, ... **12. a)** $n^2 < 10$, $n = 1$ sau $n = 2$ sau $n = 3$; **b)** $n + 2 \leq 5$, n poate fi 0, 1, 2 sau 3; **c)** $4 \leq n^2 < 25$, n poate fi 2, 3 sau 4; **d)** $8 < n + 5 \leq 20$, n poate fi 4, 5, 6, ..., 15. **13.** Numerele de forma $\overline{2x3}$ divizibile cu 3 sunt 213, 243, 273. Cea mai mică fracție este $\frac{213}{12}$, iar cea mai mare este $\frac{273}{12}$.

4.2. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Fracții ireductibile

16. Deoarece $\overline{24x} \vdots 5$ și $\overline{3yy} \vdots 5$, x și y pot fi 0 sau 5. **17.** $5 \nmid \overline{41x}$, x este 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9. **18.** $\overline{4x2} \vdots 3$, deci $4 + x + 2 \vdots 3$. x poate fi 0, 3, 6 sau 9. **19. b)** $\frac{1}{3}$; **c)** $\frac{334}{1\,335}$; **d)** $\frac{12}{13}$. **20. a)** $\frac{2}{3}$; **b)** $\frac{3}{5}$; **c)** $\frac{10}{3}$; **d)** $\frac{11}{20}$; **e)** $\frac{486}{625}$; **f)** 3; **g)** $\frac{25}{9}$; **h)** 5.

21. a) $\frac{4 \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 100)}{5 \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 100)} = \frac{4}{5}$; **c)** $\frac{2 \cdot (1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + \ldots + 100 \cdot 100)}{3 \cdot 4 \cdot (1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + \ldots + 100 \cdot 100)} = \frac{1}{6}$.

22. a) $\frac{2^{200} \cdot (1 + 2^1 + 2^2 + 2^3)}{3^{2\,021} \cdot (3^3 - 3^2 - 3^1 - 1)} = \frac{2^{200} \cdot 15}{3^{2\,021} \cdot 14} = \frac{2^{199} \cdot 5}{3^{2\,020} \cdot 7}$; **b)** $\frac{10^n \cdot 5 + 3 \cdot 10^n + 10^n \cdot 10}{10^n \cdot 2 + 10^n \cdot 10^2 - 20 \cdot 10^n} = \frac{10^n \cdot (5 + 3 + 10)}{10^n \cdot (2 + 10^2 - 20)} = \frac{9}{41}$, pentru oricare număr natural n. **c)** $3^{n+1} \cdot (1 + 3^1 + 3^2)$ = $3^{n+1} \cdot 13$ = $3^n \cdot 3 \cdot 13$ = 3^n pentru oricare număr natural n oricare număr natural n; **c)** $\frac{\quad}{2^n \cdot (2^5 + 2^3 - 1)} = \frac{\quad}{2^n \cdot 39} = \frac{\quad}{2^n \cdot 39} = \frac{\quad}{2^n}$, pentru oricare număr natural n.

8. Împărțirea fracțiilor

9. $a = \frac{2^n \cdot (2 + 5)}{6^n \cdot (6 + 1)} = \frac{2^n}{6^n} = \frac{1}{3^n}$, $b = \frac{3^n \cdot (1 + 3 + 3^2)}{9^n \cdot (4 + 9)} = \frac{3^n}{9^n} = \frac{1}{3^n}$, $a : b = 1$ pentru oricare număr natural n.

10. $\left[\frac{11 \cdot (a + b)}{a + b}\right]^2 : \frac{a + b + c}{111 \cdot (a + b + c)} = \frac{121}{1} : \frac{1}{111} = 121 \cdot 111 = 13\,431$.

9. Fracții/ procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară

Mate practică. **4.** $\frac{15}{32}$. **5.** Da $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1\right)$. **6.** 15 probleme, 25 de probleme, 5 probleme. **8.** Maria îi dă fratelui său 12 timbre, colegei ei 7 timbre și rămâne cu 21 de timbre. **9.** Aura plătește 200 de lei pentru cadoul mamei și 100 de lei pentru cadoul tatălui. **10.** 486 de lei. **11.** 46 de lei. **12.** 57 de lei. **13.** 3 465 de lei. **14.** 264 de lei.

Exerciții recapitulative

12. a) $3a - 1 < 8$, $a = 1$ sau $a = 2$; **b)** $4a + 2 < 6$, $a = 0$; **c)** a poate fi 1, 3, 4, 6, 7 sau 9; **d)** a poate fi 0, 1, 2, 4, 6, 7 sau 8. **13. a)** $a = 5$; **b)** $a = 4$; **c)** $\frac{3a - 2}{6} = \frac{5}{3}$, $3a - 2 = 10$, $a = 4$. **14. a)** $n + 3 < 7$, n poate fi 0, 1, 2 sau 3; **b)** $n > 5$, n poate fi 6, 7, 8, ...; **c)** $7 + n \le 15$, n poate fi 0, 1, 2, ..., 8; **d)** $2n + 3 \ge 13$, n poate fi 5, 6, 7, 8, ...; **e)** $n = 7$.

II. Fracții zecimale

4. Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Mate practică. **1. a)** 227,5; **b)** 79,625 lei. **2.** 141,75 kg. **3.** 5,122 kg. **4.** 4,5 m. **5.** 29,22 de lei. **6.** 397,76 km.

5. Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Aplicație: media aritmetică a două sau mai multor numere naturale. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală. Periodicitate

9. 10. **10.** Cu notele 7, 6 și 8, media este (7 + 6 + 8) : 3 = 7. Cea mai mică fracție zecimală a cărei rotunjire la întregi e egală cu 8 este 7,5. Deci media aritmetică a notelor trebuie să fie mai mare sau egală decât 7,5. Pentru a obține media 8, suma celor 4 note (7, 6, 8 și nota pe care o va primi) trebuie să fie mai mare sau egală decât 7,5 · 4 = 30. Nota cea mai mică pe care o poate primi Luca pentru a-și mări media cu un punct este 9. Cea mai mare notă pe care o poate primi este 10, dar, dacă facem media notelor obținem (7 + 6 + 8 + 10) : 4 = 7,75. Deci Luca nu poate să își mărească media cu două puncte.

7. Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară

2. a) $\frac{25}{33}, \frac{34}{33}, \frac{238}{99}, \frac{10\,193}{999}$; **b)** $\frac{59}{9}, \frac{2}{99}, \frac{1\,366}{111}, \frac{11\,392}{999}$. **3. a)** $\frac{79}{30}, \frac{148}{45}, \frac{461}{150}, \frac{827}{666}$; **b)** $\frac{991}{3\,300}, \frac{6\,092}{495}, \frac{4\,742}{225}, \frac{91}{9\,000}$.

4. a) a = 2, b = 4, c = 5; **b)** a = 0, b = 3, c = 6; **c)** a = 2, b = 8, c = 4.

9. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp și unități monetare

1. 17. **2.** 20,25 l. **3.** 12,42 lei. **4.** 4. **5.** Un kilogram de mere costă 3,75 lei, iar un kilogram de pere costă 8,20 lei. **6.** Un kilogram de caise costă 6,70 lei, iar un kilogram de piersici costă 4,25 lei. **7.** Un pix costă 1,5 lei, iar un caiet costă 4,80 lei. **8.** Un pix costă 1,8 lei, un caiet costă 3,50 lei, iar restul primit e 180,5 lei. **9.** 2,25 litri, 11,25 litri. **10.** 9,5. **11.** 51,45 m, 25,725 m. **12.** 2,8 lei (costă 1 kg de mere), 8,1 lei (costă 1 kg de pere). **13.** 75 de monede de 0,50 lei, 25 de monede de 0,10 lei. **14.** 8 borcane de 0,45 kg, 5 borcane de 0,72 kg. **15.** 2 034,75 metri pătrați.

Exerciții recapitulative

7. 51,75. **8.** 15,40 lei. **9. a)** 7,1 litri; **b)** 35,5 litri; **c)** 5,7155 litri; **d)** 8,875 litri. **10. a)** 231,99 lei; **b)** 77 lei; **c)** 463,98 lei. **11.** Un caiet costă 4,8 lei, iar o carte costă 15,25 lei. **12.** 9,4 tone. **13.** 3. **14.** 13. **15.** x = 3. **16.** x = 1, y = 4 sau x = 2, y = 3 sau x = 3, y = 2 sau x = 4, y = 1. **17. a)** 8,8; **b)** 8,08; **c)** 86,8; **d)** 8,88. **18.** $\frac{3}{7}$ = 0,(428571). Perioada numărului 0,(428571) este formată din 6 cifre. Deoarece 2 021 : 6 = 336, rest 5, cifra ce reprezintă zecimala de pe locul 2 021 este aceeași cu cifra care ocupă locul 5 în perioada numărului, deci a 2021-a zecimală este 7.

Indicații și răspunsuri

Unitatea 3. Elemente de geometrie și unități de măsură

I. Elemente de geometrie

2. Distanţa dintre două puncte; lungimea unui segment. Segmente congruente

5. Deoarece AB = AC + BC, ordinea punctelor pe dreapta AB este A, C, B sau B, C, A. **7.** Dacă ordinea punctelor pe dreaptă e A, B, C (sau C, B, A), atunci BC = AC – AB = 2 cm. Dacă ordinea punctelor pe dreaptă e B, A, C (sau C, A, B), atunci BC = AC + AB = 14 cm.

3. Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct faţă de un punct

3. AD = $\frac{1}{2}$AE = 8 cm, AC = $\frac{1}{2}$AD = 4 cm, AB = $\frac{1}{2}$AC = 2 cm. **4.** AD = AB = BC = 4 cm. **5.** AB = 2 · AM = 8 m, AC = 2 · AN = = 2 · (AB + BN) = 20 m. **6.** AB = AC – BC = 6 cm, CD = BD – BC = 6 cm. AD = 16 cm, deci AM = 8 cm, unde M e mijlocul segmentului AD. Vom obține BM = AM – AB = 2 cm și CM = BC – BM = 2 cm, deci CM = BM = 2 cm. **7.** AN + CM = = 2 · MB + BN + 2 · BN + MB = 3 · MB + 3 · BN = 3 · MN. Obținem MN = 5 cm.

5. Calcule cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale

1. a) 33°25′; **b)** 44°21′; **c)** 55°53′; **d)** 109°10′; **e)** 12°2′; **f)** 36′; **g)** 84°28′; **h)** 135°; **i)** 47°30′; **j)** 42°40′; **k)** 109°3′; **l)** 93°20′; **m)** 16°5′; **n)** 42°7′. **2.** 22°46′. **4.** ∡ABC = 180°. **6.** ∡MBN = ∡ABN : 3 = 30°. **7.** ∡MON = 93°42′, ∡AOM = 180° – (∡MON + ∡BON) = 39°27′. **8. b)** ∡BOC = 120°. Dacă punctul B se află în interiorul unghiului AOC atunci ∡AOC = ∡AOB + ∡BOC = 160°. Dacă punctul A se află în interiorul unghiului BOC atunci ∡AOC = ∡COB – ∡AOB = 80°.

Exerciții recapitulative

5. AB = 5 · AC, AC = 3,8 cm, BC = 15,2 cm, CM = 7,6 cm, AM = AC + CM = 11,4 cm. **7.** DA = AB, BC = CE, DE = 2 · AB + + 2 · BC = 16 cm. **8. a)** CD = BD – BC = 9 cm, AD = 24 cm; **b)** Dacă M este mijlocul segmentului AD, atunci AM = 12 cm, BM = 3 cm și MC = 3 cm. **9.** AM = MB, BN = NC, AC = 2 · (MB + BN) = 2 · MN = 16 cm. **10. a)** $A_1A_{10} = A_1A_2 + A_2A_3 + \ldots + A_9A_{10}$ = 45 cm; **b)** $A_1M = MA_{10} = \frac{1}{2}A_1A_{10}$ = 22,5 cm, $A_1A_7 = A_1A_2 + A_2A_3 + \ldots + A_6A_7$ = 21 cm, $A_1A_8 = A_1A_2 + A_2A_3 + \ldots + A_7A_8$ = 28 cm. Punctele A_1, A_7 și A_8 sunt coliniare, în această ordine, M se află pe segmentul A_1A_{10}, $A_1A_7 < A_1M < A_1A_8$, de unde rezultă că punctul M se află pe segmentul A_7A_8. **11. a)** 179°6′; **b)** 51°38′; **c)** 107°; **d)** 26°51′. **14.** ∡MON = 180°, ∡OMN = 0°. **15.** 140°. **16.** 67°4′. **17. b)** 20°. **19. b)** ∡MNO = 55°. Dacă punctul O se află în interiorul unghiului MNP, atunci ∡PNO = ∡MNP – ∡MNO = 55°. Dacă punctul O se află în exteriorul unghiului MNP, atunci ∡PNO = ∡MNP + ∡MNO = 165°. **20. b)** ∡AOB + ∡BOD + ∡COD = 180°, 4 · ∡COD = 180° și ∡COD = 45°,

$\sphericalangle AOB = 45°$, $\sphericalangle AOD = 135°$.

II. Unități de măsură

1. Unități de măsură pentru lungime. Perimetre. Transformări ale unităților de măsură

11. a) 5; **b)** 28; **c)** 3,36; **d)** 0,514; **e)** 450; **f)** 57,8. **12. a)** 671 m; **b)** 9,04 m; **c)** 14 m; **d)** 5 645 m; **e)** 7 380 m; **f)** 222 m. **14.** $P_{dreptunghi} = P_{pătrat} = 36$ cm, $l_{pătrat} = 9$ cm.

Mate practică

1. b) i) 6,4 m; **ii)** 5; **iii)** 26 de lei. **3.** 5 m, 6 m, 7 m. **4.** $L_{gard} = 2 \cdot (22{,}5\text{ m} + 18{,}5\text{ m}) - 3\text{ m} = 79$ m, $L_{sârmă} = 2 \cdot 79\text{ m} = 158$ m. Prețul sârmei este 1 975 de lei. **7.** $L_{față\ de\ masă} = 1\text{ m} + 2 \cdot 25\text{ cm} = 1{,}5$ m, $l_{față\ de\ masă} = 0{,}8\text{ m} + 2 \cdot 25\text{ cm} = 1{,}3$ m. **8. a)** $P_{răzor} = P_{pătrat} - 2 \cdot (3\text{ m} + 4\text{ m}) = 50$ m; **b)** $L_{răzor} = 13$ m, $l_{răzor} = 12$ m. **9. a)** L = 39 m, l = 22,5 m; **b)** 800 de scânduri. **10.** $P_{teren\ roșii} = 2\,240$ m, $P_{teren\ cartofi} = 1\,120$ m, $l_{teren\ cartofi} = 280$ m.

2. Unități de măsură pentru arie. Aria pătratului și aria dreptunghiului. Transformări ale unităților de măsură

12. a) 5; **b)** 70; **c)** 1,6; **d)** 0,00514; **e)** 2,25; **f)** 5 780. **13. a)** 10 660 m^2; **b)** 18,4 m^2; **c)** 37,42 m^2; **d)** 246 m^2; **e)** 530 m^2; **f)** 5,5 m^2. **15. a)** $A_1 = l^2$, $A_2 = (2l)^2 = 4l^2$. Aria se mărește de 4 ori. **17. a)** 2 700 cm^2; **b)** 432 cm^2. **18.** A = 160 cm^2; **a)** $A_1 = 169$ cm^2. Aria se mărește cu 9 cm^2. **19.** $A_{dreptunghi} = 216$ cm^2; $A_{pătrat} = 225$ cm^2.

Indicații și răspunsuri

Mate practică

1. $A_{dreptunghi} - A_{pătrat} = 1\,375\ m^2$. **2.** Dacă 9 pași măsoară 7 m, atunci 108 pași măsoară 84 m și 72 de pași măsoară 56 m. Aria terenului este 4 704 m^2. **3.** Se folosesc $100 \cdot 8 = 800$ de plăci de mozaic. Aria suprafeței pavate este $800 \cdot 225\ cm^2 = 18\ m^2$. **4.** Dimensiunile terenului sunt 40 m și, respectiv, 30 m, iar aria acestuia este $1\,200\ m^2 = 0{,}12$ ha. Dacă pe un hectar se obțin 25 t, atunci pe 0,12 ha se obțin $0{,}12 \cdot 25 = 3\ t = 3\,000$ kg pentru care a obținut 2 700 de lei. **7.** $A_{teren} = 1\,368\ hm^2$. 11 tractoare ară într-o zi 99 hm^2, deci cele 11 tractoare ară terenul în 14 zile. **9.** $A_{geam} = 1{,}36\ m^2$, $A_{contur\ metalic} = A_{ușă} - A_{geam} = 0{,}64\ m^2$. **10. a)** 4,5 m^2; **b)** 50 de plăci; **c)** Se vor cumpăra 5 pachete de faianță pentru care se vor plăti 325 de lei. Rămân 10 plăci nefolosite.

3. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și volumul paralelipipedului dreptunghic. Transformări ale unităților de măsură

8. a) 3; **b)** 700; **c)** 2; **d)** 0,0514; **e)** 25; **f)** 578 000. **9. a)** 24 m^3; **b)** 0,6 m^3; **c)** 0,3 dm^3. **10.** $V_1 = l^3$, $V_2 = (2l)^3 = 8\,l^3$. Volumul se mărește de 8 ori.

Mate practică

4. Într-o cutie paralelipipedică încap 5 cuburi pe lungime, 4 cuburi pe lățime și 3 cuburi pe înălțime, deci 60 cuburi. Sunt necesare 50 de cutii. **6.** $V_{piscină} = 48\,000\ dm^3$. Așadar, capacitatea piscinei este de 48 000 litri și poate fi umplută în 15 ore. **8.** $V_{cub} = 216\,000\ cm^3 = 216\ dm^3$, deci capacitatea vasului este 216 l, mai mult decât 200 l. **9.** $V_{cub} = 27\ dm^3$, deci capacitatea acvariului este de 27 litri. Mai trebuie adăugați 12 litri.

Exerciții recapitulative

2. a) 74; **b)** 48 500; **c)** 2,1. **3.** 38. **4.** $P = 88$ cm, $A = 448\ cm^2$. **5.** $P = 810$ m, prețul este 20 250 de lei. **6.** $L_{dreptunghi} = 7{,}2$ m, $l_{dreptunghi} = 4{,}8$ m, $A_{dreptunghi} = 34{,}56\ m^2$, $l_{pătrat} = 6$ m, $A_{pătrat} = 36\ m^2$. **7. a)** $A_{inițială} = L \cdot l$. După dublarea lungimii aria este $A = (2 \cdot L) \cdot l = 2 \cdot (L \cdot l) = 2 \cdot A_{inițială}$. Obținem $2 \cdot A_{inițială} = A_{inițială} + 20\ m^2$, deci $A_{inițială} = 20\ m^2$. **8.** Dacă l este lățimea dreptunghiului, atunci lungimea acestuia este $2 \cdot l$ și $A = 2 \cdot l \cdot l = 2 \cdot l^2$. Deci $l = 5$, $L = 10$ și $P = 30$ m. **9. a)** 8,64 m^2; **b)** Pe lungime se pun $360 : 40 = 9$ plăci, pe lățime se pun $240 : 40 = 6$ plăci, deci $9 \cdot 6 = 54$ plăci se vor pune pe toată suprafața; **c)** Se cumpără 7 pachete de gresie pentru care se plătesc 252 de lei. Rămân 2 plăci nefolosite. **10.** Muchia cubului cu latura de 6 dm este de două ori mai mare decât muchia cubului cu latura de 3 dm, deci fiecare față a cubului mai mare are aria de 4 ori mai mare decât aria unei fețe a cubului mic. Cantitatea de vopsea este $720 \cdot 4 = 2\,880$ g. **12.** În cutia paralelipipedică încap $10 \cdot 8 \cdot 5 = 400$ de cutii cubice cu globuri (10 pe lungime, 8 pe lățime și 5 pe înălțime). Sunt necesare 30 de cutii paralelipipedice. **14.** $A_{grădină} = 1\,200\ m^2$. Cantitatea de precipitații este 1 200 · 35 litri = 42 000 l. **15.** V = 16 m · 12 m · 0,01 m = 1,92 m^3. S-au evaporat 1 920 litri de apă. **16. a)** 515 m^2 (baza bazinului are suprafața egală cu 375 m^2, fiecare dintre cei doi pereți laterali cu lungimea de 15 m are suprafața egală cu 26,25 m^2, iar fiecare dintre cei doi pereți laterali cu lungimea de 25 m are suprafața egală cu 43,75 m^2); **b)** Sunt necesare 8 240 de plăci de faianță (pentru baza bazinului sunt necesare 6 000 de plăci, pentru pereții laterali cu lungimea de 25 m sunt necesare 1 400 de plăci, iar pentru pereții laterali cu lungimea de 15 m sunt necesare 840 de plăci. **c)** Se cumpără 412 pachete, care vor costa 17 304 lei. Nu rămân plăci nefolosite. **d)** 656,25 m^3.

ANEXĂ

SUGESTII DE FIŞE PENTRU OBSERVAREA SISTEMATICĂ A ACTIVITĂŢII ŞI A COMPORTAMENTULUI ELEVILOR

FIȘĂ DE OBSERVARE A ACTIVITĂȚII INDIVIDUALE

Indicator	Frecvent	Rar	Deloc
Folosește corect termenii specifici disciplinei.			
Este implicat în îndeplinirea sarcinilor de lucru.			
Exprimare socială și emoțională adecvată.			
Are o atitudine adecvată față de ceilalți colegi.			

FIŞĂ DE OBSERVARE A ACTIVITĂŢII GRUPULUI

Indicator	Frecvent	Rar	Deloc
Fiecare membru al grupului este implicat în rezolvarea sarcinii.			
Elevii formulează idei clare şi uşor de înţeles de către ceilalţi.			
Toate ideile propuse sunt luate în considerare.			
Elevii se sprijină şi se încurajează pentru a fi productivi şi creativi.			
Rezultatul activităţii de grup este relevant şi prezentat într-o manieră care facilitează înţelegerea.			
Elevii urmăresc cu atenţie prezentările celorlalte grupuri.			
Elevii acordă feedback colegilor.			

ETAPELE REALIZĂRII UNUI PROIECT

1. Stabileşte câteva obiective şi împarte

ETAPELE REALIZĂRII UNUI PORTOFOLIU

1. Stabilește o temă și alege un titlu adecvat pentru fișa de portofoliu.
2. Realizează un plan. Împarte sarcinile în

1. Stabileşte câteva obiective şi împarte sarcinile în paşi mai mici.
2. Caută pe internet sau în diverse publicaţii informaţiile de care ai nevoie. Foloseşte doar surse de încredere.
3. Îndeplineşte, în ordine, obiectivele stabilite. Vei realiza astfel o prezentare. Fii creativ! Poți include imagini sau ilustrații.
4. Prezintă proiectul în faţa clasei.

2. Realizează un plan. Împarte sarcinile în paşi mai mici.
3. Caută pe internet sau în diverse publicaţii informaţiile de care ai nevoie.
4. Folosind aceste informaţii, realizează o prezentare.
5. Prezintă fişa în faţa clasei.
6. Păstrează toate fişele create de tine într-un dosar.

ETAPELE REALIZĂRII UNEI INVESTIGAȚII

1. Adună informațiile de care ai nevoie. Poți folosi internetul sau poți studia cărți la bibliotecă.
2. Prelucrează informațiile și realizează prezentarea. Realizează o diagramă sau un tabel în care să notezi informațiile găsite.
3. Prezintă în fața clasei rezultatele investigației.

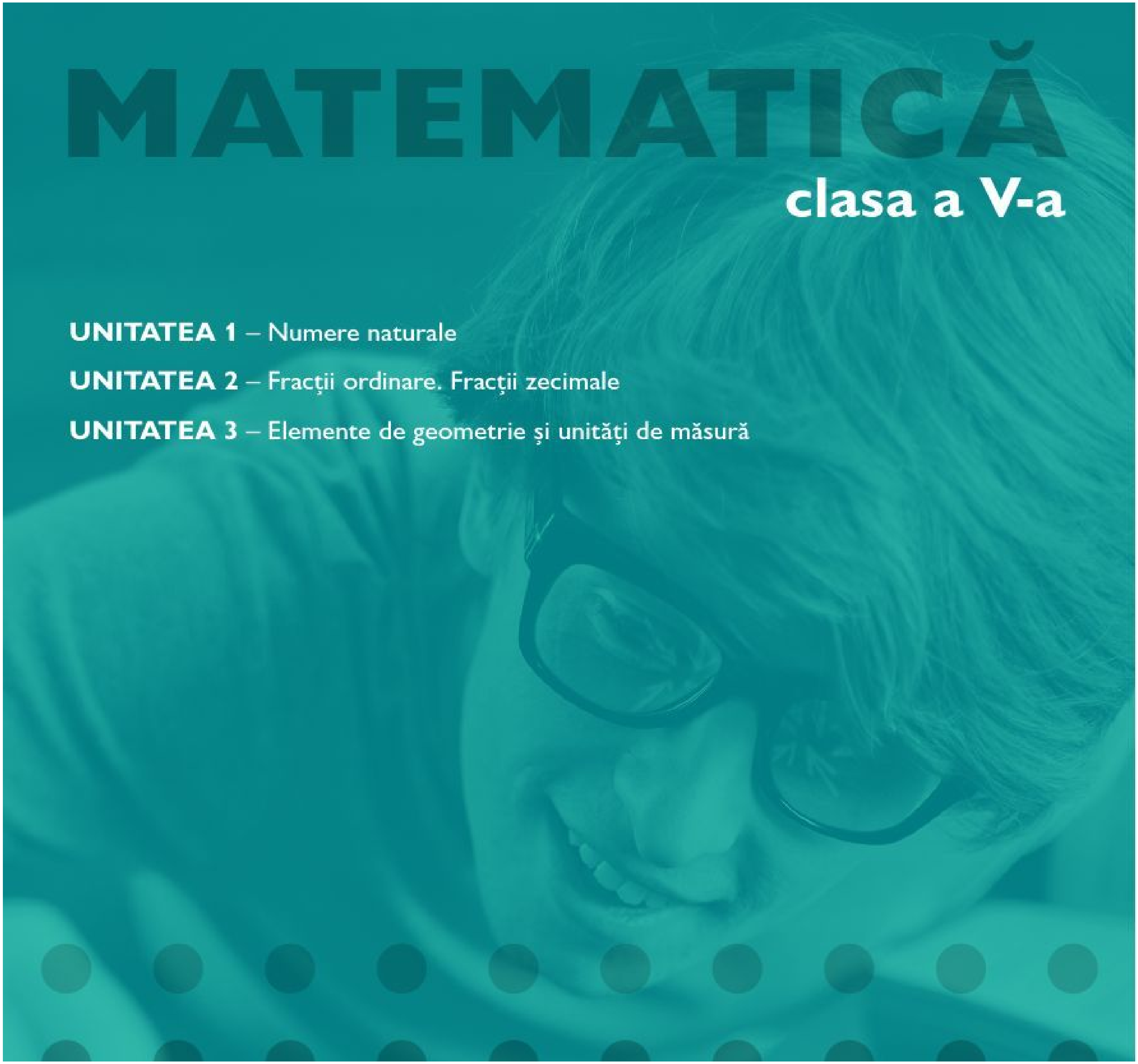
MATEMATICĂ

clasa a V-a

UNITATEA 1 – Numere naturale

UNITATEA 2 – Fracții ordinare. Fracții zecimale

UNITATEA 3 – Elemente de geometrie și unități de măsură



ISBN 978-606-590-946-5

6 421763 010671

MN22

Booklet